



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 11

Место проведения Москва  
город

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Олимпиада школьников Покори Воробьевы  
наименование олимпиады

горы на французском

по французскому  
профиль олимпиады

Антонова Дмитрий Алексеевича  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата  
«01» 04 2023 года

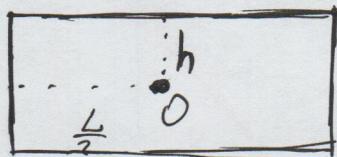
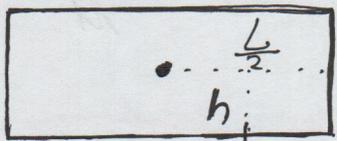
Подпись участника  
[Подпись]

05-46-53-06  
(107.2)

Задание 1

Использовать

После удара шайба закруживаться не будет т.к. брусок гладкий и на шайбу не будет действовать сила трения (соотв. моменты силы трения) Это для упругого удара. ~~Но если удар~~



7

7

На протяжении всего движения по оси X на шайбу не действуют силы  $\Rightarrow v_x = \text{const}$

Пусть начальная скорость шайбы  $v$

$v_x = v \cos \alpha$

Найдём момент инерции бруска относительно точки O:

$\lambda = \frac{M}{L}$  — линейная плотность.



$v_{y0} = v \sin \alpha$  т.к. L-направл

$v_{y1} = v \beta$

$I = \int_0^L 2 dx \int_0^L dm x^2 = \int_0^L 2 \cdot \frac{M}{L} x^2 dx = 2 \frac{M}{L} \frac{x^3}{3} \Big|_0^L$

$= 2 \frac{M L^3}{L \cdot 3 \cdot 8} = \frac{ML^2}{12}$

ЗСМ:

$m v \beta = -m v \beta + M v_y$

$M v_y = m v (2 + \beta)$

ЗУММ:

$m v \sin \alpha \left(\frac{L}{2}\right) = -m v \beta \left(\frac{L}{2}\right) + \frac{ML^2}{12} \omega$

$\frac{m v}{2} (2 + \beta) = \frac{ML \omega}{12}$

$m v (2 + \beta) = \frac{ML \omega}{6}$

ЗСЭ:  $\frac{m v^2}{2} = \frac{m v^2}{2}$

$\frac{m}{2} (v_x^2 + v \sin^2 \alpha) = \frac{m}{2} (v_x^2 + v \beta^2) + \frac{M v_y^2}{2} + \frac{ML^2 \omega^2}{24}$

$m v^2 \sin^2 \alpha = m v \beta^2 + M v_y^2 + \frac{ML^2 \omega^2}{12}$

нет ответа уо бруска

$Z = 6A$

15	49
5	50
5	10
2	15
3	15
3	3

$$Mv_y = mv(L+\beta) \quad v_y = \frac{L}{6}\omega \rightarrow \omega = \frac{6v_y}{L} \quad \text{шестобок}$$

$$mv(L+\beta) = \frac{ML}{6}\omega$$

$$mv^2L^2 = mv^2\beta^2 + Mv_y^2 + \frac{ML^2}{12}\omega^2$$

$$mv^2L^2 = mv^2\beta^2 + Mv_y^2 + \frac{ML^2}{12} \cdot \frac{36v_y^2}{L^2}$$

$$mv^2L^2 = mv^2\beta^2 + Mv_y^2 + 3Mv_y^2$$

$$mv^2L^2 = mv^2\beta^2 + 4Mv_y^2$$

$$mv^2L^2 = mv^2\beta^2 + 4M \frac{m^2v^2(L+\beta)^2}{M^2}$$

$$L^2 = \beta^2 + \frac{4m(L+\beta)^2}{M}$$

$$(L-\beta)(L+\beta) = \frac{4m(L+\beta)^2}{M}$$

$$L-\beta = \frac{4m(L+\beta)}{M}$$

$$4m(L+\beta) = M(L-\beta)$$

$$m = \frac{M(L-\beta)}{4(L+\beta)}$$

$$m = \frac{2802(0,4)}{4 \cdot (4,8)} = \frac{2802}{4 \cdot 12} =$$

$$= \frac{702}{12} = \frac{35}{6} \approx \underline{5,82}$$

Ответ: 5,82

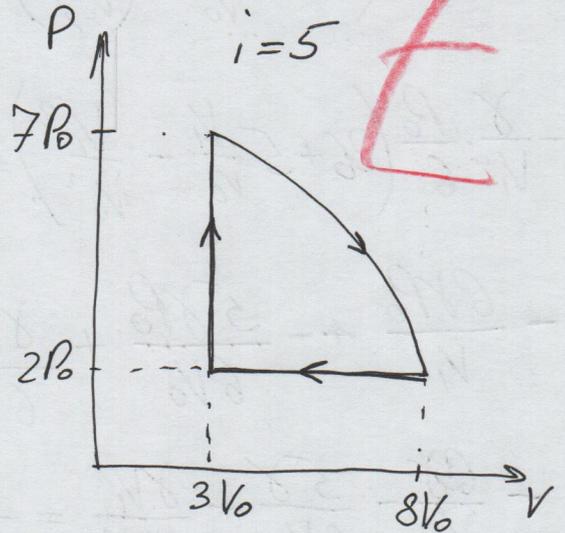
Готовик

Задача 2

Процесс может иметь постоянную теплоемкость только если подчиняется уравнению политропы

а дальше?

$$P = \frac{P_0}{6} \left( 36 + 5 \frac{V}{V_0} - \left( \frac{V}{V_0} \right)^2 \right)$$



Найти

На ~~этом~~ изохоре тепло подается, а на ~~этой~~

Если цикл по часовой стрелке, то тепло подается на изохоре и отнимается на изохоре, а также на участке парабола. Найти точку, в которой тепло перестает передаваться и начинает отниматься. Касательная к параболе в данной точке совпадет с касательной к адиабате в этих условиях.

$P, V$  - дав. и объем в этой

$$PV^\gamma = P_1 V_1^\gamma$$

$$P = \frac{P_1 V_1^\gamma}{V^\gamma}$$

$$dP = -\frac{\gamma P_1 V_1^\gamma}{V^{\gamma+1}} dV$$

$$\frac{dP}{dV} = -\frac{\gamma P_1 V_1^\gamma}{V^{\gamma+1}}$$

Тогда

$$P = \frac{P_0}{6} \left( 36 + 5 \frac{V}{V_0} - \frac{V^2}{V_0^2} \right)$$

$$dP = \frac{P_0}{6} \left( \frac{5}{V_0} - \frac{2V}{V_0^2} \right) dV$$

$$\frac{dP}{dV} = \frac{P_0}{6} \left( \frac{5}{V_0} - \frac{2V}{V_0^2} \right)$$

исходик

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP}{dV} &= -\frac{\gamma P_0 V_0^\gamma}{V_0^{\gamma+1}} \\ \frac{dP}{dV} &= \frac{P_0}{6} \left( \frac{5}{V_0} - \frac{2V}{V_0^2} \right) \end{aligned} \right\} -\frac{\gamma P_1}{V_1} = \frac{5P_0}{6V_0} - \frac{2V_1 P_0}{6V_0^2}$$

$$P_1 = \frac{P_0}{6} \left( 36 + 5 \frac{V_1}{V_0} - \left( \frac{V_1}{V_0} \right)^2 \right)$$

$$\gamma = \frac{5}{3} = \frac{7}{5}$$

$$-\frac{\gamma \cdot P_0}{V_1} \left( 36 + 5 \frac{V_1}{V_0} - \frac{V_1^2}{V_0^2} \right) = \frac{5P_0}{6V_0} - \frac{2V_1 P_0}{6V_0^2}$$

$$-\frac{6\gamma P_0}{V_1} + \frac{5\gamma P_0}{6V_0} + \frac{\gamma P_0 V_1}{6V_0^2} = \frac{5P_0}{6V_0} - \frac{V_1 P_0}{3V_0^2}$$

$$-\frac{6\gamma}{V_1} - \frac{5\gamma}{6V_0} + \frac{\gamma V_1}{6V_0^2} = \frac{5}{6V_0} - \frac{V_1}{3V_0^2}$$

$$-\frac{6}{V_1} \cdot \frac{7}{5} - \frac{7}{6V_0} + \frac{7V_1}{6 \cdot 5V_0^2} = \frac{5}{6V_0} - \frac{V_1}{3V_0^2}$$

$$-\frac{42}{5V_1} + \frac{7V_1}{30V_0^2} + \frac{V_1}{3V_0^2} = \frac{2}{V_0}$$

$$-\frac{42}{5V_1} + \frac{17V_1}{30V_0^2} - \frac{2}{V_0} = 0$$

$$-\frac{42}{5} + \frac{17V_1^2}{30V_0^2} - \frac{2V_1}{V_0} = 0$$

$$-\frac{42V_0^2}{5V_0^2} + \frac{17V_1^2}{30V_0^2} - \frac{2V_1 V_0}{V_0^2} = 0$$

$$-252V_0^2 + 17V_1^2 - 60V_1 V_0 = 0$$

$$17V_1^2 - 60V_1 V_0 - 252V_0^2 = 0$$

05-46-53-06  
(107,2)

$$17V_1^2 - 60V_1V_0 - 252V_0^2 = 0$$

$$D = 3600V_0^2 + 17136V_0^2 = 20736V_0^2$$

$$\sqrt{D} = 144V_0$$

$$V_1 = \frac{60V_0 + 144V_0}{34} = \frac{204V_0}{34} = \frac{102V_0}{17} = \underline{\underline{6V_0}}$$

$$P_1 = \frac{P_0}{6} \left( 36 + \frac{30V_0}{V_0} - \frac{36V_0^2}{V_0^2} \right) = \underline{\underline{5P_0}}$$

При  $P_1 = 5P_0$  и  $V_1 = 6V_0$  Тепло не поглощается  
Если цикл по часовой стрелке, то

Тепло поглощается на изохоре и на  
параболе от  $V = 3V_0$  до  $V_1 = 6V_0$ . А отводится  
Тепло на изохоре и на параболе от  
 $V_1 = 6V_0$  до  $V = 8V_0$

Найдём КПД цикла:

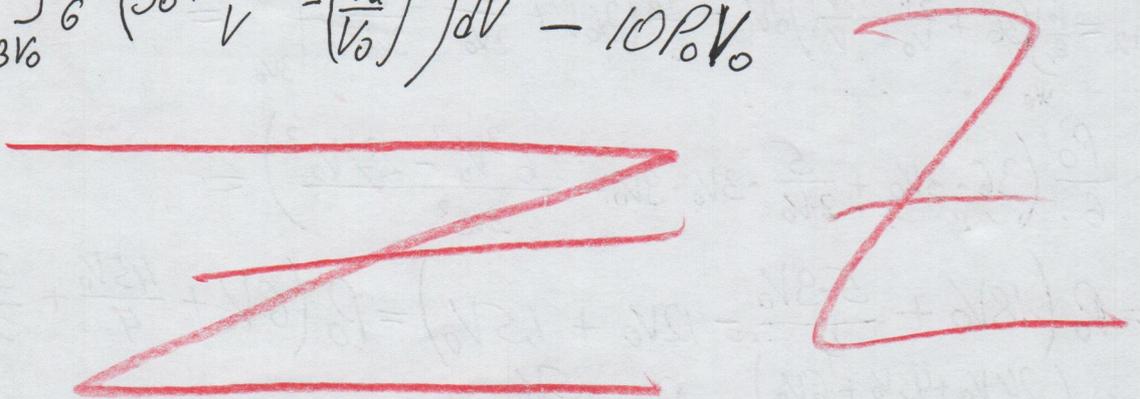
$$\eta = \frac{A}{Q_{in}}$$

$A$  - площадь ~~цикла~~ внутри цикла.

$$A = \int_{3V_0}^{8V_0} \frac{P_0}{6} \left( 36 + \frac{5V_0}{V} - \left( \frac{V_0}{V} \right)^2 \right) dV - 10P_0V_0$$

методик

$$\begin{array}{r} 31 \\ 252 \\ \times 17 \\ \hline 1784 \\ 252 \\ \hline 4284 \\ \times 4 \\ \hline 17136 \end{array}$$



результат

$$A' = \int_{3V_0}^{8V_0} \frac{P_0}{6} \left( 36 + \frac{5V}{V_0} - \frac{V^2}{V_0^2} \right) dV =$$

$$\frac{25V_0^3 - 27V_0^3}{3V_0^2} = \frac{-2V_0^3}{3V_0^2} = -\frac{2}{3}V_0$$

$$= \frac{P_0}{6} \left( 36V + \frac{5V^2}{2V_0} - \frac{V^3}{3V_0^2} \right) \Big|_{3V_0}^{8V_0} =$$

$$= \frac{P_0}{6} \left( 36(5V_0) + \frac{5}{2V_0} (5V_0 \cdot 11V_0) - \frac{(8^3V_0^3 - 27V_0^3)}{3V_0^2} \right) =$$

$$= \frac{P_0}{6} \left( 180V_0 + \frac{275V_0}{2} - \frac{512V_0}{3} + 3V_0 \right) =$$

$$\frac{256V_0^3 - 27V_0^3}{3V_0^2} = \frac{229V_0^3}{3V_0^2} = \frac{229}{3}V_0$$

$$= P_0 \left( 30V_0 + \frac{275}{12}V_0 - \frac{512V_0}{18} + \frac{3V_0}{2} \right)$$

$$A = A' - 10P_0V_0 = 20P_0V_0 + \frac{275}{12}P_0V_0 - \frac{256P_0V_0}{9} + \frac{3P_0V_0}{2} =$$

$$= 20,5P_0V_0 + 22,91P_0V_0 - 28,44P_0V_0 = 43,4P_0V_0 - 28,4P_0V_0 =$$

$$= \cancel{15P_0V_0} \quad 575/36 P_0V_0$$

1 кер. ТА

Посчитаем  $Q_H$ :

$$Q_H = A_1 + A_2 + \Delta U_1 + \Delta U_2$$

$$P_1 = 2P_0 \cdot 3V_0 = 6P_0V_0 = \Delta U_1 \quad A_1 = 0$$

$$7P_0 \cdot 3V_0 = 21P_0V_0 \quad \Delta U_1 = \frac{5}{2} 3V_0 (7P_0 - 2P_0) = \frac{5}{2} \cdot 15P_0V_0 = \frac{75P_0V_0}{2}$$

$$\Delta U_2 = \frac{5}{2} (30P_0V_0 - 24P_0V_0) = \frac{5}{2} 9P_0V_0 = \frac{45P_0V_0}{2}$$

$$\frac{6^3V_0^3 - 27V_0^3}{3V_0^2} = \frac{216V_0^3 - 27V_0^3}{3V_0^2} = \frac{189V_0^3}{3V_0^2} = 63V_0$$

$$A_2 = \frac{P_0}{6} \int_{3V_0}^{6V_0} \left( 36 + \frac{5V}{V_0} - \frac{V^2}{V_0^2} \right) dV = \frac{P_0}{6} \left( 36V + \frac{5V^2}{2V_0} - \frac{V^3}{3V_0^2} \right) \Big|_{3V_0}^{6V_0} =$$

$$= \frac{P_0}{6} \left( 36 \cdot 3V_0 + \frac{5}{2V_0} \cdot 3V_0 \cdot 9V_0 - \frac{6^3V_0^3 - 27V_0^3}{3V_0^2} \right) =$$

$$= P_0 \left( 18V_0 + \frac{5 \cdot 9V_0}{4} - 12V_0 + 1,5V_0 \right) = P_0 \left( 6V_0 + \frac{45V_0}{4} + \frac{3V_0}{2} \right) =$$

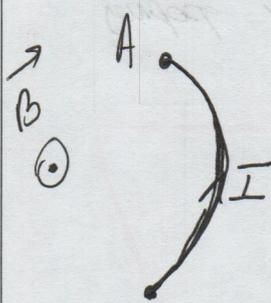
$$= P_0 \left( \frac{24V_0 + 45V_0 + 6V_0}{4} \right) = P_0 \frac{75V_0}{4} \quad \checkmark$$

$$Q_4 = \frac{75 \text{ PоV}_0}{2} + \frac{45 \text{ PоV}_0}{2} + \frac{75 \text{ PоV}_0}{4} = \frac{120 \text{ PоV}_0}{2} + \frac{75 \text{ PоV}_0}{4} = \frac{240 \text{ PоV}_0 + 75 \text{ PоV}_0}{4} = \frac{315 \text{ PоV}_0}{4}$$

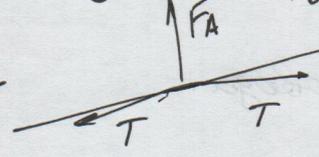
$$2 = \frac{16 \text{ PоV}_0 \cdot 4}{315 \text{ PоV}_0} = \frac{64}{315}$$

Ответ:  $\eta = \frac{64}{315} \approx \frac{115}{567}$

Задача 3



Провод примет форму участка дуги окружности

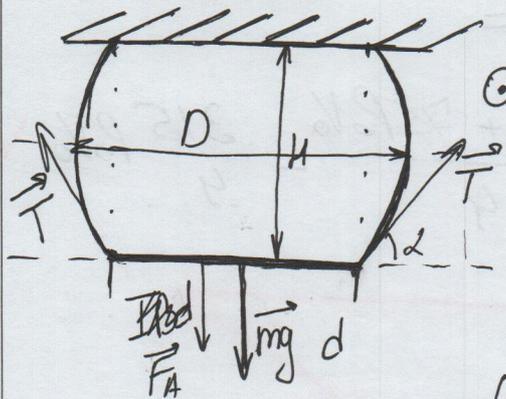


Т.к. сила Ампера на малый участок провода всегда направлена горизонтально и  $\perp$  участку провода, а т.к. в

каждом положении провод статичен, то результирующая сила на любую ось  $O \Rightarrow$  сила натяжения ~~на~~ провода в любой точке одинакова, а это возможно только если провод часть дуги окружности.  $\oplus$

$m = 0,8 \text{ кг}$     $d = 0,8 \text{ м}$

гитовик



OB

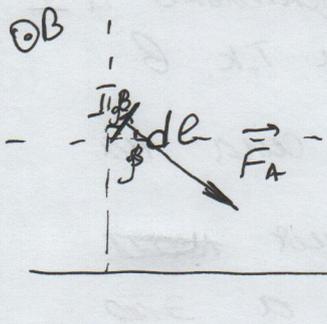
Исходя из рисунка ток идёт против часовой стрелки

Из сообр. симметрии сила натяж. нити в левой и в правой нити равны.

$$2T \sin \alpha = mg + IBd$$



Т.к. провода невесомы, то они имеют форму участка дуги окружности  
рассмотрим малый участок провода:



$$F_A = IBde$$

$$F_{Ax} = IBde \cos \beta = IBdh$$

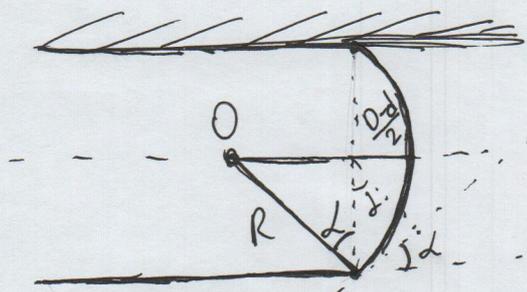
$$IBH = 2T \cos \alpha$$

$$2T = \frac{IBH}{\cos \alpha}$$

$$\frac{IBH}{\cos \alpha} \sin \alpha = mg + IBd$$

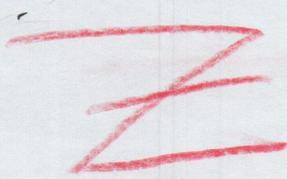
$$IBH \tan \alpha = mg + IBd$$

O - центр окружности

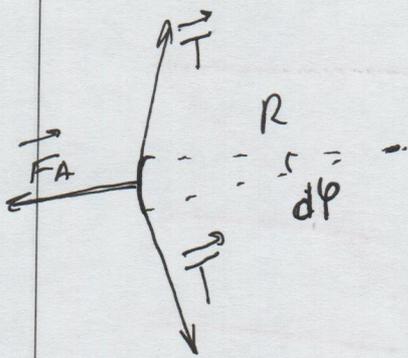


$$\tan \alpha = \frac{2(R - (\frac{D-d}{2}))}{H}$$

$$\tan \alpha = \frac{2R - D + d}{H}$$



методом



$$IBR d\varphi = 2T \cdot \frac{d\varphi}{2}$$

$$T = IBR$$

$$IBH = 2T \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{H}{2R}$$

$$\sin \alpha = \frac{R - \left(\frac{D-d}{2}\right)}{R}$$

$$2T \sin \alpha = mg + IBd$$

$$2IBR \frac{R - \left(\frac{D-d}{2}\right)}{R} = mg + IBd$$

$$IB(2R - D + d) = mg + IBd$$

$$2R = \frac{mg + IBd}{IB} + D - d$$

$$\left\{ \begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{mg + IBd}{IBH} \end{aligned} \right.$$

$$2T \sin \alpha = mg + IBd$$

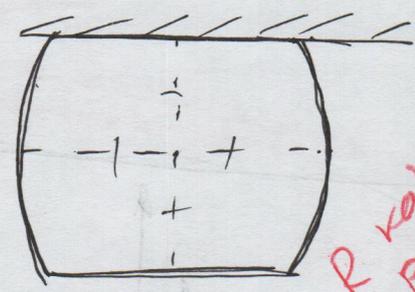
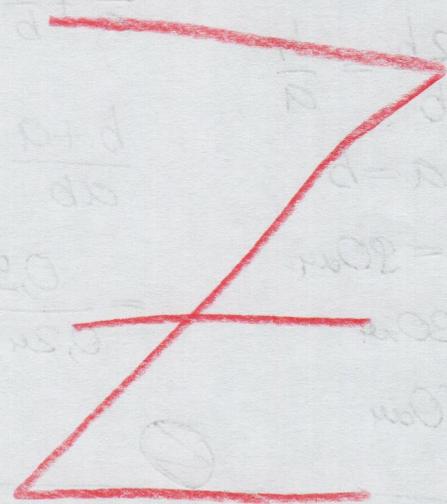
$$T = IBR$$

$$IBH = 2T \cos \alpha$$

~~$$IBH = 2IBR \cos \alpha$$~~

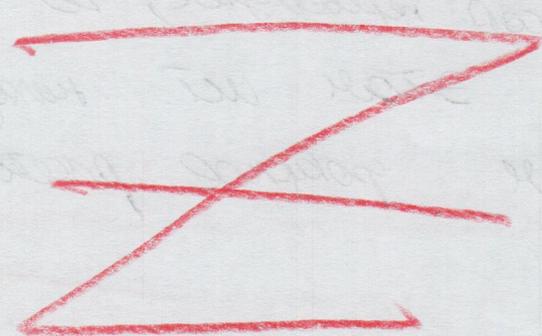
$$I(BH \operatorname{tg} \alpha - Bd) = mg$$

$$I = \frac{mg}{B(H \operatorname{tg} \alpha - d)}$$

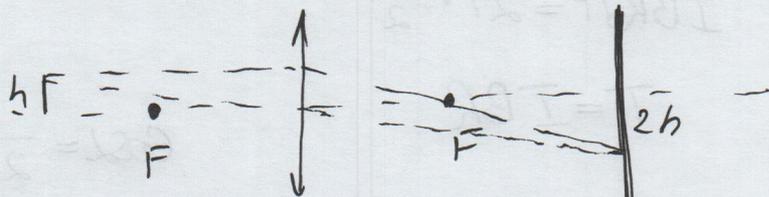


*R как раз можно найти*

Не хватает 1-го уравнения где R



Задача 4



$$a + b = 90 \text{ см}$$

$$\frac{2h}{b} = \frac{h}{a}$$

$$2a = b$$

$$3a = 90 \text{ см}$$

$$a = 30 \text{ см}$$

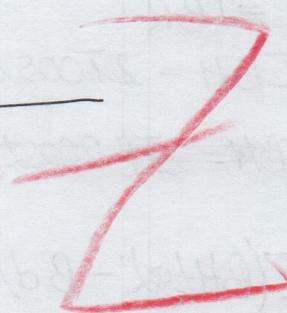
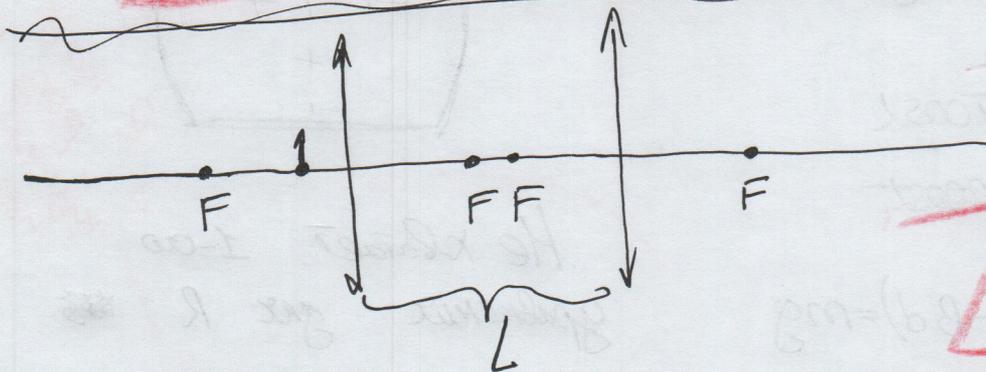
$$b = 60 \text{ см}$$

ФТЛ:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} = D$$

$$\frac{b+a}{ab} = D = \frac{0,6 + 0,3}{0,18 \text{ м}^2} = \frac{0,9}{0,18 \text{ м}^2} =$$

$$= \frac{0,9}{0,2 \cdot 0,9} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ диоптрий}$$



Т.к. объект перевернутое, то объектив собирает.  
но при этом шт. находится ближе  
к линзе, чем фокусное расстояние.

