МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы Горы!»**

Профиль олимпиады: **Физика**

ФИО участника олимпиады: **Юрчиков Иван Олегович**

Класс: 11

Технический балл: **91**

Дата проведения: **24 марта 2022 года**

Олимпиада школьников «Покори Воробьевы Горы!»
Заключительный этап 2021/22 учебного года.

ШИФР РАБОТЫ	**1708699**

Результаты проверки:

	1	**2**	**3**	**4**	**Σ**
В	5	2	5	3	91
З	18	20	18	20	

Степанович Константин Викторович
Матвеева Наталия Игоревна

ИТОГОВАЯ ОЦЕНКА:91

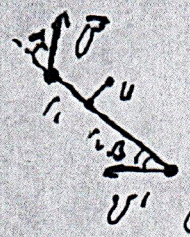
1708699

Чистовик. Лист 1.

#1 Вопрос:

$L = 0.6$ м
$v = 1.5$ м/с
$\alpha = 60°$
$\beta = 30°$

ω - ?



Т.к стержень жёсткий, то составляющие скоростей шариков, направленные вдоль стержня одинаковы для обоих шариков.

Т.е $v\cos\alpha = v'\cos\beta$

$$v' = \frac{v\cos\alpha}{\cos\beta}.$$

Найдём составляющие, перпендикулярные стержню $v_{\perp 1} = v\sin\alpha$; $v_{\perp 2} = v'\sin\beta = v\cos\alpha\, tg\,\beta$.

Пусть центр вращения имеет скорость u.

Тогда ~~$v_{\perp 1} - u = v_{\perp 2} + u = v_{ср}$~~

$$\begin{cases} v_{\perp 1} - u = \omega r_1 \\ v_{\perp 2} + u = \omega r_2. \end{cases}$$

$v_{\perp 1} + v_{\perp 2} = \omega(r_1 + r_2) = \omega L.$

$$\omega = \frac{v_{\perp 1} + v_{\perp 2}}{L} = \frac{v\sin\alpha + v\cos\alpha\, tg\,\beta}{L} =$$

$$= \frac{v}{L}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{v}{L}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}\right) = \frac{v}{L}\cdot\frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$\omega = \frac{1.5\text{ м/с}}{0.6\text{ м}}\cdot\frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{15\cdot 2\sqrt{3}}{3\cdot 6}\text{ с}^{-1} = \frac{5\sqrt{3}}{3}\text{ с}^{-1}$$

Ответ:

$$\omega = \frac{v\sin\alpha + v\cos\alpha\, tg\,\beta}{L} = \frac{5\sqrt{3}}{3}\text{ с}^{-1}$$

+

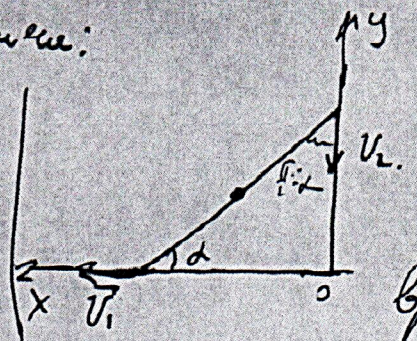
Чистовик. Лист 2.

№1) Задача:

$\alpha = \frac{\pi}{4}$

a_0

$t = \sqrt{\frac{L}{2a_0}}$



V - ?

a - ?

Решение:

Нижний конец двигался с ускорением a_0.

Его скорость в момент времени t.

$V_1 = a_0 t = \sqrt{\frac{a_0 L}{2}}$.

Введём систему координат

Пусть y_2 - координата верхнего конца лестницы, x_1 - нижнего. Пусть в начальный момент $t=0$. Тогда $x_1 = V_1 t + \frac{a_0 t^2}{2} + x_0$

$$y_2 = \sqrt{L^2 - \left(V_1 t + \frac{a_0 t^2}{2} + x_0\right)^2} = \sqrt{L^2 - x_1^2}$$

$$\frac{dy_2}{dt} = -\frac{x_1}{\sqrt{L^2-x_1^2}} \cdot \frac{dx_1}{dt}.$$

$$\frac{d^2y_2}{dt^2} = -\left(\frac{d^2x_1}{dt^2}\frac{x_1}{\sqrt{L^2-x_1^2}} + \frac{\sqrt{L^2-x_1^2} + \frac{x_1^2}{\sqrt{L^2-x_1^2}}}{(L^2-x_1^2)}\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2\right) =$$

$$= -\left(\frac{d^2x_1}{dt^2}\frac{x_1}{\sqrt{L^2-x_1^2}} + \frac{L^2}{(L^2-x_1^2)^{3/2}}\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2\right).$$

В начальный момент $x_1 = L\cos\alpha$.

$\frac{dx_1}{dt} = V_1 = \sqrt{\frac{a_0 L}{2}}$, $\frac{d^2x_1}{dt^2} = a_0$.

Итого $V_2 = \left|\frac{dy_2}{dt}\right| = \frac{L\cos\alpha}{\sqrt{L^2 - L^2\cos^2\alpha}}\sqrt{\frac{a_0 L}{2}} = \sqrt{\frac{a_0 L}{2}}\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$.

$$a_2 = \left|\frac{d^2y_2}{dt^2}\right| = \left|a_0 \cdot \frac{L\cos\alpha}{\sqrt{L^2-L^2\cos^2\alpha}} + \frac{L^2}{\left(\sqrt{L^2-L^2\cos^2\alpha}\right)^3}\frac{a_0 L}{2}\right| =$$

$$= \left|\frac{a_0}{\operatorname{tg}\alpha} + \frac{a_0}{2\sin^2\alpha}\right|$$

Чистовик Лист 3

#1.| Т.к. шот сидит на середине, то

$|v_x| = \frac{v_1}{2}$; $|v_y| = \frac{v_2}{2}$; $a_x = \frac{a_1}{2}$; $a_y = \frac{a_2}{2}$.

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \frac{1}{2}\sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a_0 L}{2} + \frac{a_0 L}{2}\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}} =$

$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a_0 L}{2}}\sqrt{1 + \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}} = \frac{1}{2\sin\alpha}\sqrt{\frac{a_0 L}{2}}$

$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. $\Rightarrow v = \frac{\sqrt{a_0 L}}{2}$.

$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a_1^2 + a_2^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a_0^2 + a_0^2\left(\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} + \frac{1}{2\sin^2\alpha}\right)^2}$

$a = \frac{a_0}{2}\sqrt{1 + (1+\sqrt{2})^2} = \frac{a_0}{2}\sqrt{4 + 2\sqrt{2}} = a_0\sqrt{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}$.

Ответ: $v = \frac{\sqrt{a_0 L}}{2}$ +

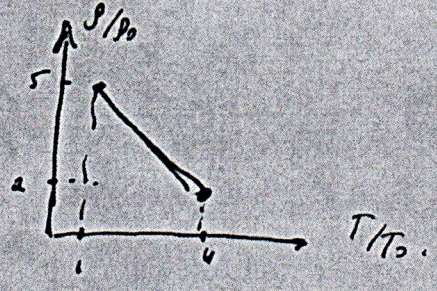
$a = a_0\sqrt{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}$. +

$\vec{a}$ - ?

#2| Вопрос: Температура - мера кинетической энергии теплового движения молекул тела. Температура по абсолютной шкале измеряется в кельвинах (К). Температуре 0К соответствует крайнее состояние вещества, когда тепловое движение прекращается.

Задача:

$\frac{p_{max}}{p_{min}} = ?$



+

Чистовик МСТ 4. #4) Решение:

Пусть $y = \frac{\rho}{\rho_0}$; $x = \frac{T}{T_0}$.

$(y_1, x_1) = (5, 1)$ $(y_2, x_2) = (2, 4)$.

Запишем функцию описывающую этот процесс:

$y = 6 - x$.

Запишем уравнение состояния.

$p = \frac{\rho}{\mu} RT$; Т.к $T = xT_0$, $\rho = y\rho_0 = (6-x)\rho_0$.

$p = \frac{\rho_0}{\mu} RT_0 \cdot x(6-x)$.

Давление достигает максимума при $x = \frac{6}{2} = 3$.

$p_{max} = 9 \cdot \frac{\rho_0}{\mu} RT_0$.

Давление минимально или в конце, или в начале процесса.

$p_1 = p(1) = 5 \frac{\rho_0}{\mu} RT_0$; $p_2 = p(4) = 8 \frac{\rho_0}{\mu} RT_0$.

Т.е давление минимально в начале процесса и равно $p_{min} = 5 \frac{\rho_0}{\mu} RT_0$. +

$\frac{p_{max}}{p_{min}} = \frac{9}{5} = 1.8$ Ответ: $\frac{p_{max}}{p_{min}} = 1.8$.

#3) Вопрос: $\varepsilon = 4$ В, $R = 4$ Ом, I - ?

Запишем правило Кирхгофа:

$-\varepsilon + IR + U = 0$, где U - напряжение на диоде. $\Rightarrow I = \frac{\varepsilon - U}{R}$. Найдём пересечение данной прямой с ВАХ диода. +

Получаем $U \approx 1.5$ В, $I \approx 0.6$ А.

Ответ: 0.6 А.

Чистовик. Лист 5.

#3| Задача:

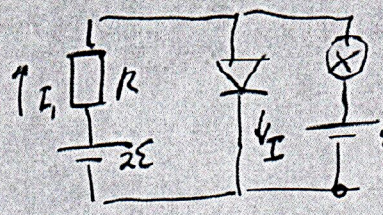
$I = I_0\sqrt{\frac{U}{\varepsilon}}$

$I_0 = 0.5\,A$

$\varepsilon = 5\,B$

$R = 10\,Ом.$

P - ?



Решение:

Запишем 2 правила Кирхгофа ($U_л$ - напряжение на лампе, $U_д$ - на диоде).

$$\begin{cases} -2\varepsilon + I_1R - U_л + \varepsilon = 0 \\ -2\varepsilon + I_1R + U_д = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_л = I_1R - \varepsilon. \\ I_1 = \frac{2\varepsilon - U_д}{R} \Rightarrow \quad U_л = \varepsilon - U_д. \end{cases}$$

$$I = I_1 + I_2 = I_1 + I_0\sqrt{\frac{U_д}{\varepsilon}} = \frac{2\varepsilon - U_д}{R} + I_0\sqrt{\frac{\varepsilon - U_д}{\varepsilon}}.$$

Итого $I_д = \frac{2\varepsilon - U_д}{R} + I_0\sqrt{\frac{\varepsilon - U_д}{\varepsilon}}$

Можно найти пересечение ВАХ диода и ВАХ лампы. Это и будет значение напряжения и тока через диод. $U \approx 1.8\,B$. $I \approx 0.82\,A$.

$P = IU \approx 1.5\,Вт$ Ответ: $P \approx 1.5\,Вт$.

+

Чистовик Лист 6

#4| Вопрос: Оптическая сила тонкой линзы описывается формулой $D = \alpha \frac{n_л - n_{ср}}{n_{ср}}$, где $\alpha = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ (R_1, R_2 – радиусы кривизны поверхностей линзы, $n_л$ – показатель преломления материала линзы, $n_{ср}$ – показатель преломления среды).

$D = \alpha \left(\frac{n_л}{n_{ср}} - 1\right)$. В случае, если $\alpha > 0$ (собирающ. линза) То при погружении в жидкость $n_{ср}$ увеличится и D уменьшится.

Если $\alpha < 0$, то D увеличится (с учётом знака)

Если говорить про абсолютное значение D, то оно в обоих случаях уменьшится.

±

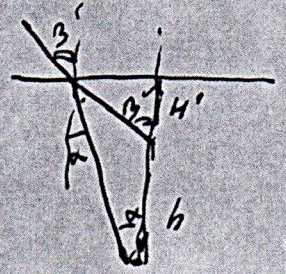
Задача:

$D = 7$ дптр.
$h = 0.2$ м.

$n_в$ – ?

1) По принципу обратимости лучей, если поместить в точку фокусировки наших источник, то он выйдет из линзы параллельными лучами. Рассмотрим ход лучей от такого источника.

2) Преломление на поверхности жидкости. Рассмотрим луч, идущий под углом α к вертикали. (см. рис)



$n \sin\alpha = \sin\beta \Rightarrow \beta = n\alpha$.

$H' \operatorname{tg}\beta = h \operatorname{tg}\alpha \Rightarrow H' = h\frac{\alpha}{\beta} = \frac{h}{n}$

Чистовик. Лист 7.

№4) Т.к жидкость создаёт мнимый источник света на глубине $H' = \frac{h}{n}$.

Т.к пучок лучей от этого мнимого источника преобразуется в параллельный, то он находится в фокусе.

$D = \frac{1}{H'} = \frac{n}{h} \Rightarrow n = D \cdot h$

$n = 7\,м^{-1} \cdot 0.2\,м = 1.4$ Ответ: $n = Dh = 1.4$.

+