



53-45-46-21
(124.1)



сдан 14⁰⁷

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант С-3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Точкари Воробьевы горы"
наименование олимпиады

ПО математике
профиль олимпиады

Малашова Дмитрия Владимировича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
53-45-46-21	85	20	20	20	20	5	0		

53-45-46-21
(124.1)

черновик №1

Handwritten signature

$$\sqrt{2} \sin x (\cos x - 2 \sin x) + \sqrt{2} \cos x (2 \cos x + \sin x) =$$

$$= 2 \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{8}\right) - 1 = \cos \left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos 2x \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin 2x \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x \cos x - 2\sqrt{2} \sin^2 x + \sqrt{2} \sin x \cos x + 2\sqrt{2} \cos^2 x$$

$$= \cos 2x \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin 2x \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (\sin 2x - \cos 2x) + 2\sqrt{2} (\cos^2 x - \sin^2 x) = \cos 2x \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin 2x \frac{\sqrt{2}}{2}$$

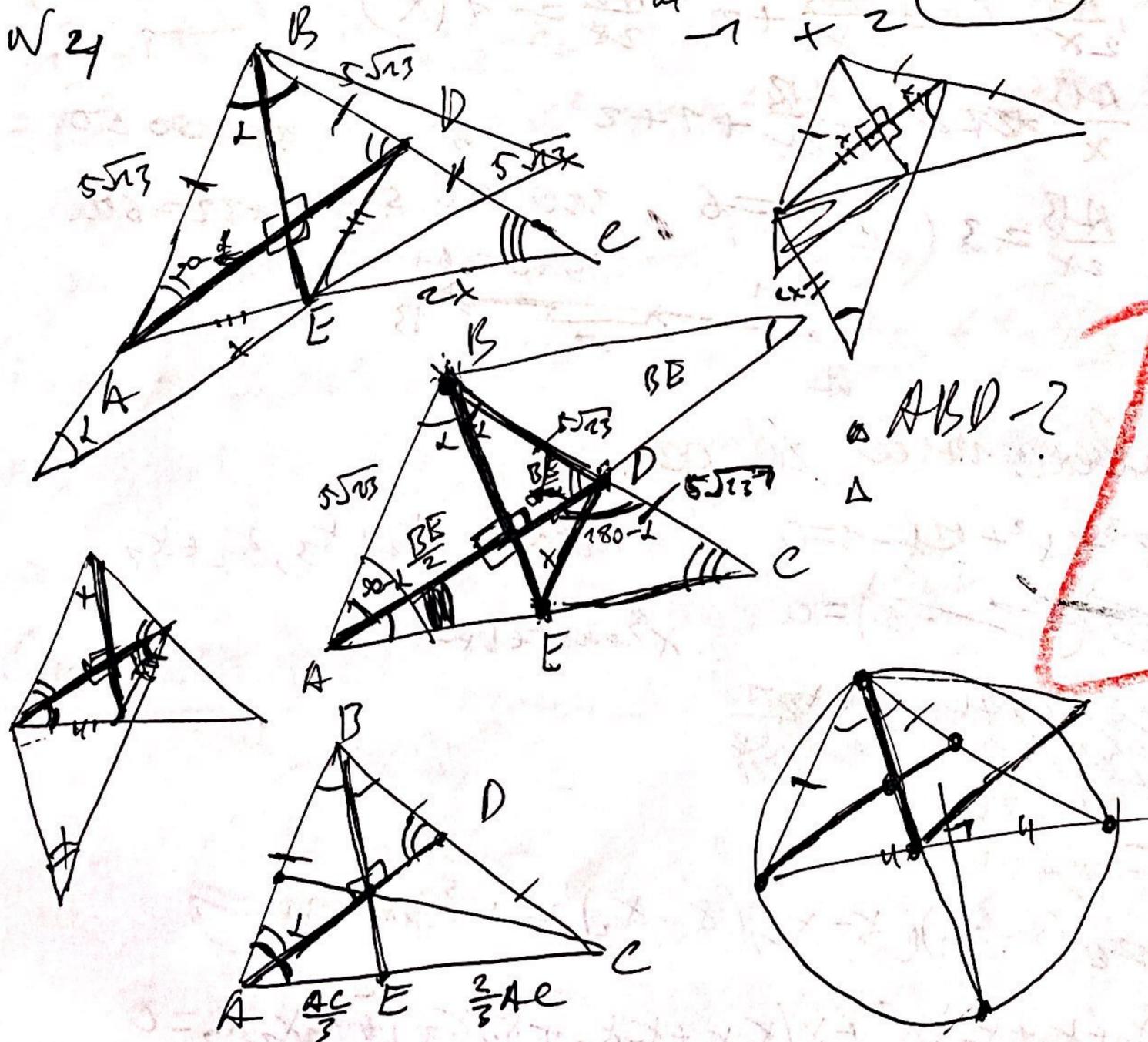
$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x + 2\sqrt{2} \cos 2x - \frac{\cos 2x \sqrt{2}}{2} + \frac{\sin 2x \sqrt{2}}{2}$$

$$2\sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \cos 2x + \sqrt{2} \sin 2x = 0$$

$$\boxed{\cos 2x + \sin 2x = 0}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x + \cos 2x = 0$$

№2



Чернобыль

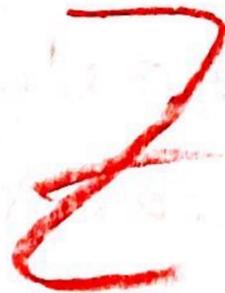
14:00.



2x - ск. авто

x - ск. вело.

1) путь авто - 1



1.1 ост-авто. t - весь путь

100 100 50

~~2x + 2 =~~

$$\frac{AB}{2x} + 2 = \frac{AB}{x} + 1$$



$$\frac{AB}{2x} - \frac{AB}{x} = -1 - \frac{AB}{2x} = -1$$



$$\frac{AB}{2x} = 1 + 2$$

17:00

1.2. ост-вело

$$\frac{AB}{2x} = \frac{AB}{x} + 1 + 2 - \frac{AB}{2x} = 3$$

~~t = 3 17:00~~



2.1. $\frac{AB}{2x} + 1 = \frac{AB}{x} + 2$ $\frac{AB}{2x} = -1$ (X)



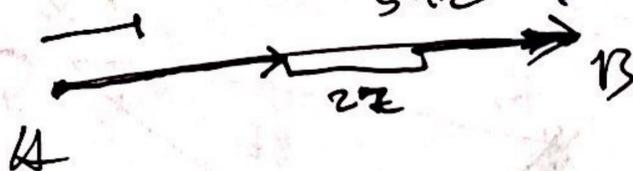
2.2. $\frac{AB}{x} + 1 = \frac{AB}{2x} + 1 + 2$

$$\frac{AB}{2x} = 3$$

$$t = 6$$

2 1 300 100 50
32 + 32 = 64

$$5 + 2 = 6 + 1$$



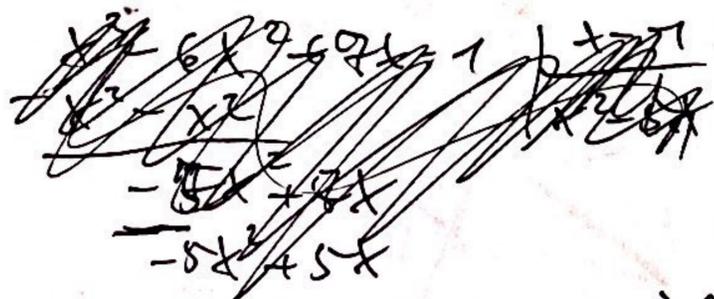
Ответ: 17:00, 20:00.

$$\sqrt{3} x^3 - 6x^2 + 7x - 1 = 0$$

$x_1 + x_2, x_2 + x_3, x_3 + x_1$

$$(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = 0$$

$$x^3 + ax^2 + bx + c$$



$$(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = x^3 - 6x^2 + 7x - 1$$

$$x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + x(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1) - x_1x_2x_3 = 0$$

53-45-46-21
(124.1)

Черновик

$$\begin{cases} x_1 x_2 x_3 = 1 \\ x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = 7 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

$$2(x_1 + x_2 + x_3) = -a \quad \boxed{a = -12}$$

$$(x_1 + x_2)(x_2 + x_3) + (x_1 + x_2)(x_2 + x_3) + (x_1 + x_3)(x_2 + x_3) = b$$

$$(x_1 + x_2)(x_1 + x_3)(x_2 + x_3) = -c$$

$$b = (x_1 x_2 + x_2^2 + x_3 x_1 + x_1^2 + x_2 x_2 + x_2 x_3 + x_3^2 + x_3 x_2 + x_1 x_2) = b$$

$$\boxed{3x_1 x_2 + 3x_2 x_3 + 3x_3 x_1} + \boxed{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = b$$

$$(x_1 + x_2 + x_3)^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1 x_2 + 2x_2 x_3 + 2x_1 x_3$$

$$\frac{(x_1 + x_2 + x_3)^2}{3^2} + \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3}{3} = \boxed{b = 7} \quad \text{и } 3$$

$$(x_1^2 + x_2 x_1 + x_1 x_3 + x_2 x_3)(x_2 + x_3) = -c$$

$$x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 + x_1 x_2 x_3 + x_2^2 x_3 + x_1^2 x_3 + x_1 x_2 x_3 + x_3^2 x_1 + x_3^2 x_2 = -c$$

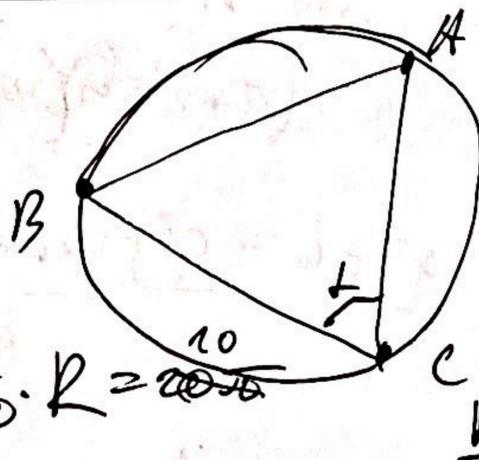
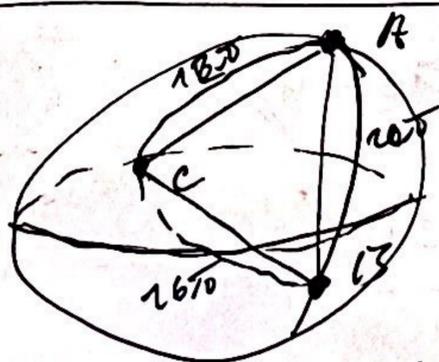
$$x_1(x_2 + x_2 + x_3) + x_2(x_1 + x_1 + x_3)$$

$$x_1^2(x_2 + x_3) + x_2^2(x_1 + x_3) + x_3^2(x_1 + x_2) = -c$$

$$(x_1 + x_2 + x_3)(x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1) = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 + x_1^2 x_3 + x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_3 + x_3^2 x_2 + x_3^2 x_1 =$$

$$= 7 \cdot 6 = 42 - 3 = 39 = -c$$

$$\text{Ответ: } -12, 43, -39 \quad \boxed{x^3 - 12x^2 + 43x - 39}$$



$$AB = 200 \cdot \frac{1}{360} \cdot R = 200 \cdot \frac{R}{360}$$

черновик $1 = p_1 < p_2 < \dots < p_k = N$

$\sigma(N)$ - сумма делителей.

$$\sigma(N^3) \geq N^3$$

$10 = \overbrace{125}^1 \overbrace{10}^2 \overbrace{10}^3 \overbrace{10}^4$
 $12 = 1234612$
 1

$$p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1876} \cdot p_{1877} \geq N^3$$

$$\sigma(N^3) \geq N^3$$

$$\sqrt[3]{p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1876} \cdot p_{1877}} \geq N$$

$$1 < \sqrt[3]{p_3 \cdot p_4 \cdot p} \leq \sigma(N^3) N^3$$

$$N = p_{1879} \quad p_{1879}^2 \geq N^2 \quad p_{1879} \geq N \geq p_{1877}$$

$$p_{1879} = p_{1876} \cdot p_3$$

$$p_{1879}^2 \geq N^2$$

$$p_{1879} \geq N \geq p_{1877}$$

$$p_{1879} = p_{1876} \cdot p_3$$

$$p_{1879}^2 \geq N^2 \geq p_{1877}^2$$

$$p_{1878} \cdot p_4 = p_{1879}$$

$$N \leq p_{1879}$$

$$p_{1877}^3 \leq N^3 \leq p_{1879}^3$$

$$1877^3 \leq \sigma(N^3) \leq 1879^3$$

$$2^3 = 8$$

$$3^3 = 27$$

$$13^3 = 2197$$

$$6^3 = 216 = 6 \cdot 6 \cdot 6$$

$$10^3 = 1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10$$

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$$

$$1236$$

$$\frac{n!}{(n-k)k!} = \frac{n!}{3! \cdot 1} = 9$$

$$\frac{n!}{k!} = \frac{9!}{3!} = 4$$

$$4^3 = 64$$

$$124 \quad 1248 \quad 16 \quad 64 \quad 32$$

$$124816 \quad 3264$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!}$$

$$n \rightarrow n^3$$

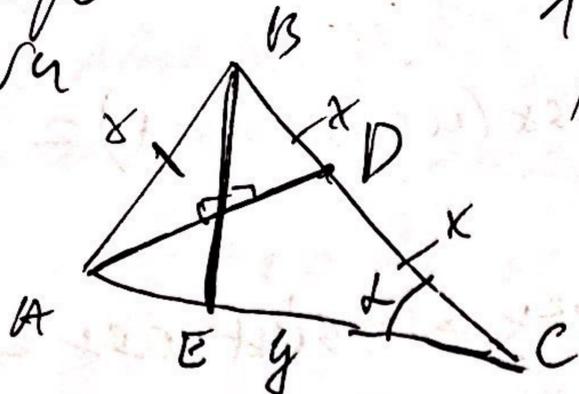
$$(1+2+3) \cdot (1+2+3) \cdot (1+2+3)$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

53-45-46-21

(124.1)

Чертовик
или



$$1) \quad BE^2 = 4x^2 + \frac{4}{9}y^2 - 2 \cdot 2x \cdot \frac{2}{3}y \cos \angle C$$

$$x^2 = y^2 + 4x^2 - 4x \cdot y \cos \angle C$$

$$BE^2 = 4x^2 + \frac{4}{9}y^2 - \frac{8}{3}xy \cos \angle C$$

$$\frac{2}{3}(3x^2 + y^2) = \frac{8}{3}xy \cos \angle C$$

$$BE^2 + 2x^2 + \frac{2}{3}y^2 = 4x^2 + \frac{4}{9}y^2$$

$$BE^2 = 2x^2 - \frac{2}{9}y^2$$

$$AD^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos \angle A$$

$$y^2 = x^2 + 4x^2 - 2 \cdot 2x^2 \cos \angle A$$

$$2AD^2 = 4x^2 - 4x^2 \cos \angle A$$

$$y^2 = 5x^2 - 4x^2 \cos \angle A$$

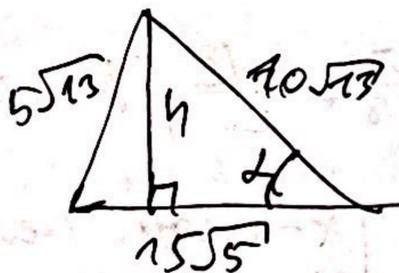
$$2AD^2 - y^2 = -x^2$$

$$AD^2 = BE^2 = \frac{y^2 - x^2}{2} = 2x^2 - \frac{2}{9}y^2$$

$$y^2 - x^2 = 4x^2 - \frac{2}{9}y^2$$

$$\frac{27}{9}y^2 = 5x^2 \quad \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{5-3}} y = x$$

2)



$$y = \frac{5\sqrt{13} \cdot 10\sqrt{13}}{15\sqrt{5}} \quad \boxed{y = 25\sqrt{5}}$$

$$\cos \angle C = \frac{25 \cdot 13}{100 \cdot 13 + 225 \cdot 5} - 2 \cdot 25\sqrt{65} \cos \angle C$$

$$\frac{475 - 15 + 1125}{300\sqrt{65}} = \cos \angle C$$

$$\frac{210}{365} = \frac{7}{\sqrt{65}} = \cos \angle C \Rightarrow \sin \angle C = \frac{2100}{1725}$$

$$\begin{array}{r} \times 75 \\ 13 \\ \hline 225 \\ + 25 \\ \hline 250 \\ + 975 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$\frac{h}{10\sqrt{13}} = \frac{7}{\sqrt{65}} \quad h = \frac{40\sqrt{13}}{\sqrt{65}} = \frac{40\sqrt{5}}{5} = 8\sqrt{5} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$S = \frac{8\sqrt{5} \cdot 25\sqrt{5}}{2} = 5 \cdot 25 \cdot 4 = \boxed{300}$$

Числовик.

$$\sqrt{1} \cdot 1 + \sqrt{2} \sin x (\cos x - 2 \sin x) + \sqrt{2} \cos x (2 \cos x + \sin x) = 2 \cos^2(x + \frac{\pi}{8})$$

$$\sqrt{2} \sin x \cos x - 2\sqrt{2} \sin^2 x + 2\sqrt{2} \cos^2 x + \sqrt{2} \sin x \cos x = 2 \cos^2(x + \frac{\pi}{8}) - 1 = \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = \cos 2x \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin 2x \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x + 2\sqrt{2}(\cos^2 x - \sin^2 x) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \sin 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sqrt{2} \sin 2x + 2\sqrt{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x = 0 \quad | \cdot 2$$

$$3 \sin 2x + 3 \cos 2x = 0 \quad | : 3$$

$$\sin 2x + \cos 2x = 0 \quad | : \cos 2x$$

$$\cos 2x \neq 0, \quad \tan 2x + 1 = 0$$

$$\tan 2x = -1$$

$$2x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, \quad k \in \mathbb{Z} \quad \text{Ответ: } -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

№2(1) Рассмотрим случаи:

1) Автомобиль выезжает в 14:00 и не делает остановку. Тогда время всего пути:	$\left\{ \begin{array}{l} x - \text{скор. вело.} \\ 2x - \text{скорость авто} \\ AB - \text{весь путь} \\ t - \text{время в пути} \end{array} \right.$
---	--

$$t = \frac{AB}{2x} = \frac{AB}{x} + 1 + 2 = \frac{AB}{x} + 3 \Rightarrow -\frac{AB}{2x} = 3 \text{ время } < 0$$

Случай не подходит.

2) Автомобиль выезжает в 14:00 и делает остановку на 2 часа:

$$t = \frac{AB}{2x} + 2 = \frac{AB}{x} + 1 \quad -\frac{AB}{2x} = -1 \Rightarrow \frac{AB}{2x} = 1$$

$t = 1 + 2 = 3 \text{ часа}$ Случай подходит. Время: 17:00

числовое. №2 (с)

3) Автомобиль выезжает в 18:00 и не делает остановку на пути:

$$t = \frac{AB}{2x} + 1 = \frac{AB}{x} + 2 - \frac{AB}{2x} = 1 \quad \text{то время } \leftarrow \text{лучай не подходит.}$$

4) Автомобиль выезжает в 15:00 и делает остановку на 2 часа:

$$t = \frac{AB}{2x} + 3 = \frac{AB}{x} \quad \frac{AB}{2x} = 3 \Rightarrow t = 6$$

лучай подходит. Время прибытия 20:00

Ответ: 17:00, 20:00.

$$\sqrt{3(1)} x^3 - 6x^2 + 7x - 1 = 0$$

Для кубического многочлена по теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 x_2 x_3 = 1 \\ x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = 7 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \end{cases} \quad \text{для } x^3 - 6x^2 + 7x - 1$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_2 + x_3 = -a \\ (x_1 + x_2)(x_2 + x_3) + (x_1 + x_2)(x_1 + x_3) + (x_2 + x_3)(x_1 + x_3) = b \\ (x_1 + x_2)(x_1 + x_3)(x_2 + x_3) = -c \end{cases}$$

$$-a = 2(x_2 + x_2 + x_3) = 12 \Rightarrow a = -12$$

$$b = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 3x_1 x_2 + 3x_2 x_3 + 3x_1 x_3 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2x_1 x_2 - 2x_2 x_3 - 2x_1 x_3 + 3x_1 x_2 + 3x_2 x_3 + 3x_1 x_3 =$$

$$= (x_1 + x_2 + x_3)^2 + x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = 6^2 + 7 = 43$$

$$b = 43$$

Числовые

N3(2)

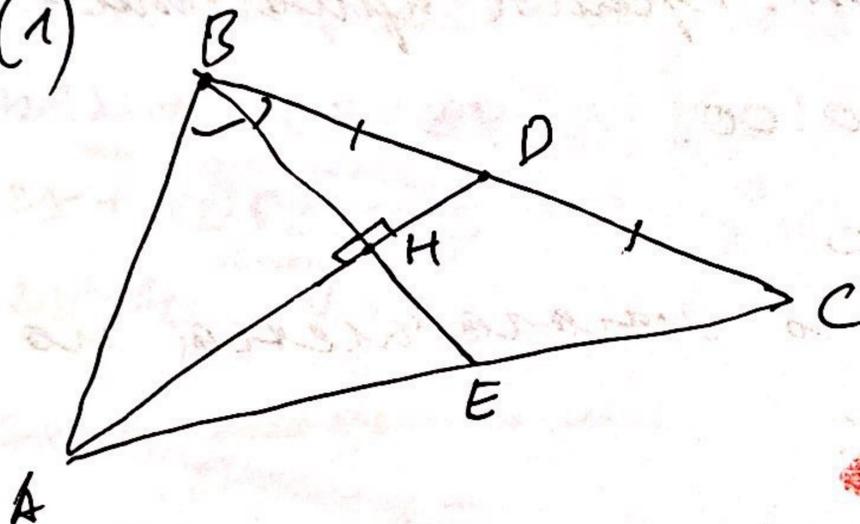
$$-c = (x_1 + x_2)(x_2 + x_3)(x_3 + x_1) = x_1^2(x_2 + x_3) + x_2^2(x_1 + x_3) + x_3^2(x_1 + x_2) + 2x_1x_2x_3 = (x_1 + x_2 + x_3)(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) - 3x_1x_2x_3 + 2x_1x_2x_3 = 6 \cdot 7 - 1 = 41$$

$$c = -41$$

$$x^3 - 12x^2 + 43x - 41 = 0$$

Ответ: $a = -12$, $b = 43$, $c = -41$

N4(1)



$$AB = 5\sqrt{3}$$

Решение: в $\triangle ABD$ BH - биссектриса, высота $\Rightarrow \triangle ABD$ - равнобедренный $\Rightarrow AB = BD$

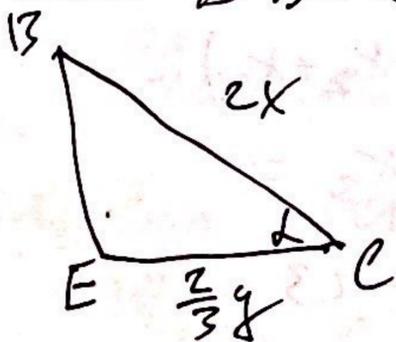
$$BC = 2BD = 10\sqrt{3}$$

Обозначим $AB = x$, $BC = 2x$, $AC = y$, $\angle C = \alpha$, $\angle B = \beta$

Для $\triangle ABE$ по св-ву биссектрисы:

$$\frac{AE}{EC} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2} \quad EC = \frac{2}{3}y$$

1) Для $\triangle BEC$ т. косинусов:

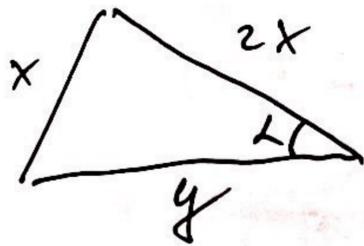


$$BE^2 = 4x^2 + \frac{4}{9}y^2 - 2 \cdot 2x \cdot \frac{2}{3}y \cos \alpha$$

$$BE^2 = 4x^2 + \frac{4}{9}y^2 - \frac{8}{3}xy \cos \alpha$$

Числовые $\sin \alpha$

Для $\triangle ABC$:



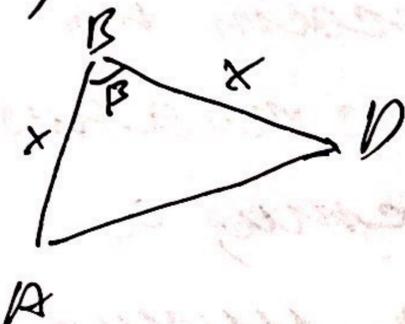
$$x^2 = 4x^2 + y^2 - 2 \cdot 2x \cdot y \cdot \cos \alpha$$

$$3x^2 + y^2 = 4xy \cos \alpha \quad | \cdot \frac{2}{3}$$

$$2x^2 + \frac{2}{3}y^2 = \frac{8}{3}xy \cos \alpha \quad \text{подставляем в уравнение для}$$

$$BE^2 = 4x^2 + \frac{4}{9}y^2 - 2x^2 - \frac{2}{3}y^2 = 2x^2 - \frac{2}{9}y^2 \quad BE$$

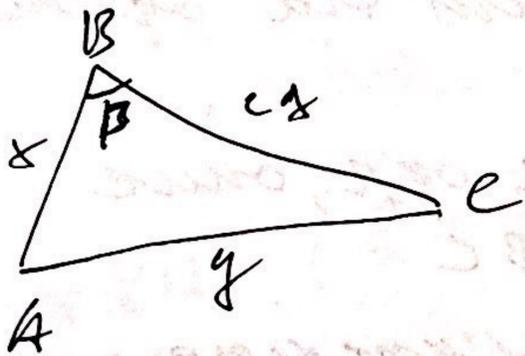
2) Для $\triangle ABD$ т. косинусов:



$$AD^2 = x^2 + x^2 - 2x^2 \cos \beta$$

$$AD^2 = 2x^2 - 2x^2 \cos \beta$$

Для $\triangle ABC$:



$$y^2 = x^2 + 4x^2 - 2 \cdot 2x^2 \cos \beta$$

$$y^2 = 5x^2 - 4x^2 \cos \beta$$

$$-\frac{y^2 + 5x^2}{2} = \frac{2x^2 \cos \beta}{2} \quad \text{подставляем в уравнение для AD}$$

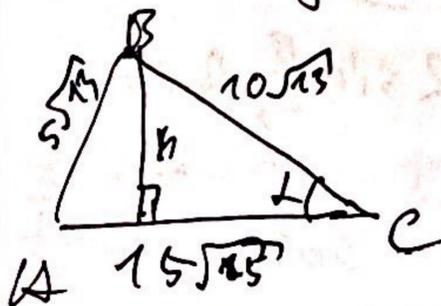
$$AD^2 = 2x^2 - \frac{5x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = -\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = \frac{y^2 - x^2}{2}$$

по условию $AD = BE \Rightarrow$

$$\frac{y^2 - x^2}{2} = 2x^2 - \frac{2}{9}y^2 \quad y^2 - x^2 = 4x^2 - \frac{4}{9}y^2$$

$$\frac{13}{9}y^2 = 5x^2 \quad x = 5\sqrt{13} \Rightarrow y = \frac{3 \cdot 5\sqrt{13} \cdot 5\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = 15\sqrt{5} = AC$$

3) Найдём высоту в $\triangle ABC$:



h - высота

по т. косинусов $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos \alpha$

$$25 \cdot 13 = 100 \cdot 13 + 225 \cdot 5 - 2 \cdot 150\sqrt{65} \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{17}{\sqrt{65}} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{\frac{65-289}{65}} = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

N4 (3) Числовик

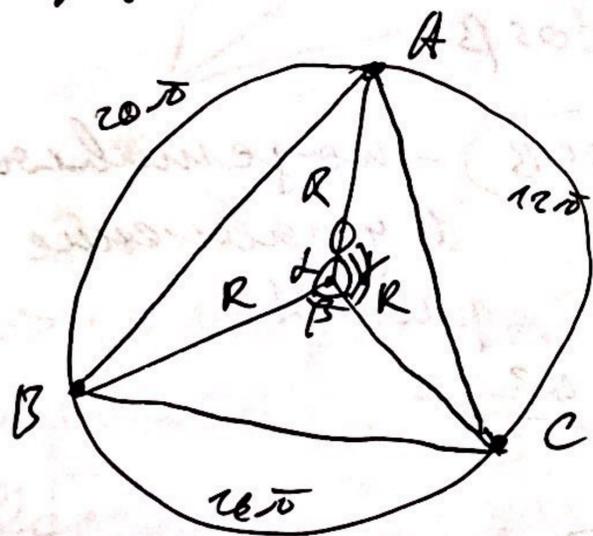
$$\frac{h}{BC} = \sin \alpha = \frac{4}{565}$$

$$h = \frac{4}{565} \cdot BC = \frac{4}{565} \cdot 18\sqrt{13} = \frac{40}{55}$$

$$S_{ABC} = \frac{AC \cdot h}{2} = \frac{40 \cdot 15\sqrt{6}}{55 \cdot 2} = \frac{600}{2} = 300$$

Ответ: 300

N5 так как точки A, B, C лежат на поверхности сферы, то расстояния между ними — дуги окружности, а так как эти расстояния минимальны, то A, B, C лежат на одной окружности.



R — радиус окр., описанной около ABC

L — длина окружности

$$L = 2\pi R = 18\pi + 20\pi + 12\pi = 48\pi$$

$$R = 20$$

$$2R = 20\pi \Rightarrow \alpha = \frac{20}{24}\pi = \frac{5\pi}{6} = 150^\circ$$

$$\beta R = \frac{16}{24}\pi = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$$

$$\gamma R = \frac{12}{24}\pi = 90^\circ$$

$$P_{ABC} = AB + BC + AC$$

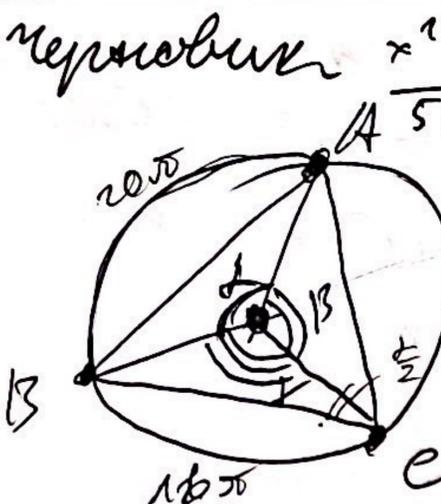
по т. синусов $AB = 2R \sin \frac{\alpha}{2}$, $BC = 2R \sin \frac{\beta}{2}$, $AC = 2R \sin \frac{\gamma}{2}$

$$P = 2R \left(\sin \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\gamma}{2} \right) = 2R \left(\sin 75^\circ + \sin 60^\circ + \sin 45^\circ \right)$$

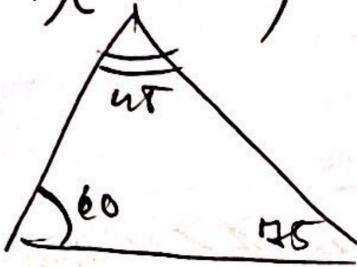
$$= 2R \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) = 12(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} + \sqrt{6})$$

Ответ: $12(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} + \sqrt{6})$

Чертовик $\times \frac{18729}{3}$
 $L = (20+16+12)\pi = 48\pi$ $\& \cdot 2 = 4$
 56302 5631 $2\pi R = 48\pi$ $R = 24$

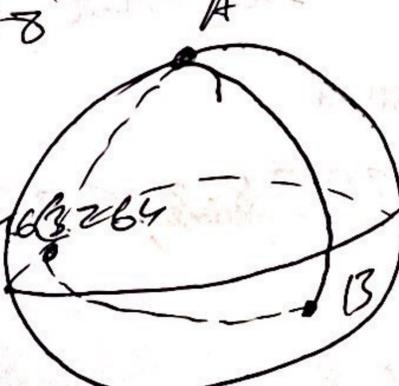


$r_1 r_2 (d_1)(d_2+1)$
 $100 \ 90 \ 120$
 $(3d_1+1)(3d_2+4)$
 $L = 20\pi$
 $\beta = \frac{16}{24}\pi = \frac{2\pi}{3}$
 $\gamma = \frac{12}{24}\pi = \frac{\pi}{2}$



$\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$ $a = 2R \sin \alpha = 48 \cdot \frac{2}{3}$
 $(d_1+1)(d_2+1) \Rightarrow 2R (\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma) =$
 $= 48 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin(45+30) \right) = 24(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{2})$
 $\frac{48}{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}) = 24(\sqrt{3}(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}) + \frac{3\sqrt{2}}{2})$
 $\Rightarrow 24(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} + \sqrt{6})$

$12 \rightarrow 3$ 1248
 $124 \rightarrow 64$ 1248163264
 $12^3 \rightarrow 8$ 1248
 $1 \rightarrow 1$ 1248
 $2 \rightarrow 4$ 1248
 $3 \rightarrow 9$ 1236
 $4 \rightarrow 16$ 1236918365472108216



Условие k -вал-во генераторов m, k . $P_k \cdot P_{(k-1)} = \text{мелко}$

$$\sqrt{6} \quad P_3 \cdot P_{1877} = P_{1879}$$

$$P_4 \cdot P_{1876} = P_{1879}$$

$$P_{1879} \geq N^2$$

$$P_{1879} \geq N^{\#}$$

$$P_a \cdot P_{k-a+1} = P_k \text{ из условия}$$

$N \geq 1877$ по условию м.к. P_{1877} существует.

$$P_{1879} \geq N \geq P_{1877}$$

м.к. $P_{1879}, P_{1878}, P_{1877}$ — наибольшие делители соответствующего N ,

то есть $N = q_1^{L_1} \cdot q_2^{L_2} \cdot q_3^{L_3} \dots$ где q_i — простые множители.

$$\text{то } P = q_1^{L_1} \cdot q_2^{L_2} \cdot q_3^{L_3} \dots$$

Тогда для N^3 : $P = q_1^{L_1 \cdot 3} \cdot q_2^{L_2 \cdot 3} \cdot q_3^{L_3 \cdot 3} \dots$

\Rightarrow количество делителей как и степени максимального увеличатся в 3

тогда: $3P_{1879} \geq N^3 \geq 3P_{1877}$

Тогда $\sigma(N^3) \in \{1879 \cdot 3, 1878 \cdot 3, 1877 \cdot 3\}$

Ответ: 5631, ~~5634~~, 5637