



26-00-91-64  
(151.4)



# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант \_\_\_\_\_

Место проведения КАЗАНЬ  
город

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫЕ ГОРЫ“  
наименование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ  
профиль олимпиады

ТЮГИНА ЗАХАРА АЛЕКСАНДРОВИЧА  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«06» апреля 2025 года

Подпись участника

ТТЗ

100 (сто)    1000 -  
                  1000 -                    Черныш

$$\overline{abcd} : \overline{ab} + \overline{cd}$$

$$1000a + 100b + 10c + d : 10a + b + 10c + d$$

$$\begin{array}{r} 2025 \overline{) 195} \\ -180 \phantom{0} \\ \hline 225 \\ -225 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$1000a + 100b + 10c + d : 10(a+b) + 10(c+d)$$

$$\begin{array}{r} 2035 \overline{) 55} \\ -265 \\ \hline 385 \end{array}$$

Ответ  $\leq 2900$

$$b = 0$$

$$1000a + 10c + d : 10a + 10c + d$$

$$990a : 10a + 10c + d \quad a = 2$$

$$1980 : 20 + 10c + d$$

$$> 2025$$

$$1980 : 20 + 10c + d \quad 20 + 10c + d$$

$$1980 \quad 990 \quad 330 \quad 110 \quad 11$$

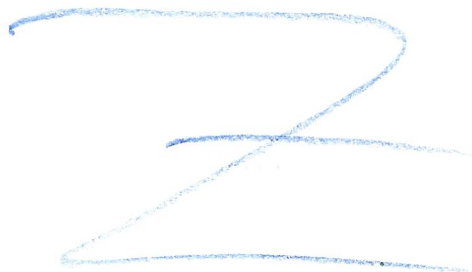
$$2 \quad 3 \quad 3 \quad 25$$

$$1980 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$$

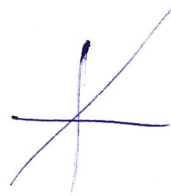
$$1980 : 2, 4, 6, 9, 10, 11, 12, 15, 18, 20, 22, 30, 33, 36, 44, 45$$

$$46 \quad 47 \quad 48 \quad 49 \quad 50 \quad 51 \quad 52 \quad 53 \quad 54 \quad 55$$

Ответ: 20 35



Чертежик



	X	1	1	X
		1	X	X
	X	X	1	1
		1	X	1
	X	1	1	X

1	1		1	1
1	1		1	1
1	1		1	1
1	1		1	1

≥ 12

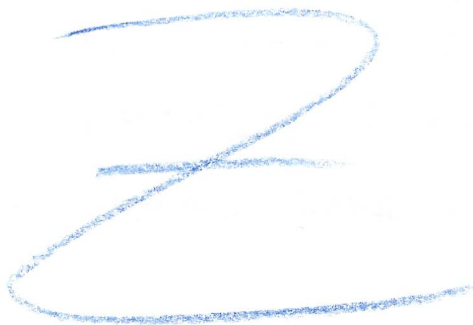
1		1	1	
	1	1		
1			1	1
	1	1		1
1		1	1	


карт - 4  
 кан  
 эдн — ≥ 5  
 машин.  
 кнур



Черныш

A B C      A - 2  
 C D E      E - 2  
             c - 2  
 A F E  
 B F D



~~A B C~~ и варианты  
 Возьмём A B C - и варианты разместим  
 прямо и B внутри неё буквы

$b \cdot 8 = 24$



$1 \quad 0,5 \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4}$

10 м Бюрге до центра

$\frac{10 \text{ м}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 10 \text{ сек}$

Они должны встретиться, в воде  
 пройти 27 м перпендикулярно  
 каналу, в воде Бюрге должна быть  
 в 2 раза меньше.

~~7~~  $7 \cdot \frac{1}{2} +$

$7 \cdot t = 73 \text{ м}$

$t = 73 \text{ сек}$

$1 \cdot t \quad v \cdot 0,5t + v \cdot 0,5t$

$v \cdot 6,5 \text{ сек} = 7 \text{ м}$

$v \cdot 0,5t = 7 \text{ м}$

$v \cdot 0,5t + 7 \cdot t = 20 \text{ м}$

Встреча у  $t$ 

Чертовик.

через 10 сек

Пусть встреча там где  $v_0 = 1 \frac{m}{c}$ Поскольку к моменту когда выйдут дождит  
то ср. длина в воде в 2 раз меньше. $v$ 

$$\frac{10}{v} + \frac{7}{v} = \frac{10}{v} \cdot 2$$

~~$$\frac{70}{20} + \frac{7}{v} = \frac{20}{v}$$~~

Значит, встреча в 2 м/с воде

$$v = 7,9$$



n 1

Пл. к. яблокных больше всего, а с картошкой 4, значит яблокных  $\geq 5$ . Также, картошка типа фруктов быть не менее 1

карт - 4	} этого у нас осталось лишь 1 свободный килограмм который мы можем сами выбрать какой будет.
кар. - $\geq 1$	
ябл. $\geq 5$	
мам $\geq 1$	
клуб $\geq 1$	

выбрать какой будет.

Если мы хотим наименьшей суммой, то он будет наименьшим возможным - значит картошкой.

Суммарно

$$4 \cdot 60 + 2 \cdot 70 + 5 \cdot 80 + 1 \cdot 90 + 1 \cdot 100 =$$

$$= 240 + 140 + 400 + 90 + 100 =$$

$$= 780 \text{ руб} \text{ минимум}$$

Если мы хотим максимум то свободный килограмм будет клубничным. Тогда сумма

$$4 \cdot 60 + 1 \cdot 70 + 5 \cdot 80 + 1 \cdot 90 + 2 \cdot 100 =$$

$$= 240 + 70 + 400 + 90 + 200 = 700 \text{ руб}$$

Ответ: 780 руб; 700 руб.

№ 2 Пусть искомым год  $\overline{abcd}$ .

$$\overline{abcd} : \overline{ab} + \overline{cd}$$

$$7000a + 100b + 10c + d : 70a + b + 70c + d$$

Очевидно, 2100 - знаменательный, значит искомым год должен быть  $\leq 2100$  и  $\geq 2025$ . Предположим, что он  $< 2100$ , тогда  $a=2; b=0$

$$7000a + 10c + d : 70a + 70c + d$$

$$990a : 70a + 70c + d$$

$$1980 : 20 + 70c + d$$

Следующий делитель числа 1980 который идет после 45 (от 2025) это 55.

значит  $c=3; d=5$  т.к. нам нужен ответ 2035 нужно наименьший год после 2025 то делитель должен быть наименьшим но больше 45, это 55.

$$55 = 20 + 70c + d \rightarrow c=3 \quad d=5$$

Ответ: 2035.

17

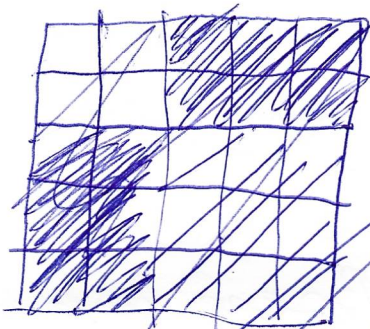
24

6 17

6 16

№ 3

Оценка:



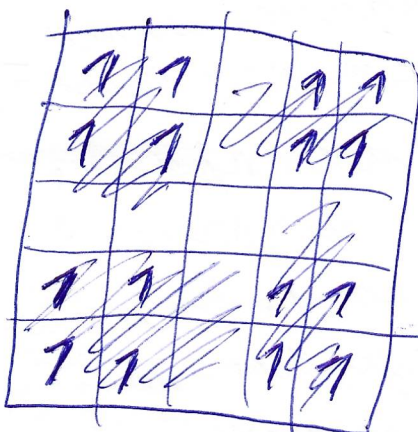
Разобьем квадрат  $3 \times 3$ . В нём может быть не более 6 единиц

Разобьем прямоугольник  $2 \times 3$ . В нём не более 4 единицы, при этом они будут расположены тогда вот так:



(с учетом переверачи) вот так

Разобьем квадрат  $5 \times 5$  как показано выше. В центре углы где осталась  $2 \times 2$  возьмем  $3 \times 3$  с пересечением. Мы уже знаем что в нём не более 6 клеток, однако из-за



Разобьем  $5 \times 5$  на 4 прямоугольника  $2 \times 3$  и 1 пустой внутри. Очевидно, в каждом  $2 \times 3$  не более четырёх единиц. Докажем, что внутри

пусто нет единицы в случае если в каждом  $2 \times 3$  по 4 единицы. В этом случае единица в центре будет  
 а) по диагонали 3 единицами по горизонтальной верт  
 б) по диагонали с 3 ед. по диагоналям.  
 значит всего не более 6, пример показан



24

Запишем все прямые которые  
можно найти

ABC

BDE

AEF

BDF



Сперва все буквы. Всего вариантов  
поставить определённую прямую  
4 варианта, также внутри прямой  
6 вариантов перестановки букв.

Возьмём не учитывая специфику  
прямую ABC. Всего на рисунке  
для неё 4 места. Учитывая перестановку  
букв всего 24 варианта расставим  
прямую. А и B и C также части  
других прямых. Возьмём не учитывая  
специфику A и B. Они также части  
прямой и прямой из которых есть F.  
При чём точка иверсия прямой  
конкретно через A и B отличная  
от прямой ABC только 1. Значит  
точки A, B, C определяют каждое  
всех других точек, при чём очевидно  
что все варианты из 24 верны.

Значит всего 24 способа

ответ: 23 отличных способа

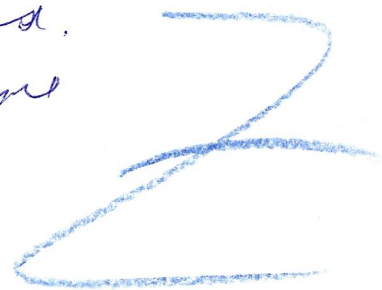
№5.

Всего возможно 3 варианта.

1) встретились по середине

2) там где  $v_B = 7 \frac{м}{с}$

3) там где  $v_B = 2 \frac{м}{с}$ .



1) В этом случае они движутся за 10 сек. тогда Бадра плывет на 10 м, значит Визра плывет с  $v = 2 \frac{м}{с}$  чтобы ее встретить на 10 м. Но тогда эти плывут неосек, противоречие

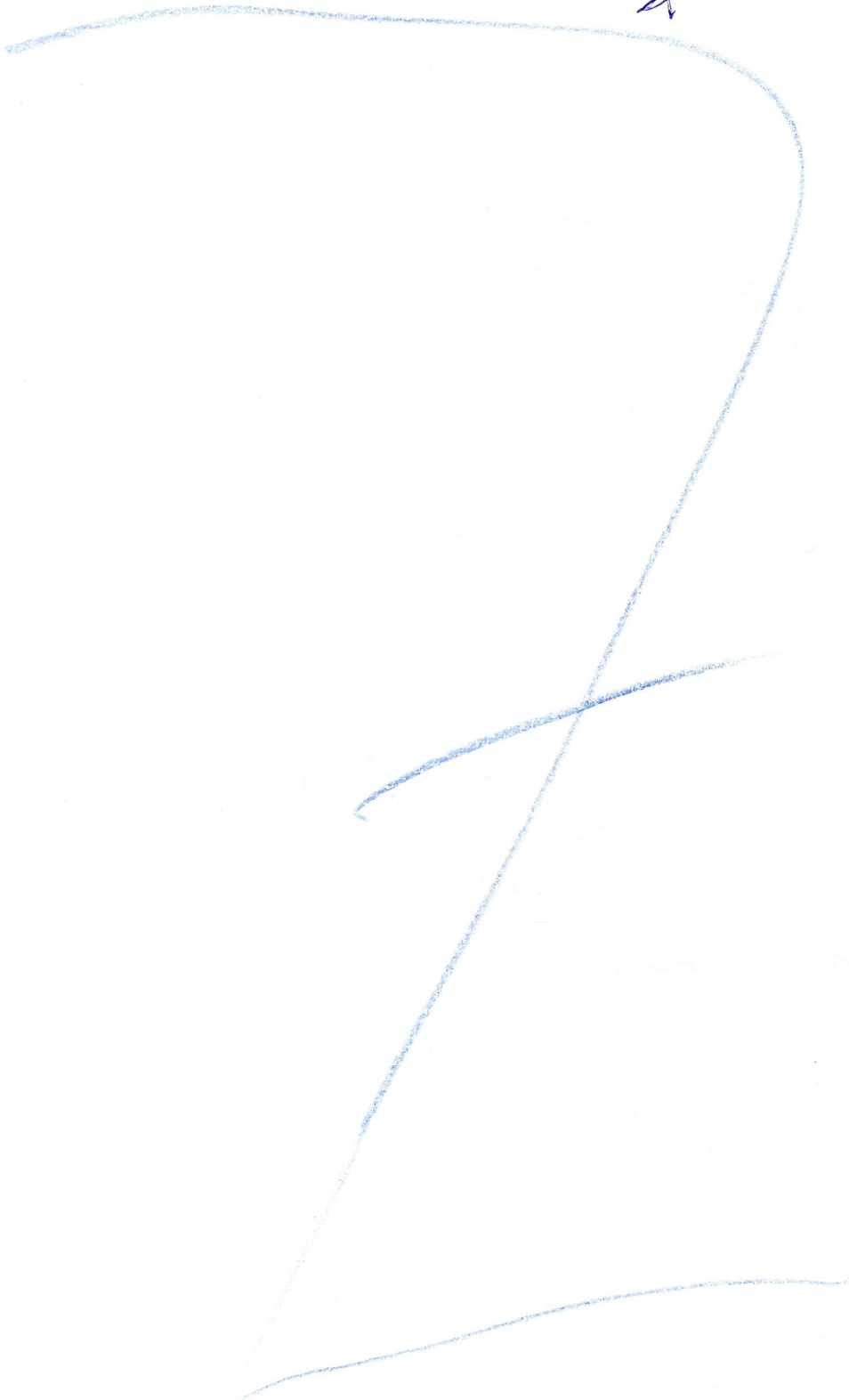
2) В этом случае к моменту когда Визра движется по середине она была в воде ровно в 2 раза меньше по времени, т.к. у них движется быть одинаковой скорости. Однако Бадра будет в воде  $\frac{17 м}{v}$  секунд в воде, а Визра  $\frac{10 м}{v}$  сек в воде, значит противоречие.

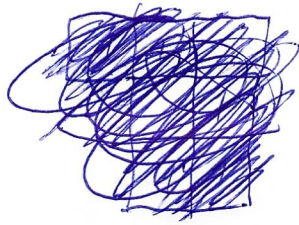
3) В этом случае Визра также ~~двигается~~ движется по ~~пути~~ к моменту когда Визра движется по середине быть в воде ровно в 2 раза меньше по времени. значит к моменту когда Визра проплыла 5 м Визра была у берега. значит  $v = \frac{7 м}{5 сек} = 1,4 \frac{м}{сек}$ . При такой  $v$ . Бадра будет к указанному моменту 10 сек, а Визра 5 сек.

№6.

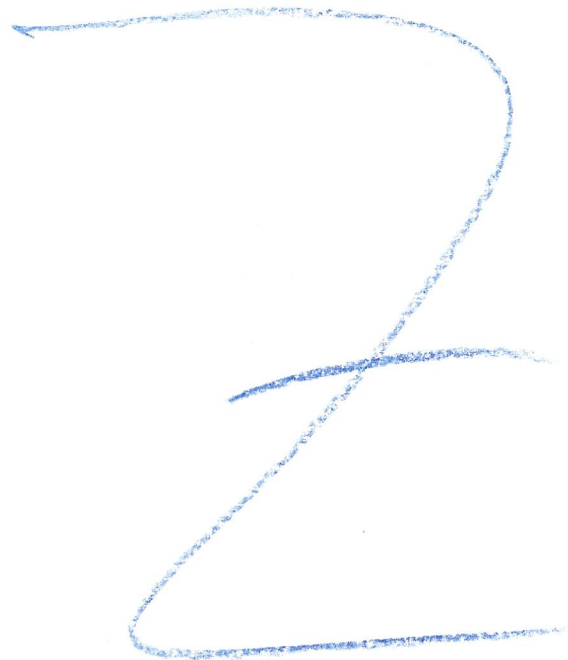
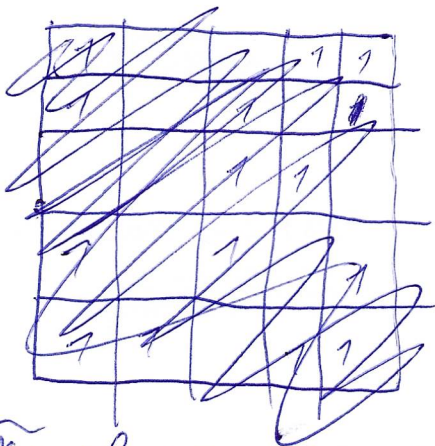
Ответ:  $\frac{2024}{2025}$

Решение:





N 3 (финан.)



Провести прямые по 3 клетки по  
 вертикали, горизонтали и диагона-  
 ли от центральной клетки финан,  
 что мы не можем сделать по 2 единицы  
 во всех "лучах" от центра, из-за  
 чего в 2x3 будет меньше единицы.  
 Это доказывает, что если в центре  
 есть 1 то в лучах из 2x3 не более  
 3 единицы, а значит всего не более  
 16.

