0 893364 310003

89-33-64-31

(150.4)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант В-1

Место проведения Пенза
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы!"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Романиковой Алёны Анатольевичи
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«6» апреля 2025 года

Подпись участника

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

95 (двоякая идея)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

89-33-64-31 (150.4)

Чистовик

Вариант В-1

(1)

Всего 20 команд. Т.е. матчей всего было сыграно

$19+18+\ldots+1+0 = \frac{19+0}{2}\cdot 20 = 190$ матчей

Т.е. всего очков (сумма всех очков) $3\cdot 190 = 570$

Допустим

$a_1, a_2, a_3 \ldots a_{20}$ – убыв. арифм. прогрессия, где a_1 – кол-во очков 1 место, a_{20} – кол-во очков 20 место)

$a_1 > a_2 > a_3 > \ldots > a_{20}$

И $a_1 \le 57$, $a_{20} \ge 0$ и т.к. $a_{20} = a_1 + d\cdot 19 \Rightarrow d = \{0; -1; -2; -3\}$

Т.к. прогрессия убыв $d \ne 0$. Разберем каждый случай

1) $d=-1$

$570 = \frac{2a_1 - 19}{2}\cdot 20 \Rightarrow 2a_1 = 57+19 \Rightarrow a_1 = 38$

Но т.к. кол-во очков должно быть $\vdots 3 \Rightarrow$ не подходит

2) $d=-2$

$570 = \frac{2a_1 - 38}{2}\cdot 20 \Rightarrow 2a_1 = 57+38$ $a_1 = \frac{95}{2} \notin Z \Rightarrow$ не подходит

3) $d=-3$

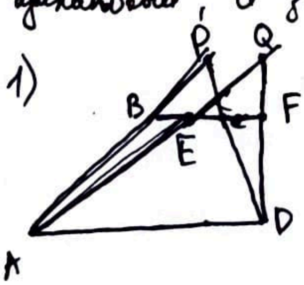
1 место ⇒ 2 место: $57-3$

$570 = \frac{2a_1 - 57}{2}\cdot 10 \Rightarrow 2a_1 = 57+57 \Rightarrow a_1 = 57$ – подходит ⇒

Т.к. Ответ: 54

(2)

Т.к. $\rho(C,E)=1 \Rightarrow$ очевидно, что ABCD и AEFD лежат по одну сторону от AD. Разберем 2 случая: 1) т. E лежит на BC 2) т. E вне BC // т. E точно на прямой BC, т.к. высоты у трапеций одинаковые, а значит прямые EF и BC совпадают.

1) 

$BC=2$, $EC=1$ $\Rightarrow BE=1$

Аналогично $CF=1$

$\Rightarrow BE=EC=CF=1$.

Рассмотрим $\triangle APD$: $\angle PBC = \angle PAD$ (соотв. при BC, AD), $\angle PCB = \angle PDA$ $\Rightarrow \triangle PBC \sim \triangle APD$

т.е. $\frac{h_{PBC}}{h_{PAD}} = \frac{BC}{AD}$ $\frac{x}{x+8} = \frac{2}{36}$, где x – высота в $\triangle PBC$

$6x = 2x + 16$ Чистовик

$4x = 16 \quad x = 4$

Теперь рассмотрим $\triangle AQD$, проводя аналогично преобразования получим

h_{AQD} тоже $= 4$.

Т.к. $h_{APD} = h_{AQD} = 12 \Rightarrow PQ$ на одном расстоянии от $AD \Rightarrow$

$\Rightarrow PQ \parallel AD$, т.е. $APQD$ — трапеция с высотой — 12

Найдем PQ

$\cancel{\frac{AB}{AP} = \frac{BC}{AD}\ (\triangle ABP \sim \triangle BCP)}$ $\quad \frac{AP}{BP} = \frac{AD}{BC}\ (\triangle APD \sim \triangle BPC)$

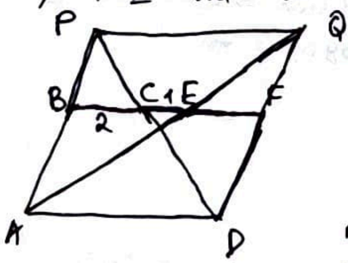
$\cancel{\frac{AB}{AP} = \frac{BE}{PQ}}$

$$\frac{AP}{BP} = 3 \Rightarrow BP = \frac{AP}{3} \Rightarrow AB = \frac{2}{3}AP$$

$$\triangle ABE \sim \triangle APQ \Rightarrow \frac{AB}{AP} = \frac{BE}{PQ} \Rightarrow \frac{\frac{2}{3}\cancel{AP}}{\cancel{AP}} = \frac{1}{PQ} \Rightarrow PQ = \frac{3}{2}$$

$$S_{APQD} = \frac{AD+PQ}{2}\cdot 12 = \frac{6+\frac{3}{2}}{2}\cdot 12 = \frac{\overset{15}{12+3}}{\cancel{4}}\cdot \overset{3}{\cancel{12}} = \underline{\underline{45}}$$

2). т. E вне BC



Аналогично с 1) $PQ \parallel AD$
и высота в $APQD$-трапеции — $\underline{12}$

Также
$AB = \frac{2}{3}AP$

но теперь

$$\triangle ABE \sim \triangle APQ \Rightarrow \frac{BE}{PQ} = \frac{AB}{AP}$$

$$\frac{3}{PQ} = \frac{\frac{2}{3}\cancel{AP}}{\cancel{AP}} \Rightarrow PQ = \frac{9}{2}$$

$$S_{APQD} = \frac{6+\frac{9}{2}}{2}\cdot 12 = \frac{\overset{21}{12+9}}{\cancel{4}}\cdot \underset{3}{\cancel{12}} = \underline{\underline{63}}$$

Ответ: 45 или 63

89-33-64-31 (150.4)

Чистовик

3

$$2\log_4^2(x+3)\cdot\log_9^2(x+8) \le \log_3(x+3)\cdot\log_2(x+8)-2$$

ОДЗ: $x>-3$

$$2\cdot\frac{1}{4}\log_2^2(x+3)\cdot\frac{1}{4}\log_3^2(x+8) \le \frac{\log_2(x+3)}{\log_2 3}\cdot\frac{\log_3(x+8)}{\log_3 2}-2$$

1

$$\frac{1}{8}\left(\log_2(x+3)\cdot\log_3(x+8)\right)^2-\log_2(x+3)\cdot\log_3(x+8)+2\le 0$$

Пусть $\log_2(x+3)\cdot\log_3(x+8)=t$

$$\frac{1}{8}t^2-t+2\le 0 \Rightarrow t^2-8t+16\le 0 \Rightarrow (t-4)^2\le 0$$

$\Downarrow$

$t=4.$

Т.е. $\log_2(x+3)\cdot\log_3(x+8)=4$

Т.к. по ОДЗ: $x>-3 \Rightarrow$ ~~log~~ $x+8>5 \Rightarrow \log_3(x+8)>0$ и монотонно возрастает.

Т.к. $\log_3(x+8)>0 \Rightarrow \log_2(x+3)>0$, чтобы получить 4, или

$x>-2$

Мы имеем произведение двух положительных и монотонно возрастающих функций, а справа const $\Rightarrow$ если и есть корень, то он единственный. Легко подбирается корень $\underline{x=1}$. – он единственный

Ответ: $\underline{\underline{x=1}}$

4

Во-первых, ясно, что полные кубы типа $\{27, 64, 125\ldots\} \in A$.

Поймем, какое максимальное $\sqrt[3]{n}$ может быть на нашем отрезке

10^3-1000

$12^3=144\cdot 12=1728$

$13^3=169\cdot 13=$

$$\begin{array}{r} 144\\ \times\ 12\\ \hline 288\\ 144\ \\ \hline 1728 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 169\\ \times\ 13\\ \hline 507\\ 169\ \\ \hline 2197 \end{array} >2025. \qquad \begin{array}{r} 121\\ \times\ 11\\ \hline 121\\ 121\ \\ \hline 1331 \end{array}$$

Т.е. $\left[\sqrt[3]{2025}\right]=12$

$11^2=121\cdot 11=1331$

Разобъём весь наш отрезок на подотрезки, такие, чтобы они делились числами (27, 64, 125...) получим

Чистовик

~~[2?,26]~~ $[25,26]$, $[28,63]$, $[65;124]$ ....

Каждому из этих отрезков имеем одно и тоже $[\sqrt[3]{n}]$

2 — $[25,26]$

3 — $[28,63]$

4 — $[65,124]$

...

12 — $[1332;2025]$

Осталось посчитать сколько на каждом отрезке будет нужных нам чисел. Заметим, что кол-во чисел будет длина отрезка поделить нацело на нужное число

$[25,26]$ — 1 число

$[28,63] - \left[\frac{63-28+1}{3}\right] = 12$

$[65,124] - \left[\frac{124-65+1}{4}\right] = 15$

$[126;215] - \left[\frac{215-125}{5}\right] = 18$

$[217,342] - \left[\frac{342-216}{6}\right] = 21.$

Дальше явно видна закономерность, т.е. на 7 — 24, на 8 — 27 на 9 — 30 на 10 — 33, на 11 — 36, ~~на 12 — 39~~

Это закономерность и понятно, у нас каждый раз последнее число кратно, и (первое — 1) тоже кратно. А кол-во возрастает на 3 каждый раз, потому что 3 степень.

$2025 - 1728 = 297$

~~$2025 - 1332 = 693$~~

~~$693 : 12 = 57,\ldots$~~

Раз отрезок с 12

$[1728;2025] - \left[\frac{2025-1728}{12}\right] = \left[\frac{297}{12}\right] = 24.$

$297 : 12 = 24$, $297 - 24 = 57$, $57 - 48 = 8..$

Черновик

Т.е всего чисел будет

$1+\frac{12+36}{2}\cdot 9+24+10=24\cdot 9+24+11=240+11=251$

кроме 2 — от 3 до 11 — 12 — сами числа 27, 64, 125, ...

Ответ: 251

5

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a\sqrt{xy}}{x+y}\geq\frac{a}{2}+2$$

$a-?$ $(a>0)$
Нер-во верно при $\forall x,y\geq0$

$$\frac{x^2+y^2}{xy}+\frac{a\sqrt{xy}}{x+y}\geq\frac{a}{2}+2$$

$$\frac{(x+y)^2-2xy}{xy}+a\frac{\sqrt{xy}}{x+y}\geq\frac{a}{2}+2$$

$x,y>0$.

$$\left(\frac{x+y}{\sqrt{xy}}\right)^2-2+a\frac{\sqrt{xy}}{x+y}\geq\frac{a}{2}+2$$

Пусть $\frac{x+y}{\sqrt{xy}}=t$, причем т.к ~~$x,y\geq0$~~ по нер-ву Коши $\frac{x+y}{2}\geq\sqrt{xy}$

$$\frac{x+y}{\sqrt{xy}}\geq 2$$

Т.е наше $t\geq 2$

имеем $t^2+\frac{a}{t}-\frac{a}{2}-4\geq0$

$f(t)$

~~чтобы это нер-во выполнялось при $t\geq\frac{1}{2}$ необходимо~~

~~$\begin{cases} f(\frac{1}{2})\geq 0 \\ f'(t)\geq0 \text{ при } t\geq\frac{1}{2}\end{cases}$~~ ~~$\begin{cases}\frac{1}{4}+2a-\frac{a}{2}-4\geq0 \\ 2t-\frac{a}{t^2}\geq0 \text{ при } t\geq\frac{1}{2}\end{cases}$~~

$$\frac{t^3-t\left(\frac{a}{2}+4\right)+a}{t}\geq0$$

, т.к $t\geq 2$ можно умножить на + обе части

$$\underbrace{t^3-t\left(\frac{a}{2}+4\right)+a}_{f(t)}\geq0$$

Это у нас какая кубическая функция

$f'(t)=3t^2-\frac{a}{2}-4$ — это парабола ветвями вверх

Причем т.к $a>0$, то у ~~$f'(t)$ ровно 2~~ $f'(t)=0$ — ровно 2 корня, а значит наша $f(t)$ испытывает 2 изгиба (такого вида ~)

Чистовик

$f'(t)=0$

$3t^2=\frac{a}{2}+4$

$t^2=\frac{a}{6}+\frac{4}{3}$ $\quad t=\pm\sqrt{\frac{a}{6}+\frac{4}{3}}$

но, т.к $t\geq 2$, корень с „–" нам не нужен

~~Разберем~~ Разберем 2 случая $\sqrt{\frac{a}{6}+\frac{4}{3}}<2$ и $\sqrt{\frac{a}{6}+\frac{4}{3}}\geq 2$

1) $\frac{a}{6}+\frac{4}{3}<4$ $\quad \frac{a}{6}<\frac{8}{3}$ $\quad a<16$

Тогда наша функция вообще будет монотонно возрастающая, т.е чтобы наше нер-во выполнялось, достаточно $f(t=2)\geq 0$

~~3·4~~ $\underbrace{3\cdot 2^3}_{24}-2\cdot\left(\frac{a}{2}+4\right)+a\geq 0$

$24-a-8+a\geq 0 \Rightarrow a\in\mathbb{R}$, т.е при $a\in(0;16)$ — точно будут при всех $t\geq 0$ решения

2). $a\geq 16$

Т.е. наша функция также начнется в 2, но потом убывает, а дальше возрастает, т.е. чтобы нер-во выполнялось надо, чтобы $f_{min}\geq 0$, т.е $f\left(\sqrt{\frac{a}{6}+\frac{4}{3}}\right)\geq 0$

$3\left(\sqrt{\frac{a}{6}+\frac{4}{3}}\right)^3-\sqrt{\frac{a}{6}+\frac{4}{3}}\left(\frac{a}{2}+4\right)-a\geq 0$

$\sqrt{\frac{a}{6}+\frac{4}{3}}\left(3\cdot\left(\frac{a}{6}+\frac{4}{3}\right)-\frac{a}{2}-4\right)-a\geq 0$

$\sqrt{\frac{a}{6}+\frac{4}{3}}\left(\frac{a}{2}+4-\frac{a}{2}-4\right)-a\geq 0 \Rightarrow a\leq 0$, т.е.

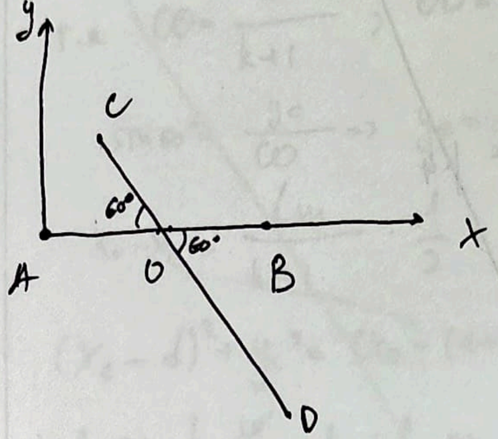
$\begin{cases} a\leq 0 \\ a\geq 16 \end{cases} \Rightarrow a\in\varnothing$

Ответ: $a\in(0;16)$

Чистовик

6

Введем оси координат так, чтобы прямая l совпадала с осью OX и т. A поставим в $(0;0)$



$A(0;0)$ $B(1;0)$

$C(x_C, y_C)$, $D(x_D, y_D)$, $O(x_O;0)$

причем

$(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2 = m^2$

и

$$\frac{(x_C - x_O)^2 + y_C^2}{(x_D - x_O)^2 + y_D^2} = k^2$$

$\operatorname{tg} 60° = \frac{y_C}{x_O - x_C}$ $\quad \sin 60° = \frac{y_C}{CO} = \frac{|y_D|}{OD} \Rightarrow \frac{y_C}{|y_D|} = \frac{CO}{OD} = k$

$\operatorname{tg} 60° = \frac{y_D}{x_O - x_D}$ $\quad$ Аналогично $\frac{x_O - x_C}{x_O - x_D} = k \Rightarrow kx_O - kx_D = x_O - x_C$

Допустим, мы передвинули AB на какое-то d го в полож. направлении оси OX.

тогда $A(d;0)$ $B(1+d;0)$

$$\left.\begin{array}{l} AC = \sqrt{(x_C - d)^2 + y_C^2} \\ BD = \sqrt{(x_D - 1 - d)^2 + y_D^2} \end{array}\right\} =$$

$(x_C - d)^2 + y_C^2 = (x_D - (1+d))^2 + y_D^2$

$x_C^2 - 2x_C d + \cancel{d^2} + y_C^2 = x_D^2 - 2x_D - 2dx_D + 1 + 2d + \cancel{d^2} + y_D^2$

$\cancel{y_D^2 =}$ $\cancel{y_C^2 = y_D^2 k}$ $\quad x_D^2 + x_C^2 - 2x_C x_D + y_D^2 + y_C^2 - 2y_C y_D = m^2$

$\cancel{x_C^2 - 2x_C d}$ $\quad x_D^2 + y_D^2 = m - y_C^2 - x_C^2 + 2x_C x_D + 2y_C y_D$

$x_C^2 - 2x_C d + y_C^2 = m^2 - y_C^2 - x_C^2 + 2x_D x_C + 2y_C y_D - 2x_D - 2dx_D + 1 + 2d$

$y_C = k \cdot |y_D|$

(*)

Нам нужно свидеть y_C, x_C, y_D, x_D через k, x_0 Чистовик

$$\sin 60^\circ = \frac{y_C}{\sqrt{y_C^2 + (x_0 - x_C)^2}}$$

$$(y_C^2 + (x_0 - x_C)^2) \cdot \frac{3}{4} = y_C^2$$

$$\frac{3}{4} y_C^2 + \frac{3}{4} x_0^2 - \frac{3}{2} x_0 x_C + \frac{3}{4} x_C^2 = y_C^2 \quad | \cdot 4$$

$$3x_0^2 - 6x_0 x_C + 3x_C^2 = y_C^2$$

Аналогично

$$\frac{3}{4}(y_D^2 + (x_0 - x_D)^2) = y_D^2$$

$$3x_D^2 - 6x_0 x_D + 3x_0^2 = y_D^2$$

$$\begin{cases} 3x_0^2 - 6x_0 x_C + 3x_C^2 = y_C^2 \\ 3x_0^2 - 6x_0 x_D + 3x_D^2 = y_D^2 \\ kx_0 - kx_D = x_0 - x_C \end{cases} \Rightarrow y_D^2 - y_C^2 = 3x_D^2 - 3x_C^2 - 6x_0 x_D + 6x_0 x_C$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{kx_D - x_C}{k-1}$$

$$y_D^2 - y_C^2 = 3x_D^2 - 3x_C^2 - 6 \cdot \frac{kx_D - x_C}{k-1} \cdot (x_D - x_C) \quad // y_C^2 = k^2 y_D^2$$

$$y_C^2(k^2 - 1) = 3(x_D - x_C)\left(x_D + x_C - 2\frac{kx_D - x_C}{k-1}\right) =$$

$$y_C^2(k^2 - 1) = 3(\cancel{k-1})(x_D - x_C)\frac{\cancel{kx_D} + kx_C - x_D - \cancel{x_C} - \cancel{2}kx_D + \cancel{2}x_C}{k-1}$$

$$y_C^2(k^2 - 1) = 3(x_D - x_C)\frac{x_C(k+1) - x_D(k+1)}{k-1}$$

$$y_C^2(k-1)(\cancel{k+1}) = -3(x_D - x_C)^2 \frac{\cancel{k+1}}{k-1} \quad // k \neq -1$$

$$\cancel{-y_C^2 (k-1)^{(1-k)} = -3(x_D - x_C)^2}$$

$$y_C^2 \cdot (k-1) \cdot (1-k) = 3(x_D - x_C)^2$$

Чистовик

Если $CO = x$, то $OD = m - x$

$$\frac{x}{m-x} = k \Rightarrow x = km - kx \Rightarrow x = \frac{km}{k+1}.$$

т.е. $CO = \frac{km}{k+1}$, $OD = m - \frac{km}{k+1} = \frac{mk+m-km}{k+1} = \frac{m}{k+1}.$

$$\sin 60^\circ = \frac{y_C}{CO} \Rightarrow y_C = \frac{km}{k+1}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2},\ |y_D| = \frac{m}{k+1}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x_O - x_C = \frac{km}{k+1}\cdot\frac{1}{2} \qquad x_D - x_O = \frac{m}{k+1}\cdot\frac{1}{2}$$

$$(x_C - d)^2 + y_C^2 = (x_D - (1+d))^2 + y_D^2$$

$$x_C^2 - 2x_C d + \cancel{d^2} + y_C^2 = x_D^2 - 2x_D - 2x_D d + 1 + 2d + \cancel{d^2} + y_D^2$$

x_C, y_C, x_D, y_D должны быть такие, чтобы d существовало. ~~[illegible]~~

ну а x_C, y_C, x_D, y_D связаны с m, k.

Черновик

$a > 0$?

5.

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a\sqrt{xy}}{x+y} \geq \frac{a}{2}+2$$ – выполн при $\forall\, x, y > 0$

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$$

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x} \geq 2$$

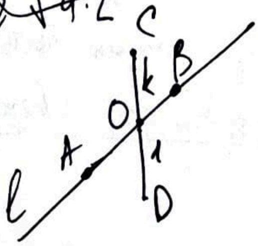
1.1.

$$\frac{x^2+y^2}{xy}$$

$$\cancel{x+y} > \quad \frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy} \quad \frac{2\cdot 2}{2} \cdot \sqrt{2}\,2$$

$$\frac{y+1}{2} \geq \sqrt{4\cdot 2}$$

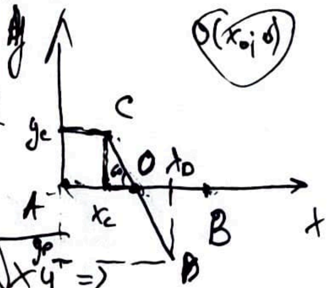
$$\frac{a\sqrt{xy}}{x+y} \geq \frac{a}{2}$$



$CD = m$

$$\boxed{\sqrt{xy}} \leq \frac{x+y}{2}$$

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x} \geq 2$$



$O(x_0; 0)$

$$\underbrace{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-2}_{\geq 0}+a\left(\underbrace{\frac{\sqrt{xy}}{x+y}-\frac{1}{2}}_{\leq 0}\right) \geq 0 \qquad \frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy} \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{xy}}{x+y} \leq \frac{1}{2}$$

$B(1;0)$

$A(0;0)$

$$\frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2-2xy}{xy} = \frac{(x+y)^2}{xy}-2 = \left(\frac{x+y}{\sqrt{xy}}\right)^2$$

$$t^2+\frac{a}{t} \geq \frac{a}{2}+2 \qquad \frac{x+y}{\sqrt{xy}} \geq \frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{t}{2}\right)$$

Черновик

$2\log_4^2(x+3)\cdot\log_9^2(x+8)\le\log_8(x+3)\cdot\log_2(x+8)-2$

$x+3>0 \quad x>-3$

$x+8>0$

$1740+12\cdot x=2016$

2016

$\log_3(x+8)=\dfrac{\log_2(x+3)}{\log_2 3}$

$x=\dfrac{2016-1740}{12}$

$\log_2 3=\dfrac{1}{\log_3 2}$

$\log_2^2(x+8)=\dfrac{\log_3(x+8)}{\log_3 2}$

~~1728, 2016~~

1740.

1727, 2025

$\log_4(x+3)\cdot\log_4(x+3)=\frac{1}{4}\log_2^2(x+3)$

$\frac{1}{8}\log_2^2(x+3)\cdot\log_3^2(x+8)-\log_2(x+3)\cdot\log_3(x+8)+2\le 0$

$\frac{1}{8}t^2-t+2\le 0$

$t^2-8t+16\le 0$

$(t-4)^2\le 0 \qquad t=4$

$2016-1740=276$

$276:12=23$

$2028:12=169$

$2025:12=168$

$64\cdot 8=512$

$81\cdot 9=819$

4.

$[\sqrt[3]{n}]$

25, ... 2025 ? ∈ Z.

27 : 3.

64 : 4

$[\sqrt[3]{2025}]=12$

$\not\vdots$ 27,04

27.

27

$\sqrt[3]{n}-1\le[\sqrt[3]{n}]\le\sqrt[3]{n}$

1001; 1330]

5 - 125

6 - 216

7 - 343

$36\cdot 6=216$

$49\cdot 7=343$

$144\cdot 12=1728$

$169\cdot 13=2197$

12

Черновик

$19+18+17+16+\dots+1+0$

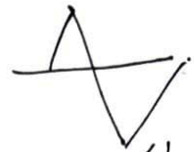
1 2 3 4 19

$\frac{1+19}{2}\cdot 20 = 10\cdot 20 = 200.$

1-19

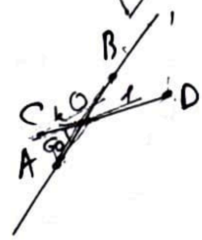
0-

$\frac{19+0}{2}\cdot 20$



600.

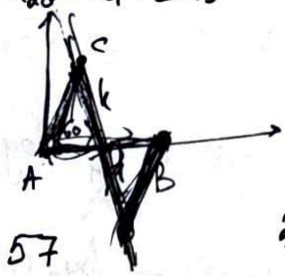
$a_1, a_2, \dots, a_{20}.$ $a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a_{20}$



$a_1 \le 57$ $a_{20} \ge 0$

$\frac{a_1+a_{20}}{2}\cdot 20 = 600$

$a_{20} = a_1 + d\cdot 19$



$\frac{2a_1+d\cdot 19}{2} = 30$

~~m-k=1~~

$m-k=1.$

$2=m-2k$

$2a_1 + d\cdot 19 = 60.$

$a_1 = 57$

$a_{20} = 57-19\cdot 3 = 0$

57

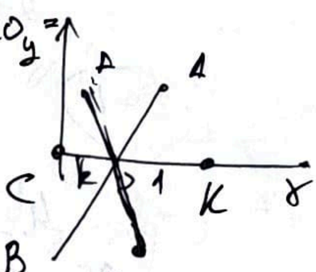
$2\cdot 57 - 3\cdot 19 = 57$

$49 - 2\cdot 19 = 11$

38

$2\cdot a_1 - 2\cdot 19 = 60$

$\frac{49+11}{2}\cdot 20$



$2\cdot a_1 = 98$

$a_1 = 49$