МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы Горы!»**

Профиль олимпиады: **Физика**

ФИО участника олимпиады: **Ваккер Богдан Сергеевич**

Класс: 11

Технический балл: **94**

Дата проведения: **24 марта 2022 года**

Олимпиада школьников «Покори Воробьевы Горы!»
Заключительный этап 2021/22 учебного года.

ШИФР РАБОТЫ	1742249

Результаты проверки: Орешко Александр Павлович
Лукашева Екатерина Викторовна

	1	2	3	4	Σ
В	4	3	5	3	94
З	19	20	20	20	

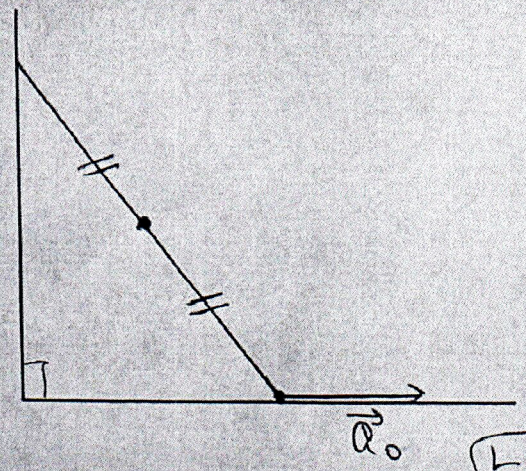
ИТОГОВАЯ ОЦЕНКА:94

1742249

Чистовик 1/11

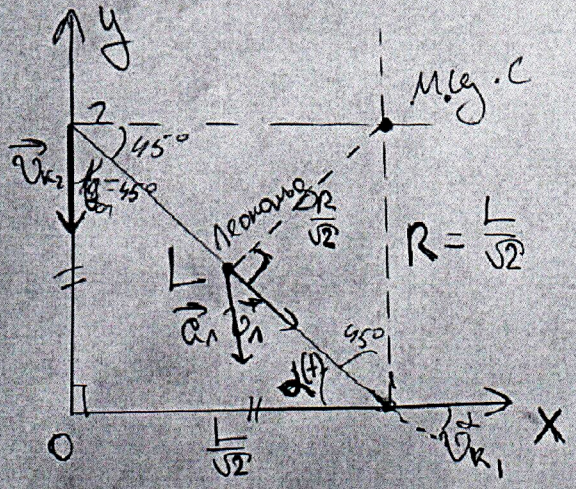
№1

Задача



$$v_{к_1} = a_0 t = \sqrt{\frac{L}{2} a_0}$$

В момент $t = \sqrt{\frac{L}{2a_0}}$



$\alpha(t) = 45°$

Найдем М.Ц.С мгновенный центр скоростей

Скорость конца 1 направлена вдоль пола

А скорость конца 2 вдоль стены

Т.к. Из-за нерастяжимости стержня $v_{к_1} \cdot \cos\alpha = v_{к_2} \cos\alpha$

$$\Downarrow$$

$$v_{к_1} = v_{к_2}$$

М.Ц.С. лежит на пересечении перпендикуляров к скоростям в точках, которые движутся с данными скоростями.

$$\omega = \dot{\alpha} = \frac{v_{к_1}}{R} = \frac{v_л}{\frac{R}{\sqrt{2}}} \Rightarrow v_л = \frac{v_{к_1}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{La_0}{4}} = 0{,}5\sqrt{La_0}$$

$$-\dot{\alpha} = \sqrt{\frac{L}{2} a_0} \cdot \frac{\sqrt{2}}{L} = \sqrt{\frac{a_0}{L}}$$

Чистовик 2

Запишем координаты точек в любой момент времени

$\ddot{x}_{K_1} = a_0$

$\dot{x}_{K_1}(t) = \sqrt{\frac{L}{2}a_0}$

$x_Л = \frac{1}{2} x_{K_1}$

Координаты Леонтьева

$y_Л = \frac{1}{2} x_{K_1} \cdot tg\alpha$

И берем производные по времени

$\dot{x}_Л = 0{,}5\, \dot{x}_{K_1}$ $\quad \ddot{x}_Л = 0{,}5\, \ddot{x}_K = 0{,}5 a_0$

$$\dot{y}_Л = 0{,}5 \left(\dot{x}_{K_1} tg\alpha + \frac{x_{K_1}\dot{\alpha}}{\cos^2\alpha} \right)$$

$$\ddot{y}_Л = 0{,}5 \left(\ddot{x}_{K_1} tg\alpha + \frac{\dot{x}_{K_1}}{\cos^2\alpha}\dot{\alpha} + \frac{\dot{x}_{K_1}\dot{\alpha}}{\cos^2\alpha} + \frac{x_{K_1}\ddot{\alpha}}{\cos^2\alpha} + 2\frac{x_K \dot{\alpha}^2 \sin\alpha}{\cos^3\alpha} \right)$$

Также из геометрии:

$x_{K_1} = L\cos\alpha$

$\dot{x}_{K_1} = -L\sin\alpha\dot{\alpha}$

$a_0 = \ddot{x}_{K_1} = -L\sin\alpha\ddot{\alpha} - L\cos\alpha\dot{\alpha}^2$

$$\ddot{\alpha} = -\frac{(a_0 + L\cos\alpha\dot{\alpha}^2)}{L\sin\alpha} = -\frac{a_0(1+\cos\alpha)}{L\sin\alpha}$$

$\ddot{x}_Л = 0{,}5 a_0$

$$\ddot{y}_Л = 0{,}5 \left(a_0 tg\alpha + \frac{2}{\cos^2\alpha}\sqrt{\frac{L}{2}a_0} \cdot \sqrt{\frac{a_0}{L}} + \frac{\frac{L}{\sqrt{2}}}{\cos^2\alpha} \cdot \frac{a_0(1+\cos\alpha)}{L\sin\alpha} + 2\frac{\frac{L}{\sqrt{2}}\sin\alpha}{\cos^3\alpha} \cdot \frac{a_0}{L} \right)$$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$tg\alpha = 1$

Чистовик

$$\ddot{y}_1 = 0{,}5\left(a_0 - \frac{4}{\sqrt{2}}a_0 - \frac{a_0\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}} + 3 + \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2\sqrt{2}}}\cdot a_0\right) = 0{,}5\left(a_0 - 2\sqrt{2}a_0 - 2a_0 - \sqrt{2}a_0 + 2\sqrt{2}a_0\right) = -0{,}5\left(a_0 + \sqrt{2}a_0\right)$$



$$a_1 = \sqrt{\ddot{y}_1^2 + \ddot{x}_1^2} = 0{,}5\sqrt{a_0^2 + a_0^2 + 2\sqrt{2}a_0^2 + 2a_0^2} =$$

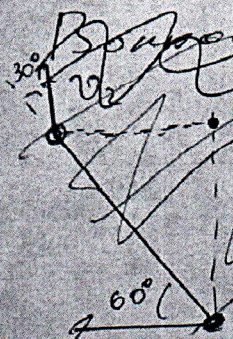
т.к $\sqrt{2} \approx 1{,}41$

$$= 0{,}5a_0\sqrt{4 + 2\sqrt{2}} \approx 1{,}3\,a_0$$

$6{,}8 \approx 2{,}6^2$

$$v_1 = 0{,}5\sqrt{1{,}4}a_0$$

Ответ: $a_1 \approx 1{,}3a_0$



Вопрос! $v_1 = 1{,}5$ м/с

$\vec{a}$ - ?

Так как стержень является АПТ. то расстояние между мухами постоянно и значит $v_{1\parallel} = v_{1\parallel 2}$

продольные скорости точек равны

Значит $v_1\cos 60° = v_2\cos 30°$

$$v_2 = v_1\frac{\cos 60°}{\cos 30°} = \frac{v_1}{\sqrt{3}}$$

$$\omega = \frac{|\vec{v}_2 - \vec{v}_1|}{l} = \frac{v_1\sin 60° + v_2\sin 30°}{l}$$

Угловая скорость вр-я

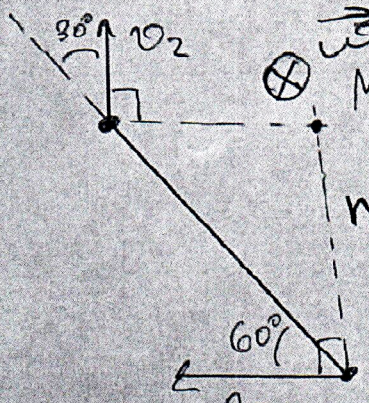
т.к $\vec{v}_{1\perp} = \vec{v}_{2\perp}$

$$\omega = \frac{1{,}5\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + 1{,}5\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}}{0{,}6} = \frac{15}{6}\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{5}{6} = \frac{75}{36}\sqrt{3}\ \frac{1}{c}$$

$\sqrt{3} \approx 1{,}73$

Чистовик 4

Вопрос 1 Абс. тверд. тело



У АТТ, если оно вращается вокруг мгновенной центр скоростей который лежит в точке пересечения перпендикуляров к скоростям проведенным из точек тела которые движутся с разными скоростями.

Для М.Ц.С.:

$$[\vec{\omega}; \vec{r_i}] = \vec{v_i}$$

$$v_1 = \omega \cdot r_1 = \omega \cdot L\sin 60°$$

$$\omega = \frac{v_1}{L\sin 60°} = \frac{1,5}{0,6 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{15}{6 \cdot 0,5} = 5\ \frac{1}{c}$$

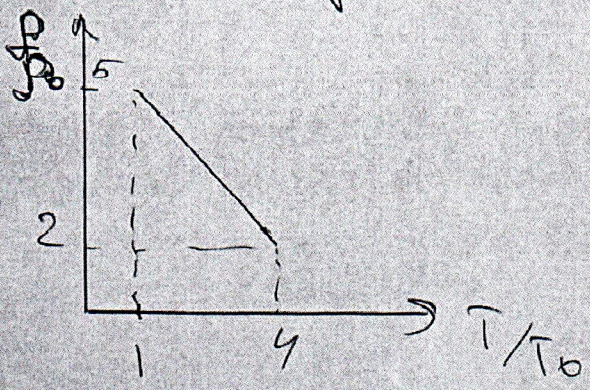
$$\boxed{\omega = 5\ \frac{1}{c}}$$

+

Задание 2

Чистовик 5

Задача



Ур-е процесса:

$$\frac{p}{p_0} = \alpha\frac{T}{T_0} + b$$

$$\begin{cases} 5 = \alpha + b \\ 2 = 4\alpha + b \end{cases}$$

$$3\alpha = -3$$

$$\alpha = -1$$

$$b = 6$$

$$\frac{p}{p_0} = -\frac{T}{T_0} + 6$$

$T \in [4T_0; 4T_0]$

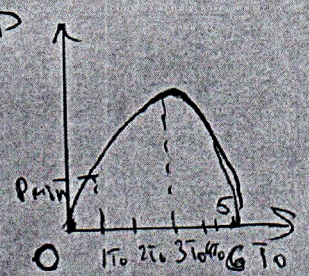
Клайперон-Менделеев:

$$pV = \frac{m}{\mu}RT$$

$$p = \frac{R}{\mu}\left(-\frac{p_0}{T_0}T^2 + 6p_0T\right)$$

Квадратичная зав-ь

$$p_{max при T} = \frac{-6p_0}{-\frac{2p_0}{T_0}} = 3T_0$$



p_{min} при T_0 т.к $p(4T_0) > p(T_0)$

$$n = \frac{p_{max}}{p_{min}} = \frac{-\frac{p_0}{T_0}\cdot 9T_0^2 + 6p_0\cdot 3T_0}{-\frac{p_0}{T_0}T_0^2 + 6p_0T_0}$$

18

$$n = \frac{9}{5} = 1{,}8$$

Ответ: $n = 1{,}8$ (+)

Чистовик 6

Вопрос 2

1) Температура тела – мера средней кинетической энергии хаотического движения его молекул

~~$W_k = \frac{i}{2} kT$~~ где i – кол-во степеней

$\langle E \rangle_k = \frac{3}{2} kT$

$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{Дж}{К}$ постоянная Больцмана

↑ кин энерг одной молекулы

T – температура $[T] = [K]$ (кельвины)

2) $T = t + 273K$ – перевод из °C в К в Абс. шкалу

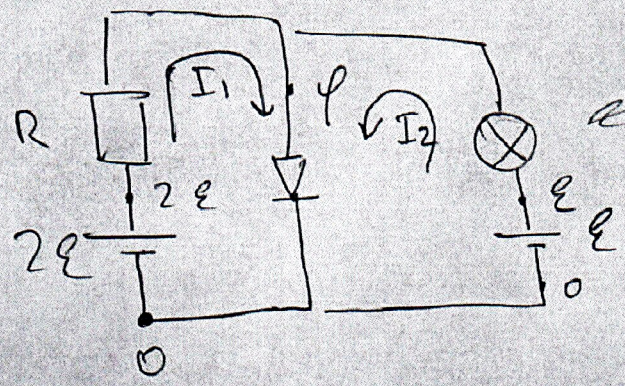
2) $T = 0$ температура при которой прекращается хаотическое движение молекул.

Абсолютная шкала температур – та, в которой за начало отсчета выбран абсолютный нуль $T = 0K$

+/−

Задача 3 (3)

Чистовик 4



$I = I_0 \cdot \sqrt{\frac{U}{\mathcal{E}}}$

Расставим потенциалы

Падения напряжений на эл-х

$R I_1 = (2\mathcal{E} - \varphi)$

$\varphi = U_{диода}$

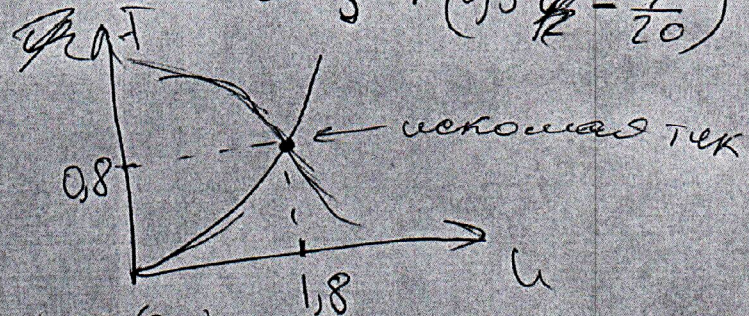
$I_2 = I_0 \sqrt{\frac{\mathcal{E}-\varphi}{\mathcal{E}}}$

$I_1 + I_2 = I_{диода}$

$I_д = I_0 \sqrt{\frac{\mathcal{E}-\varphi}{\mathcal{E}}} + \frac{2\mathcal{E}-\varphi}{R}$

Найдем ток $I_д$ и $U_д$ из пересечения графиков ВАХ диода и $I_д(\varphi) = 0{,}5\sqrt{1-\frac{\varphi}{5}} + (0{,}5 - \frac{\varphi}{20})$

$I_д$, А	φ, В
≈0,9	1
0,8	2
≈0,8	1,8



мощность на диоде:

$P_д = I_д \cdot U_д = 1{,}44$ (Вт)

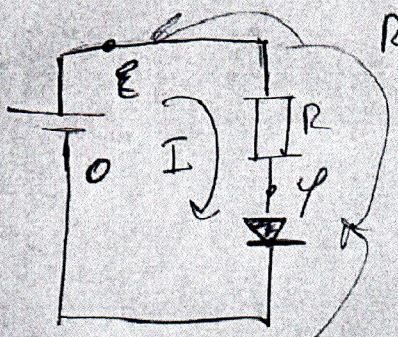
$0{,}8 \cdot 1{,}8$

Ответ: $P_д = 1{,}44$ Вт

+

Чистовик 8

Вопрос 3



Расставим потенциалы

Падение напряжения на R

$$RI_R = \varphi - 0$$

$$I_R = \frac{\varphi}{R}$$

$$U_{диода} = \varphi - 0 = \varphi$$

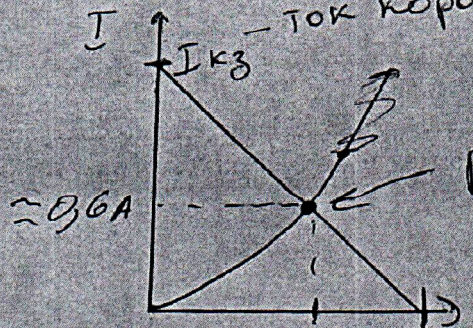
$$I_R = I_{диода}$$

$$I_д = \frac{\varepsilon - U_д}{R}$$

Точка указывающая на режим работы диода будет пересечения графиков ВАХ и $I_д(U_д)$

Так как для работы схемы $U_д$ и $I_д$ должны удовлетворять системе уравнений

$$\begin{cases} I_д(U) - \text{ВАХ} \\ I_д = \frac{\varepsilon - U_д}{R} \end{cases}$$



$$I_д = 1 - \frac{1}{4}U$$

$$\frac{8-3}{8} = \frac{5}{8}$$

и из графика

$$I_д \approx 0{,}6A$$

+

Задача 4 Чистовик 9

Задача 4

Формула оптической силы для линзы в воздухе: $n_1 = 1$

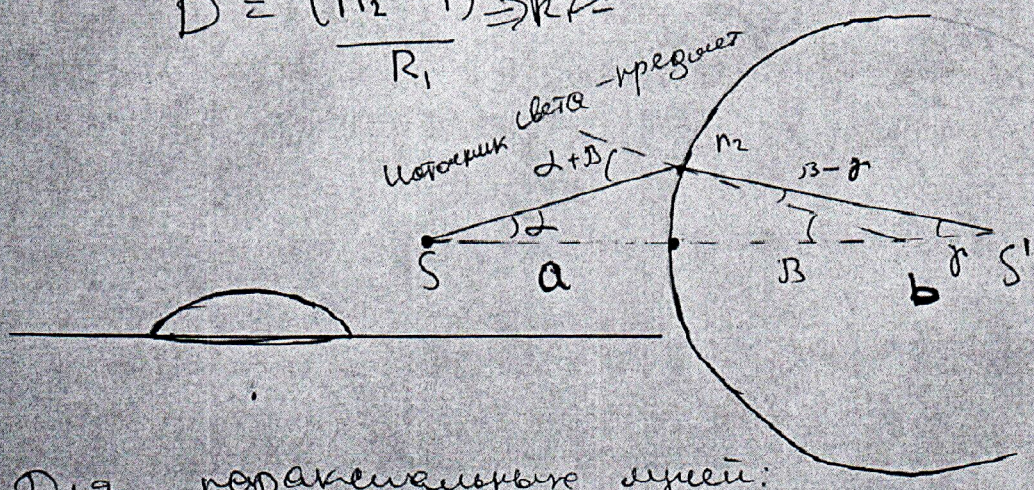
$$D = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Сразено, что линза плосковыпуклая

$R_2 \to \infty \Rightarrow R_2 \to \infty$

Итого

$$D = (n_2 - 1)\frac{1}{R_1} \Rightarrow R = \frac{n_2 - 1}{D}$$



Для параксиальных лучей:

3-н Снеллиуса:

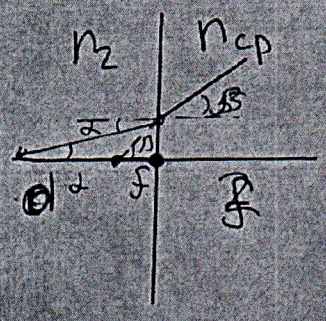
$$\alpha + \beta = n_2(\beta - \gamma) \qquad a\cdot\alpha = \beta\cdot R = b\cdot\gamma$$

$$\frac{\beta R}{a} + \beta = n_2\left(\beta - \frac{\beta R}{b}\right) \Rightarrow \frac{n_2}{b} = D - \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - 1}{R_1} = D$$

В случае луч преломляется на границе воздух-линза выпуклой

Затем на плоской границе линза - жидкость



3-н снеллиуса:

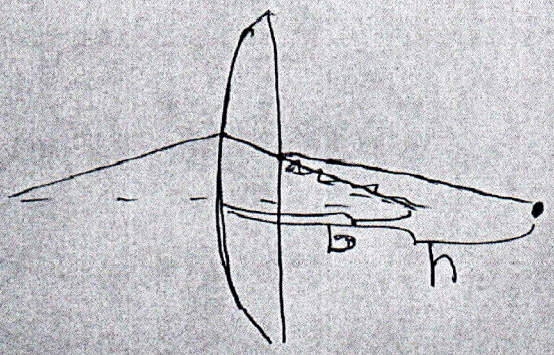
$$\beta F = \alpha d \qquad \beta n_{ср} = \alpha n_2$$

$$\text{Тогда } f = d\cdot\frac{n_{ср}}{n_2}$$

При этом $d = -b$

$f = -h$

Так как



$$h = b \cdot \frac{n_{ср}}{n_2}$$

$$n_{ср} = \left(\frac{n_2}{b}\right) \cdot h = \left(D - \frac{1}{a}\right) \cdot h$$

$$\left(D'' - \frac{1}{a}\right)$$

Сказано что пучок света падает вертикально на линзу, что соотв-т ситуации когда предмет бесконечно далеко, т.е. $a \to \infty$

Значит $n_{ср} = D \cdot h = 7 \cdot 0{,}2 = 1{,}4$

Ответ: $n_{ср} = 1{,}4$ (+)

Вопрос 4 Чистовик 11

Формула тонкой линзы

$$D = \frac{1}{F} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$ — оптическая сила линзы.

где n_1 показатель преломления среды, в которой находится линза

n_2 – показатель преломления материала линзы. R_1, R_2 – радиусы кривизны поверхностей линзы.

В воздухе $n_0 = 1$

В жидкости $n_1 > n_0$ по условию

Тогда

$$\begin{cases} \frac{n_2}{n_0} > \frac{n_2}{n_1} \\ \left(\frac{n_2}{n_0} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) > \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \end{cases} \Rightarrow D_{\text{в воздухе}} > D_{\text{в среде жидкости}}$$

+/-

Для стержня в любой момент выполняется

1) $\begin{cases} y_л = \frac{1}{2} L \sin\alpha \\ x_л = \frac{1}{2} x_{K_1} \end{cases}$ где $x_л$ и $y_л$ координаты Лёнькова

Возьмём производную по времени.

$\dot{y}_л = \frac{1}{2} L \cos\alpha \dot{\alpha}$ $\quad \dot{x}_{K_1} = v_{K_1}$

$\boxed{\ddot{y}_л = -\frac{1}{2} L \sin\alpha \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} L \cos\alpha \ddot{\alpha}}$ $\quad \ddot{x}_{K_1} = a_0$

$\boxed{\ddot{x}_л = \frac{1}{2} \ddot{x}_{K_1} = \frac{1}{2} a_0}$

$\ddot{\alpha} = -\sqrt{\frac{a_0}{L}}$

$\times \begin{matrix} 2,6 \\ 2,6 \\ 156 \\ 52 \\ 6,76 \approx 6,8 \end{matrix}$

2) $x_{K_1} = L \cos\alpha$

$\dot{x}_{K_1} = -L \sin\alpha \dot{\alpha}$

$\ddot{x}_{K_1} = -L \cos\alpha \dot{\alpha}^2 - L \sin\alpha \ddot{\alpha}$

$\ddot{\alpha} = -\frac{(L \cos\alpha \dot{\alpha}^2 + \ddot{x}_{K_1})}{L \sin\alpha}$

$\ddot{y}_л = -\frac{1}{2} L \left(\sin\alpha \dot{\alpha}^2 + \cos\alpha \cdot \frac{L \cos\alpha \dot{\alpha}^2 + a_0}{L \sin\alpha} \right)$

$\ddot{y}_л = -\frac{1}{2} L \left(\sin\alpha \frac{a_0}{L} + \cos\alpha \cdot \frac{L \cos\alpha \frac{a_0}{L} + a_0}{L \sin\alpha} \right)$

$\ddot{y}_л = -0{,}5 \left(a_0 \sin\alpha + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} (a_0 \cos\alpha + a_0) \right)$

в момент t $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\ddot{y}_л = -0{,}5 a_0 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \right) \right) = -0{,}5 a_0 (\sqrt{2} + 1)$

0,5 Черновик.

$\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{\rho}$

$y_A = \frac{1}{2} x_{K_1} \operatorname{tg}\alpha$

$\dot{y}_A = \frac{1}{2} \dot{x}_{K_1} \operatorname{tg}\alpha + \frac{1}{2} x_{K_1} \frac{1}{\cos^2\alpha} \dot{\alpha}$

$x_A = \frac{1}{2} x_{K_1}$

$\dot{x}_A = \frac{1}{2} \dot{x}_{K_1}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha} \sin\alpha$

$\ddot{y}_A = \frac{1}{2}\left(\ddot{x}_{K_1} \operatorname{tg}\alpha + \frac{\dot{x}_{K_1}}{\cos^2\alpha}\dot{\alpha} + \frac{\dot{x}_{K_1}\dot{\alpha}}{\cos^2\alpha} + \frac{x_{K_1}\ddot{\alpha}}{\cos^2\alpha} + \frac{1}{\cos^2\alpha}\right.$

$\left. + 2\frac{x_{K_1}\dot{\alpha}^2}{\cos^3\alpha}\sin\alpha\right)$

$\cos\alpha = \frac{x_{K_1}}{L}$

$x_{K_1} = L\cos\alpha$

$\dot{x}_{K_1} = -L\sin\alpha\dot{\alpha}$

$\ddot{x}_{K_1} = -L\cos\alpha\dot{\alpha}^2 - L\sin\alpha\ddot{\alpha}$

Черновик