



40-87-58-60  
(140.1)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 8

Место проведения \_\_\_\_\_  
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьевы горы!  
наименование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ  
профиль олимпиады

АНДРЕЕВОЙ МАРГАРИТЫ АНДРЕЕВНЫ  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Выход 12:55 - 12:57 Кратко

Дата  
«06» АПРЕЛЯ 2025 года

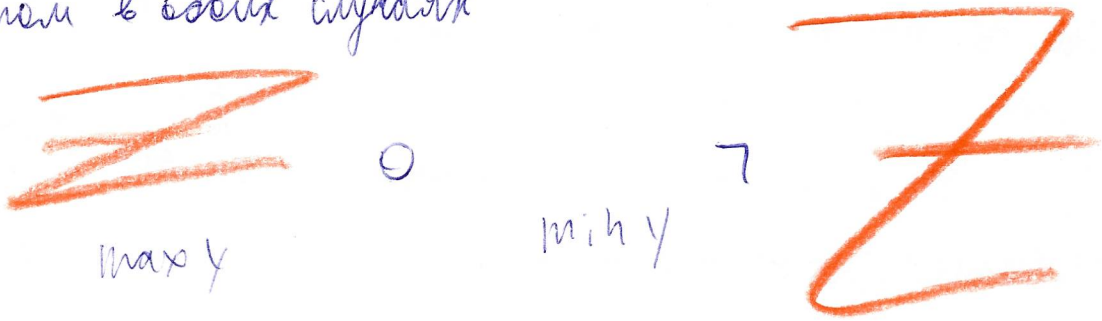
Подпись участника  
МВ

40-87-58-60  
(140.1)

~~ЧИСТОВИК~~ ЧЕРНОВИК

Задача 7.

Пирожков с яблоком как > пирожков с картошкой, т.к. с яблоком больше всего. Т.е. их хотя бы 5. Известны 9 пирожков, остальные - мясные, но не картофельные. Тощи Маша получила какб. сумму эти ч. пирожка д.б. макс. дороже - по 70р. Тощи получить можно, сумму макс. дешёвыми - по 70р., т.к. картофельных только ч. При этом в обоих случаях



100 (сто)

Ана - Ваня

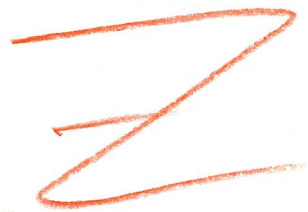
## ЧИСТОВИК

## Задача 7.

Тиромков с яблок. кашинкой больше всего  $\Rightarrow$  их больше, чем. картофельных тиромков  $\Rightarrow$  их хотя бы 5.

Ещё 3 тиромка — с капустой, с мясикой и с кудрявой, т.к. есть все 5 кашинки.

Это уже  $4+5+3=12$  тиромков и  
 $4 \cdot 60 + 5 \cdot 80 + 70 + 90 + 700 = 900$  рублей.



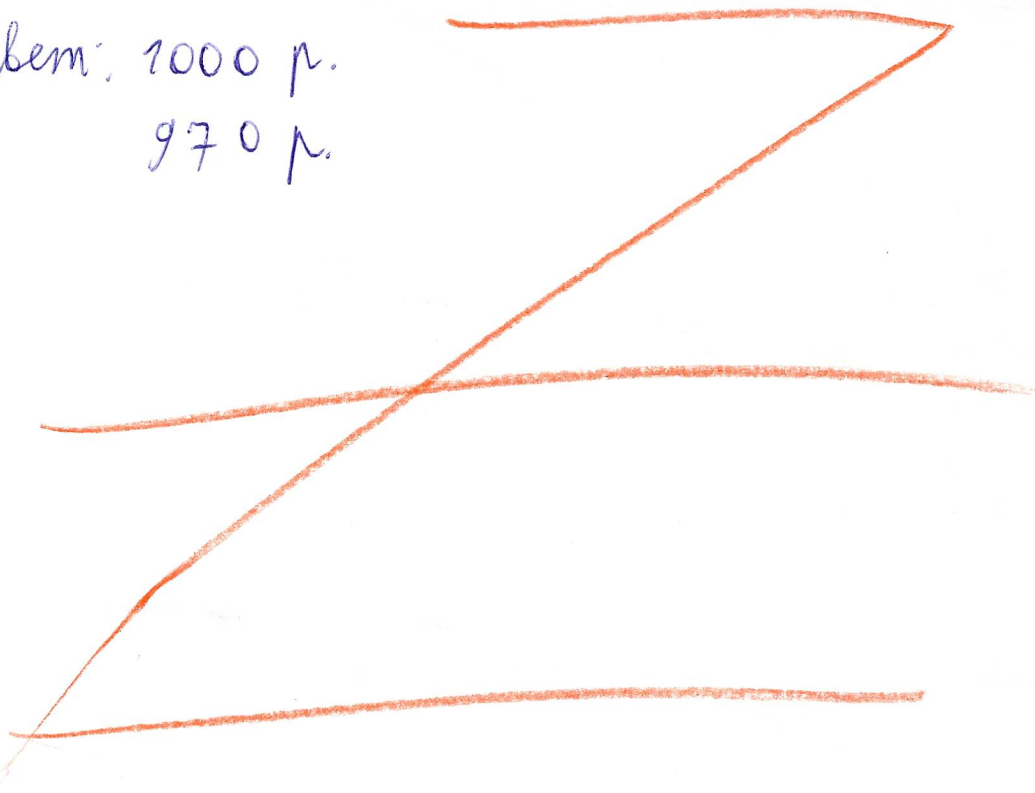
Тогда сумма была меньше, последний тиромок ф.о. меньше дороже  $-700$  р. Тогда сумма  $2000$  р.

Тогда сумма была меньше, последний тиромок ф.о. меньше действительны, но же картофельные, т.к. их ровно 4, т.е.  $70$  р. И сумма  $970$  р.

Заметим, что в обоих случаях тиромков с яблоком действительно больше всего.

Ответ:  $2000$  р.

$970$  р.



## Задача 2.

Обозначим  $x$  - число из первых двух цифр года,  $y$  - из последних двух.

Тогда необходимо:  $\overline{xy} = (x+y)$ , т.е.

$$100x + y = (x+y) \Rightarrow (100x+y) - (x+y) = (x+y)$$

$$99x = (x+y)$$

Мак. возможный  $x$  искомого года - 20 (месяц этот год был до 2025). Если  $x$  больше, то вне зависимости от  $y$ , соответствующий замечательный год больше любого года с  $x=20$ .

$$99 \cdot 20 = 1980 = (20+y)$$

$99 \cdot 20 = 1980$  Естественный след. элемент этого ряда после 45 - 55  $\Rightarrow$  при  $x=20$   $(x+y) \geq 55 \Rightarrow y \geq 35$ , а год -

$$2035 = 55 \cdot 37$$

Ответ: 2035

### Задача 3.

Пример:

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |



Оценка:

В полоске  $1 \times 3$  макс. 2 единицы, иначе это будут 3 подряд идущие единицы.

Слева разделение на 8 полос  $1 \times 3$  и одну центральную к. В полосках макс. 2 · 8 = 16 единиц. 17-ая м.д. в центр.к.

19 и больше — невозможно.

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 8 | 8 | 8 |
| 1 | 2 | 7 | 7 | 7 |
| 1 | 2 |   | 5 | 6 |
| 3 | 3 | 3 | 5 | 6 |
| 4 | 4 | 4 | 5 | 6 |

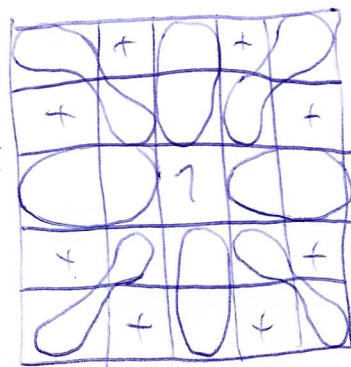
Если бы было 17 единиц, то одна г.д. в центре, и по 2 в каждой полоске из разделения.

Если в центре 1, то в каждой из указанных слева 8 областей макс. по одной единице, иначе образуются 3 подряд идущие единицы (вместе с центральной).

В областях макс. 8 единиц + 1 центр. = 9 к., тогда было 17 единиц, все к. в полосках

Тогда в заштригованных к. справа к.д., иначе будет 3 единицы подряд  $\Rightarrow$  к. с к.д. были в одной области с к.д., и там г.д. единицы, иначе останется  $\leq 17$  к., где м.д. единицы и образуется 3 единицы подряд. Противоречие, получить 17 единиц невозможно.

Ответ: 16



г.д. единицами.

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
|   | 1 |   | 1 |   |
| 1 |   |   |   | 1 |
| + | + | 1 | + | + |
| 1 |   |   |   | 1 |
|   | 1 |   |   | 1 |

## Задача 4.

Далее считается, что 2 точки лежат на одной прямой, только если эта прямая проведена на рис.

Всего есть 72 пар. точек, лежащих на одной прямой: каждая точка лежит на одной прямой ещё с 4 другими  $\Rightarrow$  таких пар  $\frac{6 \cdot 4}{2}$ , чтобы посчитать каждую пару ровно 1 раз. Т.е. их способов выбрать А и В.

С определяется, как третья точка прямой АВ.

В и С лежат ещё на одной прямой, кроме АВ. С тоже. На рис. нет параллельных прямых  $\Rightarrow$  точка

В определяется как пересечение 2 прямых, на кот. лежат точки В и С соответственно, и отлична от прямой ВС. А и D не на одной прямой, т.к. если бы было так, то D была бы на 3-ей прямой, на рис. нет 3-х прямых, пересекающихся в одной точке. А лежит ещё на одной прямой, кроме АВ  $\Rightarrow$  эта прямая пересекается с ВD и СD, определяя F и E в точках пересечения, соответственно.

Точким образом, по любым корректным А, В восстанавливается однозначно корректное расположение С, D, E, F  $\Rightarrow$  всего способов расстановки, только же, столько и пар А, В — 72. Отличных от исходного — 71.

Ответ: 71

## Задача 5.

Если встреча была ближе к берегу А, то в среднем скорость течения по течению реки  $u = 1 \text{ м/с}$ , которая у выдры, иначе они разойдутся. Расст. от выдры до воды меньше, чем половина канала, выдра движется вперед ~~тогда~~ с пост. скор.  $\Rightarrow$  ср. скор. выдры ближе к  $2 \text{ м/с}$ , чем к  $0 \text{ м/с}$ , т.е.  $> 1 \text{ м/с}$ . Позже, когда выдру будет сносить на  $1 \text{ м}$ , ср. скор. будет стремиться к  $1 \text{ м/с}$ , но не достигнет его  $\Rightarrow$  так выдра и щука разойдутся.

Если встреча была ближе к В, то щука со скор.  $1 \text{ м/с}$ , а далее сносится как выдра. До этого щука снеслась на  $1 \text{ м} \cdot 10 \text{ сек} = 10 \text{ м}$ , выдра также должна сноситься на  $10 \text{ м}$  до того момента, как щука попадет во 2-ую половину канала  $\Rightarrow$  выдра должна сноситься  $\frac{10 \text{ м}}{2 \text{ м/с}} = 5 \text{ сек}$  из  $10 \text{ сек}$ , когда щука в своей половине  $\Rightarrow$  первые  $5 \text{ сек}$  выдра на суше, далее за  $5 \text{ сек}$  сносится на  $10 \text{ м}$ , потом сносится одинаково с щукой. Тогда  $V = \frac{17 \text{ м}}{5 \text{ сек}} = 3,4 \text{ м/с} \Rightarrow$  скор. сближения выдры и щуки без учета течения  $3,4 - \frac{17}{5} \text{ м/с} = 2,4 \text{ м/с}$ . Исх. расст. между ними  $27 \text{ м} \Rightarrow$  они встретятся через  $\frac{27 \text{ м}}{2,4 \text{ м/с}} = 11,25 \text{ сек} \Rightarrow$  щука будет на расст.  $11,25 \text{ сек} \cdot 1 \text{ м/с} = 11,25 \text{ м}$  от А  $\Rightarrow$  на расст.  $11,25 \text{ м} - 10 \text{ м} = 1,25 \text{ м}$  от середины канала встретились выдра и щука, другого места встречи нет  $\Rightarrow$  это место ближе к сер. канала возм. ная встреча.

Ответ:  $V = 2,4 \text{ м/с}$

## Задача 6.

Пример:

$$x = (0, 1, 1, 1, \dots, 1, 1, 1) \text{ - размах } 1$$

$$y = (0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \dots, \frac{2023}{2024}, \frac{2024}{2025}) \text{ - размах } \frac{2024}{2025}$$

Оценка:

$y_n$  - левое из самого минимального и макс. чисел в  $y$ ;  $y_l$  - правое из них.

$m$  - мин. число в  $x$

~~Минимум~~

~~$$y_l = \frac{ny_n}{l}$$~~

~~Если  $l > n$ : Если  $l > n$ :~~

~~$$y_l \leq \frac{ny_n + m(l-n)}{l}$$~~



~~С~~ ЧЕРНОВИК

N1

$$60 \cdot 4 + 80 \cdot 5 + 100 \cdot 4 = 240 + 400 + 400 = 1040 \text{ (max)}$$

$$60 \cdot 4 + 80 \cdot 5 + 70 \cdot 4 = 240 + 400 + 280 = 920 \text{ (min)}$$

N2

~~2020~~  
~~188~~  
~~206~~

~~2026~~  
~~2027~~  
~~2028~~

$$\begin{array}{r} 2027 \overline{) 47} \\ \underline{188} \phantom{0} \\ 147 \phantom{0} \\ \underline{147} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 125 \\ \underline{945} \\ 18 \\ \underline{1725} \\ 0 \end{array}$$

45-45=2025  
45-46 x

47-44  
47-45  
 $\frac{9}{8} = \frac{\dots}{1000}$

~~234~~  
~~47~~  
~~52~~  
~~55~~  
~~55~~  
2.2.3.3 5.7.1

49.20 : X+Y

100X+Y : X+Y

100X+Y ≡ 0  
X+Y

99X ≡ 0  
X+Y

~~2055~~  
~~750~~  
~~555~~  
~~227~~

$$\begin{array}{r} 2035 \overline{) 55} \\ \underline{165} \phantom{0} \\ 385 \\ \underline{385} \\ 0 \end{array}$$

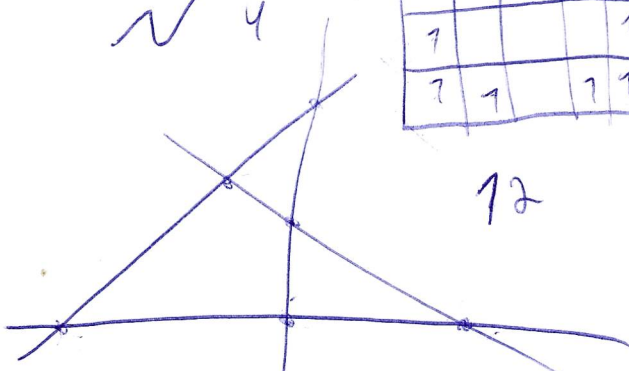
~~2035~~  
~~85~~

N4

|   |   |  |   |   |
|---|---|--|---|---|
| 1 | 1 |  | 1 | 1 |
| 1 |   |  |   | 1 |
|   | 1 |  | 1 |   |
| 1 |   |  |   | 1 |
| 1 | 1 |  | 1 | 1 |

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
|   | 1 | 1 |   | 1 |
| 1 | 1 |   | 1 | 1 |
|   |   | 1 |   | 1 |
| 1 | 1 |   |   | 1 |
| 1 | 1 |   | 1 | 1 |

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |



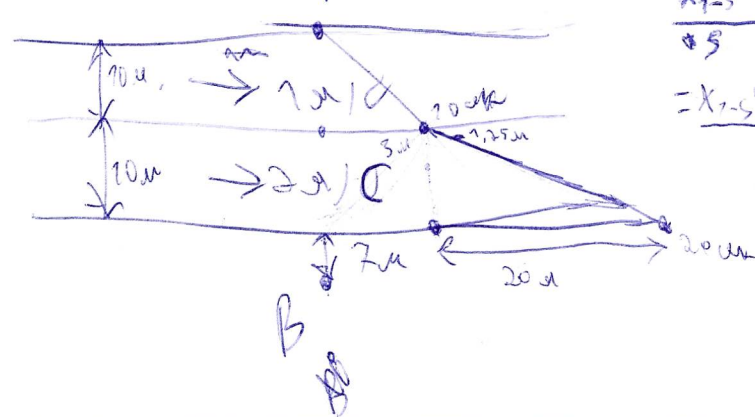
12

$\frac{15}{5}$   $\frac{12}{5}$  100K

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |

N5

$\frac{7}{5}$  M/100K



$2(3) + 3(3) = 5(6)$   
 $\frac{X_{1-5}}{5} - \frac{X_{1-5} + X_{5+7}}{5+7} = \frac{2024}{2025}$   
 $= \frac{X_{1-5}(5+7) - 5(X_{1-5} + X_{5+7})}{5(5+7)} = \frac{5X_{5+7}}{5(5+7)}$

~~$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \dots$~~