



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 7-8 класс

Место проведения Постов-на-Дону
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Юкори Воробьевы горы!
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Панкрашиной Вероники Андреевны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«06» апреля 2025 года

Подпись участника
ВВ

95 (девятьсот пять) ~~Три~~ ^{четыре} ~~Сот~~ Чистовик

1 шт
из 3

1) За пирожки с картошкой Мама получит $60 \cdot 4 = 240$ руб.

Пирожков с яблоком больше 4 и меньше или равно 6 ($13 - 4 - 1 - 1 - 1 = 6$ - т.е. всего 13, 4-картошка и минимум по одному с оставшимися 3 начинками).

Значит с яблоком либо 5, либо 6.

Рассмотрим 6 пирожков с яблоками:

$$4 \cdot 60 + 6 \cdot 80 + 70 + 90 + 100 = 980 \text{ руб.}$$

Рассмотрим 5 пирожков с яблоками: если 2 с капустой: какой-то начинка 2 шт, а остальных 9 штук по 1 шт

$$60 \cdot 4 + 5 \cdot 80 + 70 \cdot 2 + 90 + 100 = 970 \text{ руб.}$$

если 2 с малиной:

$$60 \cdot 4 + 5 \cdot 80 + 70 + 90 \cdot 2 + 100 = 990 \text{ руб.}$$

если 2 с клубникой:

$$60 \cdot 4 + 5 \cdot 80 + 70 + 90 + 2 \cdot 100 = 1000 \text{ руб.}$$

Тогда, наименьшая сумма 970 руб., а наибольшая 1000 руб.

Ответ: 970 руб. ; 1000 руб.
наименьшая наибольшая

2) Рассмотрим 2020-е годы:

$$\begin{array}{r|l} 2026 & 46 \\ -184 & 44 \\ \hline 186 & \\ -184 & \\ \hline \textcircled{2} & \end{array}$$

не подходит

$$\begin{array}{r|l} 2027 & 47 \\ -188 & 43 \\ \hline 147 & \\ -141 & \\ \hline \textcircled{6} & \end{array}$$

не подходит

$$\begin{array}{r|l} 2028 & 48 \\ -192 & 42 \\ \hline 108 & \\ -96 & \\ \hline \textcircled{12} & \end{array}$$

не подходит

$$\begin{array}{r|l} 2029 & 49 \\ -96 & 41 \\ \hline 69 & \\ -49 & \\ \hline \textcircled{20} & \end{array}$$

не подходит

Рассмотрим 2030-е годы:

$$\begin{array}{r|l} 2030 & 50 \\ -200 & 44 \\ \hline \textcircled{30} & \end{array}$$

не подходит

$$\begin{array}{r|l} 2031 & 51 \\ -153 & 39 \\ \hline 501 & \\ -459 & \\ \hline \textcircled{42} & \end{array}$$

не подходит

$$\begin{array}{r|l} 2032 & 52 \\ -156 & 39 \\ \hline 472 & \\ -468 & \\ \hline \textcircled{4} & \end{array}$$

не подходит

$$\begin{array}{r|l} 2033 & 53 \\ -159 & 38 \\ \hline 443 & \\ -424 & \\ \hline \textcircled{19} & \end{array}$$

не подходит

$$\begin{array}{r|l} 2024 & 54 \\ -162 & 34 \\ \hline 414 & \\ -378 & \\ \hline 36 & \end{array}$$

не подходит

$$\begin{array}{r|l} 2035 & 55 \\ -165 & 34 \\ \hline 385 & \\ -385 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

подходит

Итого в
2 мес
из 3

Значит, ближайший замечательный год 2035.
Ответ: 2035

3) Докажем, что единиц меньше 17.

От противного. Пусть единиц 17, тогда нулей 8.
В каждой строке должен находиться хотя-бы один
"0". Проведем, если он один, то он в 3 клетке строки.
Если же он не в 3 клетке, то в строке больше
одного нуля.

Ситуация в таблицах аналогичная.

Тогда, минимальное количество нулей:

5 (в каждой строке) + 4 (в каждом столбце, кроме 3-ей, там
3-я клетка строки и столбца совпадает)

$5 + 4 = 9$, но по предположению нулей 8 \Rightarrow проти-
воречие.

Тогда нулей минимум 9, а единиц максимум
16.

Пример на 16 единиц:

1	1	0	1	1
1	1	0	1	1
0	0	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	0	1	1

Ответ: 16.

5) Рыбца 7 метров пройдёт за $\frac{7}{v}$ сек. За это
время Гидра проплывёт $\frac{7}{v}$ м и её несёт на $\frac{7}{v}$ м
водой.

Тогда, до середины Гидре останется проплыть $(10 - \frac{7}{v})$ м
(т.к. от А до середины 20 м : 2 = 10 м), сделает она это
за $(10 - \frac{7}{v})$ сек.

Чистовик

3 лист
из 3

Ведра за это время пройдёт $(10V - 7)$ м и её снесёт на $(20 - \frac{14}{V})$ м водой.

Всего Гидру снесёт на 10 м, а Ведру на $(20 - \frac{14}{V})$ м.

Тогда, минимальное расстояние от середины при их встрече будет тогда, когда:

$$20 - \frac{14}{V} = 10$$

$$\frac{14}{V} = 10$$

$$V = 1,4 \text{ (м/с)}$$

Ответ: 1,4 м/с

4) Меняя расположение одной точки не по её прямой, мы меняем расположение всей прямой. Значит, мы можем либо менять точки на прямой, либо менять расположение прямой.

Для каждой прямой есть 6 вариантов расположения точек внутри неё и 4 расположения целой прямой, причём для каждого из 4 расположений целой прямой - 1 вариант расположения всех оставшихся 3 точек.

Значит всего можно расставить:

$$6 \cdot 4 - 1 = 23 \text{ способами.}$$

тогда, что указано в условии

Ответ: 23 способа.

Черновик

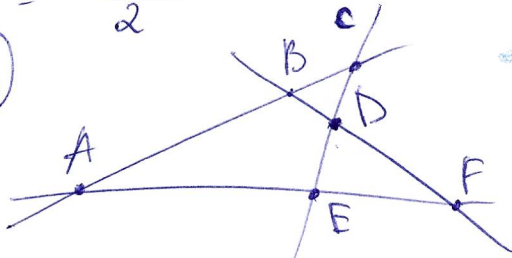
16) $X_n - \max$

$X_m - \min$

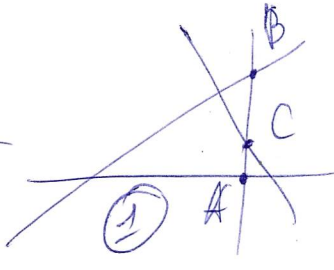
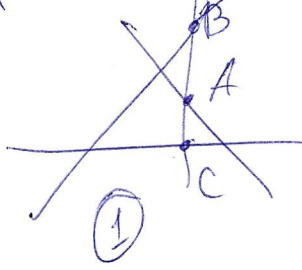
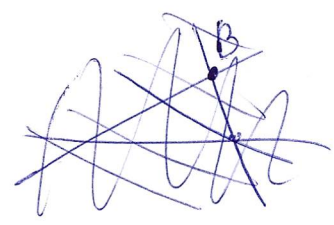
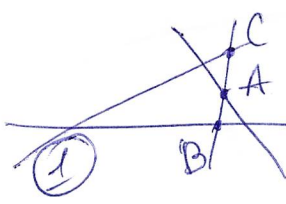
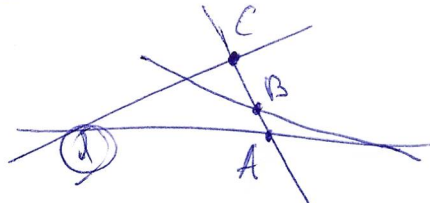
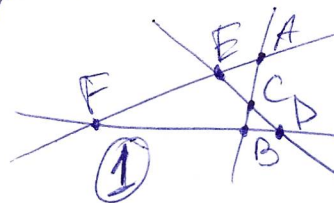
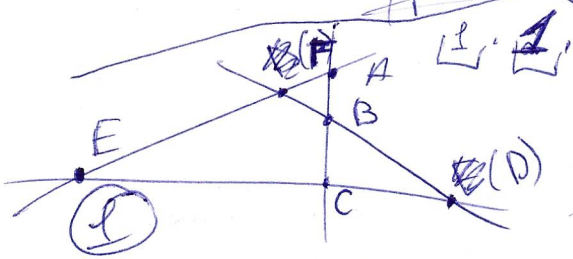
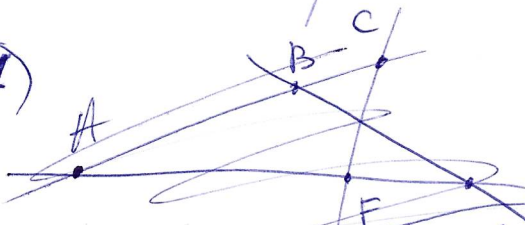
1) $y_1 = 1$

$y_2 = \frac{1+x_2}{2}$

(4)



1)

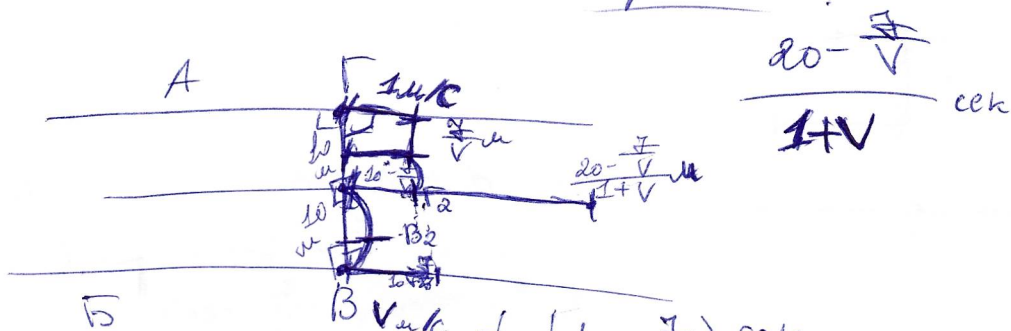


Меняя расположение одной точки меняется расположение всей прямой \rightarrow меняются точки для пересечения прямых и есть 6 вариантов расположения точек прямой, внутри и 4 мест, целой прямой

Приведем для каждого месторасположения целой прямой 1 вариант расстановки других трех.

~~6~~
~~6+6+6+5~~
~~(6+6+6+5) = 23~~

Черновик



$$\begin{aligned}
 & t = (10 - \frac{7}{V}) \text{ сек} \\
 & (V+1) \cdot t = 20 - \frac{7}{V} \\
 & (V+1) \cdot (10 - \frac{7}{V}) = 20 - \frac{7}{V} \\
 & SB = (10V - 7) \text{ м} \Rightarrow \\
 & ST_2 = 10 - (10V - 7)
 \end{aligned}$$

$$10 - \frac{7}{V} = 10V - 7 \cdot 1 \cdot V$$

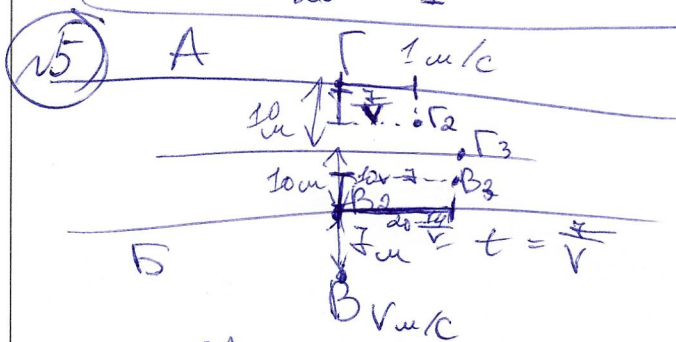
$$10V - 7 = 10V^2 - 7V$$

$$10V^2 - 17V + 7 = 0$$

$$D = 289 - 280 = 9 \Rightarrow \sqrt{D} = 3$$

$$x_1 = \frac{-3 + 17}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10} = 0,7$$

$$x_2 = \frac{3 + 17}{20} = 1$$

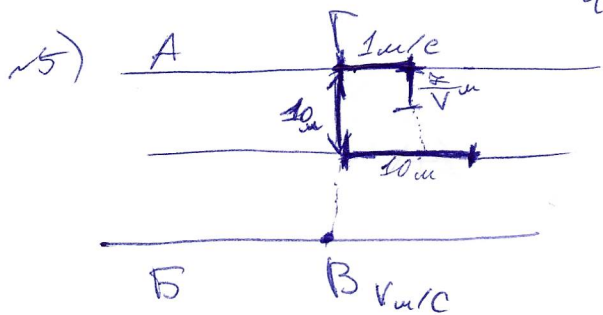


Выраза до середины
осталось $(10 - \frac{7}{V})$ м
 $\Rightarrow (10 - \frac{7}{V})$ сек - $t_{2г}$

Выдра за это время
пройдет $(10V - 7)$ м и
снесется на $(20 - \frac{14}{V})$ м
Расстояние между выдрами

$$\begin{aligned}
 & \frac{7}{V} + (10 - \frac{7}{V}) = 10 \text{ м} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow 20 - \frac{14}{V} = 10 - \text{будет мин. расстояние от середины} \\
 & 10 = \frac{14}{V} \Rightarrow V = 1,4 \text{ м/с}
 \end{aligned}$$

Черновик



$$10 - \frac{7}{V} - S_T$$

Выход начинается тогда, когда Гидра на $\frac{7}{V}$ м от берега (т.е. через $\frac{7}{V}$ сек)

В. за $\frac{10}{V}$ сек → до середины, при этом её снесёт на $\frac{20}{V}$ м.

$$t_B = \frac{7}{V} + \frac{10}{V} = \frac{17}{V}$$

$$(1+V) - V$$

$$(10 - \frac{7}{V} + 10) - S$$

$$\frac{20 - \frac{7}{V}}{1+V} \text{ (сек)}$$

~~тогда выйдут на одну прямую~~ ~~они будут на одной прямой~~ ~~на высоте~~

1) Выдру снесёт на $\frac{40 - \frac{14}{V}}{1+V}$ м

2) Гидру снесёт на $\frac{20 - \frac{7}{V}}{1+V}$ м

20ab / (a+b) 2 · 2 · 2 · 5 = 11 $\frac{2000+a+b}{10a+b+20} = \frac{(10a+b+20) + 1980}{10a+b+20} = 1 + \frac{1980}{10a+b+20}$

$$10a + 20 + b = 10a + b + 20$$

$$2000 + a + b$$

$$2000 + a + b = k(10a + b + 20)$$

$$2000 + a + b = 10ak + bk + 20k$$

$$10ak - a + bk - b + 20k - 2000 = 0$$

$$a(10k - 1) + b(k - 1) + 20(k - 100) = 0$$

$$10a(k - 0,1) + b(k - 1) + 20(k - 100)$$

$$10a(x + 0,9) + bx + 20(x - 99)$$

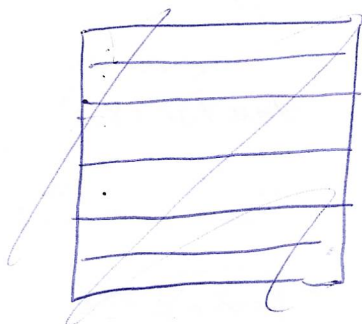
Черновик

13)

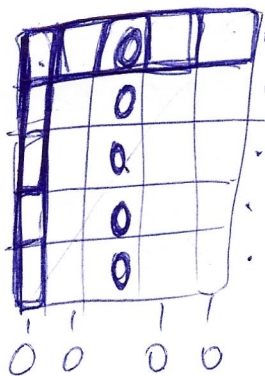
1	1	0	1	1
1	1	0	1	1
0	0	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	0	1	1

16.

Если 11, то 0^{ов} - 8 ⇒



5+

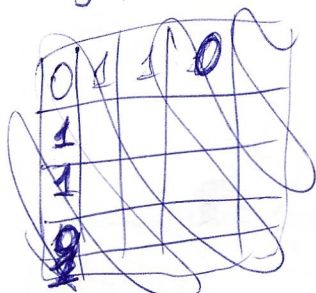


- хотя бы 1 0 (+ закрылись минимумами диагоналями)

Если 0 не в середине, то в строке / столбце должен быть еще 0

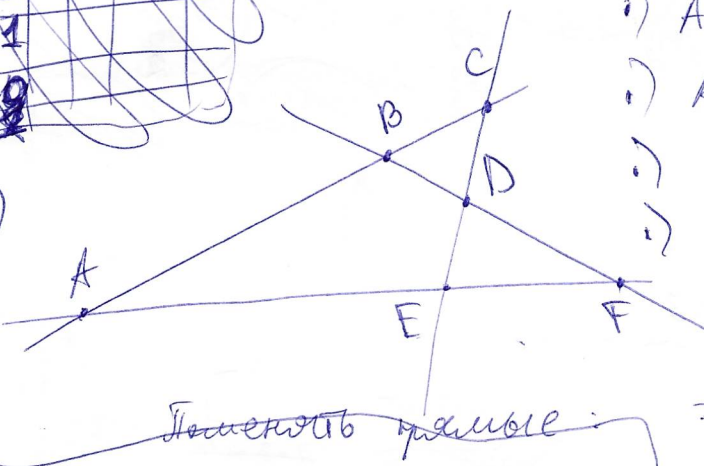
⇒ Минимум 0^{ов}:
5 + 4 = 9

Противоречие

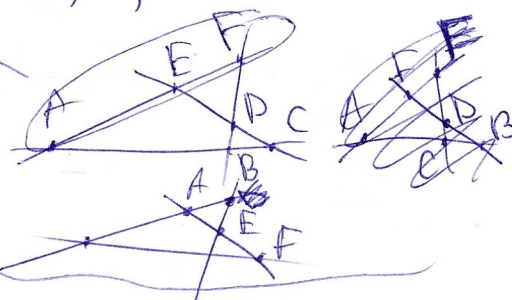


- 1) A, B, C
- 2) A, E, F
- 3) B, D, F
- 4) C, D, E

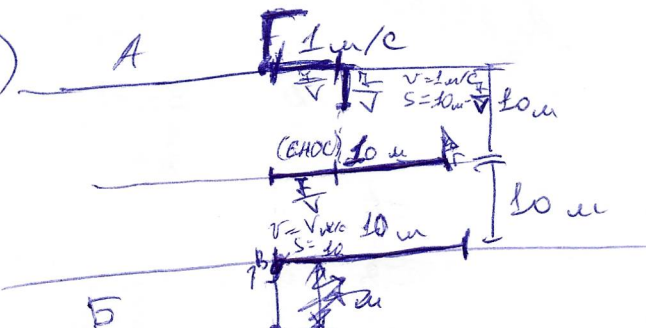
14)



Поместить прямые

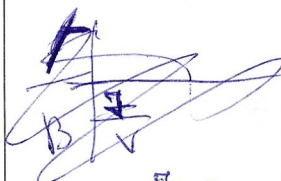


15)



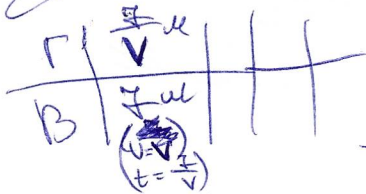
Г имеет 10м за 10 сек. - t_г

$$\frac{7}{v} +$$



V м/с (на 10 м за 10 сек)

В дождя промыв 10 м за 5 сек
V = 2 м/с
За 7 с Г дождя промывет 7 м



В дождя промыв

$$\frac{10 - \frac{7}{v}}{1} = \frac{10}{v} \Rightarrow 10 = 10v - 7$$

$$10v = 17 \Rightarrow v = \frac{17}{10} \text{ м/с}$$

Черновик

С яблоком

(1)

Кар 60 р. - 4 ⇒ 240 р.

Кан - 70 р.

а - 80 р. - Больше всего (≥ 5) ⇒ 400 р.

м - 90 р.

к - 100 р.

либо 5 либо 6 ⇒

Если 6 ⇒ 720
 $240 + 480 + 70 + 90 + 100 = 980$ р.

Если 5 а

4 + 5 = 9 ⇒ 13 - 9 = 4 шт. ⇒ 4 пироженка (кан/м/к) ⇒ какой-то пирожки 2 шт.

Наименьшая: $70 \cdot 2 + 90 + 100 = 330$ р. ⇒ 970 р. (2 куд)

Наибольшая: $240 + 400 = 640$ р.

$240 + 400 + 70 + 90 + 100 \cdot 2 = 640 + 360 = 1000$ р. (2 куд)

$240 + 1000 + 70 + 90 \cdot 2 + 100 = 1900$ р. (2 м)
 $2026 \cdot 46 = 93196$
 $2026 \cdot 2 = 4052$
 $2027 \cdot 44 = 89188$
 $46 \cdot 2 = 92$
 $20 \cdot 26 = 520$
 $20 \cdot 2 \cdot 5 = 200$

$20ab \cdot xx = 20ab \Rightarrow b \cdot x = b$
 2026 - не подходит
 2028 - не подходит
 2031
 $2030 \cdot 50 = 101500$
 $2031 \cdot 51 = 103581$
 $2032 \cdot 52 = 105664$
 $2034 \cdot 54 = 110836$
 $2033 \cdot 53 = 107749$
 $2035 \cdot 55 = 111925$

$20ab \cdot xx = 20ab \Rightarrow b \cdot x = b$
 $6 \cdot 6 = 36$
 $7 \cdot 7 = 49$
 $8 \cdot 8 = 64$
 $9 \cdot 9 = 81$
 $1 \cdot 1 = 1$
 $2 \cdot 1 = 2$
 $2 \cdot 6 = 12$
 $3 \cdot 1 = 3$
 $4 \cdot 1 = 4$
 $4 \cdot 6 = 24$
 $5 \cdot 1 = 5$
 $5 \cdot 3 = 15$
 $5 \cdot 5 = 25$
 $5 \cdot 7 = 35$
 $9 \cdot 9 = 81$

будем искать в 20--
 году.
 Если 3 цифры 2 ⇒
 6, 7, 8, 9
 $6 \cdot 1 = 6$
 $6 \cdot 6 = 36$
 $7 \cdot 1 = 7$
 $8 \cdot 1 = 8$
 $9 \cdot 1 = 9$
 $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$
 $203 - 5 -$
 $202 - 4 -$
 $2035 = 20 + 35 = 55$