МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы Горы!»**

Профиль олимпиады: **Физика**

ФИО участника олимпиады: **Артёмов Иван Михайлович**

Класс: 11

Технический балл: **85**

Дата проведения: **24 марта 2022 года**

Олимпиада школьников «Покори Воробьевы Горы!»
Заключительный этап 2021/22 учебного года.

ШИФР РАБОТЫ	1682024

Результаты проверки:

	1	2	3	4	Σ
В	4	4	5	3	85
З	9	20	20	20	

Маркова Светлана Николаевна
Винвцева Полина Александровна

ИТОГОВАЯ ОЦЕНКА:85

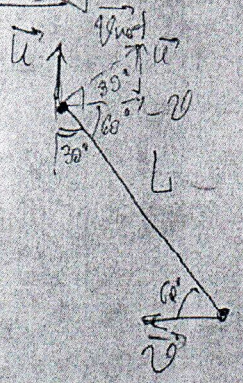
1682024

Лист 1

Чистовик

№ 1 Ответ на вопрос:

Перейдем в с.о. нижнего конца стержня (рис. 1). В ней скорость верхнего конца перпендикулярна стержню (т.к. $L = const$) и равна $v_{rot} = \omega L$, где ω – искомая угл. скорость.



Чистовик
Лист 2

рость точки K, то ~~...~~ т.к. $MK = const$, то:

$u\cos 45^\circ = v \Rightarrow v = \frac{u\sqrt{2}}{2}$. При этом $u = a_0 t = \sqrt{\frac{a_0 L}{2}} \Rightarrow v = \frac{u}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{a_0 L}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{a_0 L}$

+

~~...~~ ② ~~...~~ Тангенциальное ускорение

кота: $a_\tau = a_0 \cos 45^\circ = \frac{a_0\sqrt{2}}{2}$ (ибо $OM = const$).

Нормальное ускорение: $a_n = \frac{v^2}{L/2} = \frac{2v^2}{L} = \frac{2}{L}\frac{1}{4}a_0 L = \frac{a_0}{2} \Rightarrow a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = a_0\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}} = \frac{a_0\sqrt{3}}{2}$. При этом (рис. 3) $\sin\varphi = \frac{a_n}{a} = \frac{a_0/2}{\sqrt{3}a_0/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, т.е. $\vec{a}$ направлено к стержню под углом $\varphi = \arcsin\frac{\sqrt{3}}{3}$

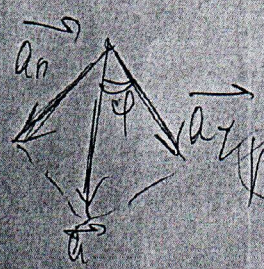


рис. 3

Ответ: $v = \frac{1}{2}\sqrt{a_0 L}$ ($\vec{v}$ – вдоль стержня)

$a = \frac{\sqrt{3}}{2}a_0$ (под углом $\varphi = \arcsin\frac{\sqrt{3}}{3}$ к стержню).

−

Задание 2 | Чистовик | Лист 3

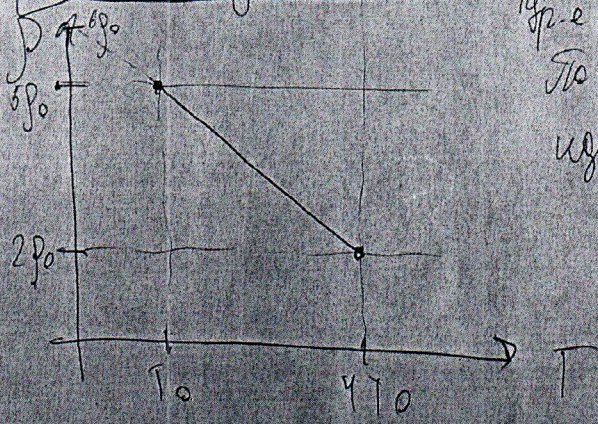
Вопрос: С точки зрения МКТ температура есть мера средней кинетической энергии $\bar{E}$ ~~движения~~ ~~молекул~~ хаотического движения молекул ~~газа~~ вещества. Для идеального газа температура $T = \frac{2\bar{E}}{iK}$, где i - число степеней свободы движения молекул, $K = \frac{R}{N_A}$.

Абсолютная шкала температур - шкала температур с нулём в точке $t = -273{,}15°C$ (абсолютный ноль).

Если Θ_1 - известная температура (абс.) тела 1, Θ_2 - температура тела 2 (неизвестная), то, проведя цикл Карно с этими телами, можно найти Θ_2: $\Theta_2 = \Theta_1 \frac{Q_2}{Q_1}$, где Q_2, Q_1 - модули отданной рабочему телу теплоты со стороны каждого тела. Т.е. $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\Theta_2}{\Theta_1}$. Но $\frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \eta = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \Theta = T$ - абсолютная шкала температур тождественна идеально-газовой.

I

Решение задачи



Ур-е процесса: $\rho(T) = 6\rho_0 - \frac{\rho_0}{T_0}T$.

По ур-ю м.-К. плотность идеального газа: $\rho = \frac{p\mu}{RT}$, где p - его давление. Т.е.

$p = \frac{R}{\mu}\rho T \sim \rho T = 6\rho_0 T - \frac{\rho_0}{T_0}T^2$. Этот квадратный трёхчлен

имеет максимум в вершине при $T = \frac{-6p_0}{-\frac{2p_0}{T_0}} =$

$= 3T_0$ и равен: $(pT)_{max} = 6p_0 \cdot 3T_0 - \frac{p_0}{T_0} \cdot 9T_0^2 =$

$= 18p_0T_0 - 9p_0T_0 = 9p_0T_0$

Так как $(pT) = f(T)$ — квадр. трёхчлен с $a < 0$, то минимум (pT) будет на границах диапазона T, т.е. $(pT)_{min} = min\left\{6p_0 \cdot T_0 - \frac{p_0}{T_0} \cdot T_0^2;\ 6p_0 \cdot 4T_0 - \frac{p_0}{T_0} \cdot 16T_0^2\right\}$

$= min\left\{5p_0T_0;\ 8p_0T_0\right\} = 5p_0T_0$ (т.е. $(pT) = min$ при $T = T_0$). Тогда $\frac{p_{max}}{p_{min}} = \frac{(pT)_{max}}{(pT)_{min}} =$

$= \frac{9}{5} = 1{,}8$

$\boxed{\text{Ответ: } \frac{p_{max}}{p_{min}} = 1{,}8}$

(+)

Чистовик

(лист 4)

Чистовик

Задание 3

Лист 5

Вопрос

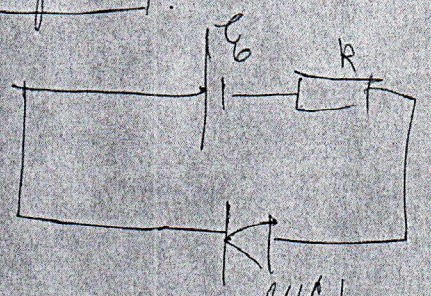


рис. 1

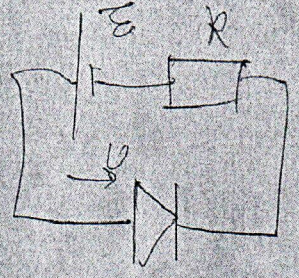
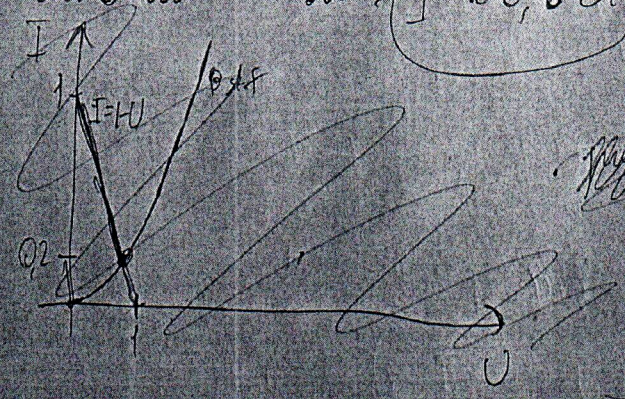


рис. 2

Если подключить диод, как показано на рис. 1, то ток через него $I=0$. Пусть при подключении диода как на рис. 2 напряжение на нём равно U. Тогда ток $I=\frac{\mathcal{E}-U}{R}=$ $=\frac{\mathcal{E}}{R}-\frac{1}{R}U=1-U/4$ [СИ]. Точка пересечения этой з-мости $I(U)$ с ВАХ диода и даст искомый ток: $I\approx 0{,}6$ А (рис. 3) +



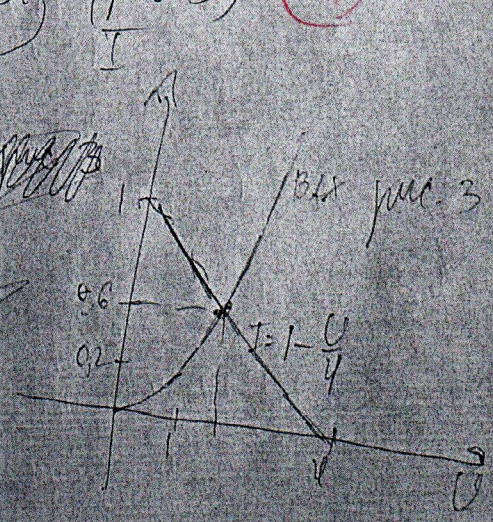


рис. 3

Чистовик

Лист 6

Решение задачи

Пусть U – напряжение на диоде (полярность указана на рис. 4)

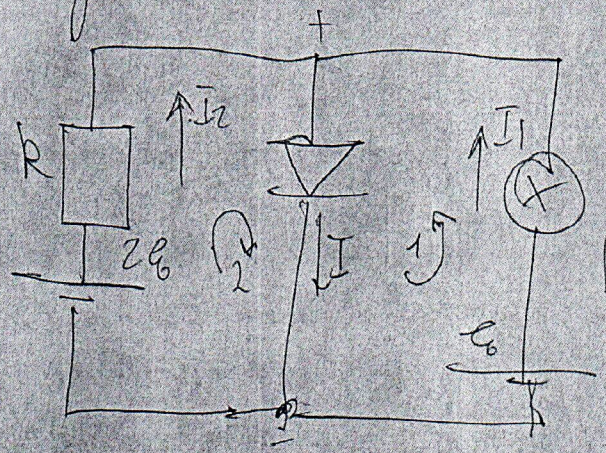


рис. 4

Тогда по 2-му пр-лу Кирхгофа для контуров 1 и 2:

2°: $2\mathcal{E} = I_2 R + U \Rightarrow I_2 = \frac{2\mathcal{E} - U}{R}$,

1°: $\mathcal{E} = U_x + U$, где $U_x = \mathcal{E}\frac{I_1^2}{I_0^2}$ – напряжение на лампе.

Т.о. $\mathcal{E} = \mathcal{E}\frac{I_1^2}{I_0^2} + U \Rightarrow I_1 = I_0\sqrt{1 - \frac{U}{\mathcal{E}}}$

Ток через диод: $I(U) = I_1 + I_2 = \frac{2\mathcal{E} - U}{R} + I_0\sqrt{1 - \frac{U}{\mathcal{E}}} = \frac{1}{2} - \frac{U}{20} + \frac{1}{2}\sqrt{1 - \frac{U}{5}}$ (здесь и далее – в СИ).

Т.е. $2I = 1 - \frac{U}{10} + \sqrt{1 - \frac{U}{5}} \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{U}{5}} = (2I - 1) + \frac{U}{10}$.

При $(2I - 1) \geq -\frac{U}{10}$, т.е. при $I \geq 0{,}5 - \frac{U}{20}$ имеем:

$1 - \frac{U}{5} = 4I^2 - 4I + \frac{U^2}{100} + \frac{U}{5}(2I - 1) = 4I^2 - 4I + \frac{U^2}{100} + \frac{2UI}{5} - \frac{U}{5}$

$0 = 4I^2 - 4I + \frac{U^2}{100} + \frac{2UI}{5}$

Чистовик

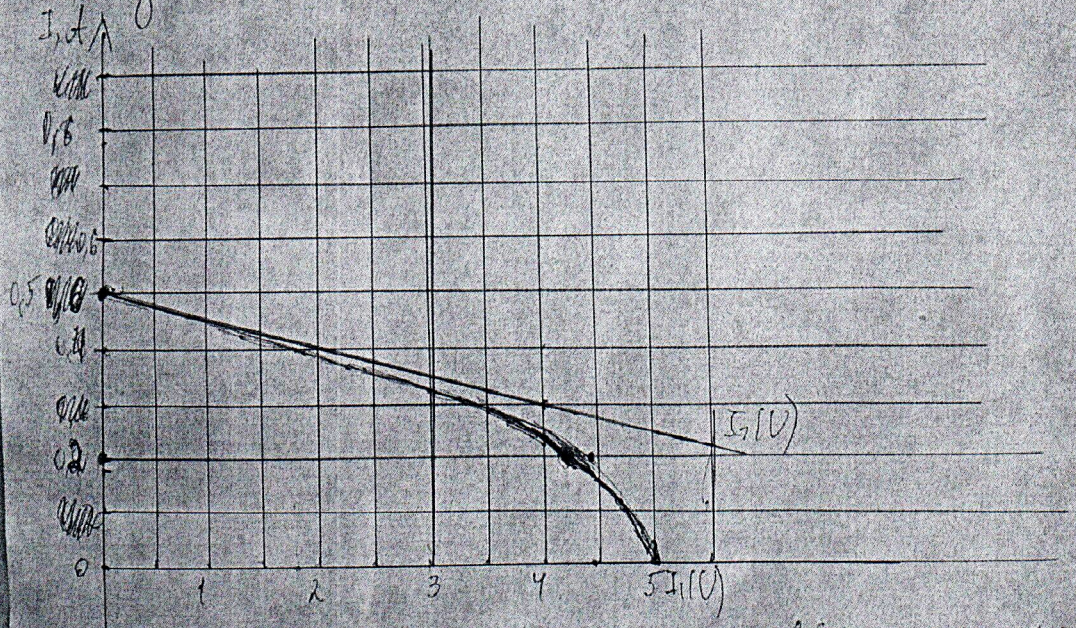
Лист 4

Построим прямую $I_2(U) = \frac{2\mathcal{E}}{R} - \frac{U}{R} = 0{,}5 - \frac{1}{20}U$ (СИ)

Построим кривую: $I_1(U) = I_0\sqrt{1-\frac{U}{\mathcal{E}}} = 0{,}5\sqrt{1-\frac{U}{5}}$ (СИ)

(проще сначала построить кривую $U(I) = 5 - 20I^2$, $I \geq 0$ а затем отразить её отн-но ~~[illegible]~~ прямой $I = U$)

Если сложить токи гр-ков ~~[illegible]~~ при одинаковых U, то получим кривую $I(U)$ – нагрузочную кривую диода. Точка её пересечения даст ~~[illegible]~~ ток I_x и напряжение U_x на нём в цепи. Тогда $P = I_x U_x$ – мощность, потребляемая диодом



Т.к. построение нагрузочной кривой технически сложно, проведём анализ. ~~[illegible]~~ Искомая точка пересечения, очевидно, лежит левее прямой $U = 2$ В, ибо по ВАХ $I(2В) = 1$ А, а по нагрузочной прямой ~~[illegible]~~ $I(0) = 1$ А. ~~[illegible]~~ По гр-ку видно, что

при ~~[illegible]~~ $U < 2$ В ур-е ф-ции [Лист] [Листовка]

$I_1 = 0{,}5\sqrt{1-\frac{U}{5}}$ близок к прямой. Аппроксимируем его прямой: $I \approx 0{,}5\left(1-\frac{1}{2}\frac{U}{5}\right) =$

$= 0{,}5 - \frac{U}{20} = I_2(U) \Rightarrow$ упрощённое ур-е нагрузочной прямой: $I(U) \approx 2I_2(U) =$

$= 1 - \frac{U}{10}$. Этот (прямая) ур-е проходит через точки

~~[illegible]~~ $(0;1)$ и $(5;0{,}5)$

Тогда ~~[illegible]~~ $U_1 \approx 1{,}75$ В,

$I \approx 0{,}8$ А

$\Rightarrow$ ~~[illegible]~~

$P \approx (1{,}75 \cdot 0{,}8)$ Вт $\approx 1{,}4$ Вт

$\boxed{\text{Ответ: } P \approx 1{,}4 \text{ Вт}}$

(+)

Чистовик | Лист 9

Задание 4

Вопрос: Фокусное расстояние линзы, находящейся в среде с показателем n отн-но показателя преломления стекла линзы:

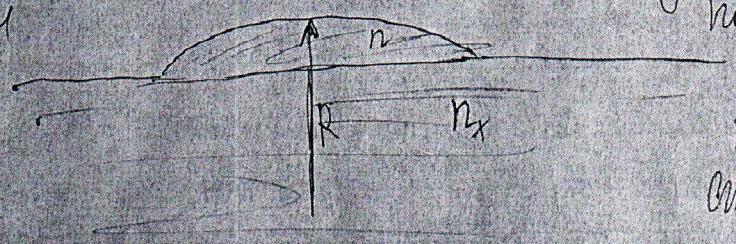
$$F = \left((n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)\right)^{-1}$$, где R_1, R_2 – радиусы кривизны пов-ностей линзы (для R_1 и R_2 существует правило знаков, это не модули)

В воздухе, очевидно, $n>1$; в воде ~~[illegible]~~ $n<1 \Rightarrow$ в воде F меняется на $(-F)$, т.е. оптическая сила линзы становится ~~[illegible]~~ отрицательной. +

Задача:

① Пусть R – по модулю радиус кривизны выпуклой пов-ности линзы, n – показатель преломления её стекла, n_x – показатель преломления воды.

рис-1



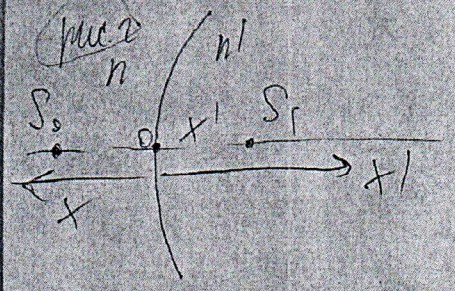
Как известно, в воздухе: $D = \left((n-1)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{\infty}\right)\right) = \frac{n-1}{R}$.

лист 19 (чистовик)

② В гауссовой оптике центрированной оптической системы доказывается формула, связывающая координаты x и x' источника и его изображения, которая дает сферическая пов-ность раздела сред n и n' кривизной R

$$\frac{n}{x} + \frac{n'}{x'} = \frac{n'-n}{R},$$

где x и x' отсчитываются как показано на рис. 2. На рис. 2 $R>0$, на рис 3



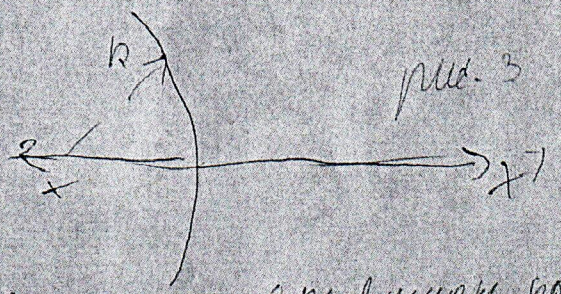


рис. 3

$R<0$ (ось x' совпадает с направлением падающего света).

③ У нас для первой пов-ности раздела „воздух-стекло":

$$\frac{1}{x} + \frac{n}{x_1} = \frac{n-1}{R},$$

где x - координата источника (некоторого), x_1 - его изображения.

Далее: граница „стекло-вода":

$$\frac{n}{(-x_1)} + \frac{n_x}{x_2} = \frac{n_x - n}{\infty} = 0,$$

где x_2 - координата изображения источника во всей с-ме, т.е. в линзе.

Чистовик | Лист 11

Тогда: $\frac{1}{x} + \frac{n_x}{x_2} = \frac{n-1}{R}$. ~~Найдём фокусы линзы~~

Чтобы найти фокус f_2 пространства изображений приравняем $x = \infty$:

$\frac{1}{\infty} + \frac{n_x}{x_2} = \frac{n-1}{R}$, т.е. $\frac{n_x}{f_2} = \frac{n-1}{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow f_2 = \frac{n_x R}{n-1} = \frac{n_x}{D}$

Очевидно, в этом фокусе и соберётся наш пучок света $\Rightarrow f_2 = h$, т.е. $\frac{n_x}{D} = h \Rightarrow n_x = D \cdot h = 7\,м^{-1} \cdot 0{,}2\,м = 1{,}4$

$\boxed{\text{Ответ: } n_x = Dh = 1{,}4}$

+

Поправка к ответу на вопрос:

Опт. сила станет ~~противоположной~~ отрицательной, если $n < 1$, т.е. если $n_{жидк} > n_{стекла}$.

Если же $n > 1$, т.е. $n_{жидк} < n_{стекла}$, то сила будет положительной, но т.к. n будет уже меньше, то она уменьшится.

Черновик

$$4I^2 + \frac{2U}{5}I - I = 0$$

$$I = 0$$

$$4I + \frac{2U}{5} - 1 = 0$$

$$4I = 1 - \frac{2U}{5}$$

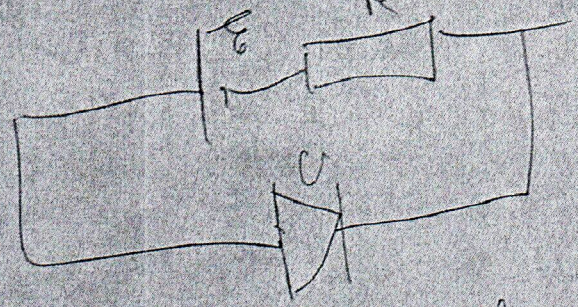
$$I = 0{,}25 - \frac{U}{10}$$

11

Черновик

№2

$\mathcal{E} = 4$ В ; $R = 4$ Ом

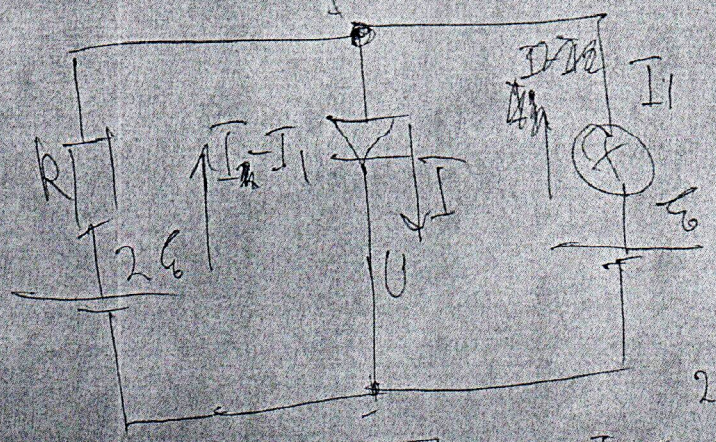


$I = \frac{\mathcal{E} - U}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{U}{R} = \frac{I^2}{I_0^2} = \frac{U}{\mathcal{E}}$

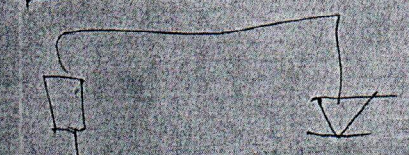
$U_x = \frac{\mathcal{E}_0^2}{I_0^2} I^2$

$I = I_0 \sqrt{\frac{U}{\mathcal{E}}}$

$I_0 = 0{,}2$ А
$\mathcal{E} = 5$ В
$R = 20$ Ом



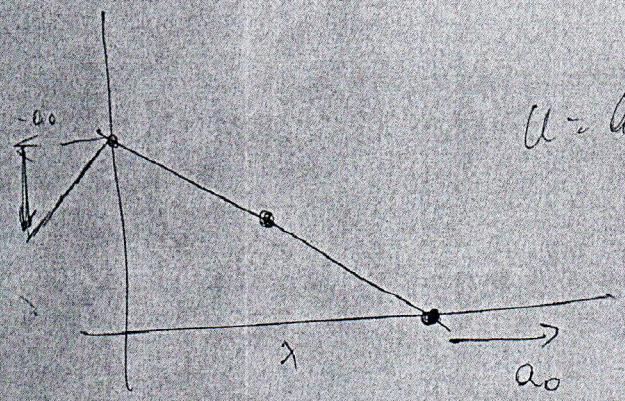
$I_2 = \frac{2\mathcal{E} - U}{R}$



$\mathcal{E} = U + U_x$

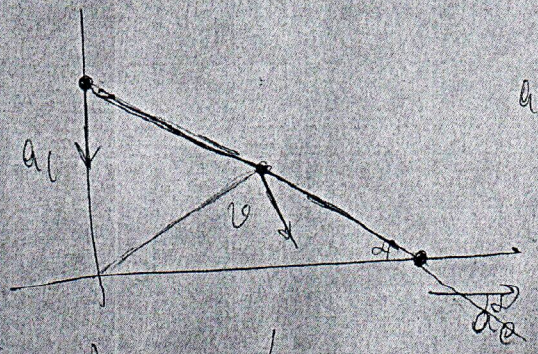
$\mathcal{E} - U = \frac{\mathcal{E}_0^2}{I_0^2} I_1$

Черновик



$u = a_0 t = \sqrt{\frac{a_0 L}{2}}$

13



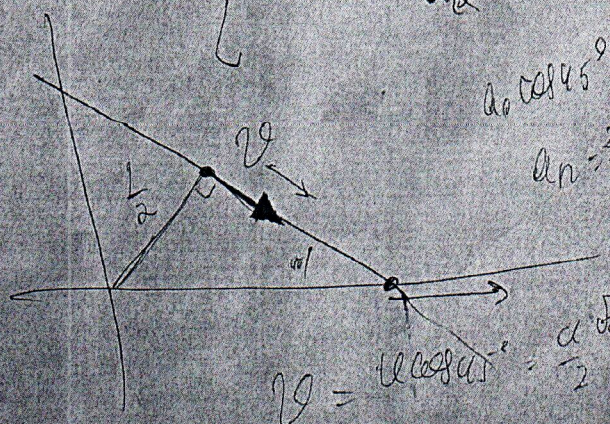
$a_0 \cos\alpha = a_1 \sin\alpha$

$a_1 = a_0 \operatorname{ctg}\alpha$

L

$a_0 \cos 45^\circ = \frac{a_0\sqrt{2}}{2} = a_1$

$a_n = \frac{2v^2}{L}$



$v = u\cos 45^\circ = \frac{u\sqrt{2}}{2} = \sqrt{a_0 L}$

Черновик

1 a b
2 a b
3 a b
4 a b

1 a
2 b
3 a b
4 a b

$5-20\,I^2$

$5-20\cdot(0{,}2)^2=$

$=5-20\cdot\frac{4}{100}=$

$=5-\frac{4}{5}=4{,}2$

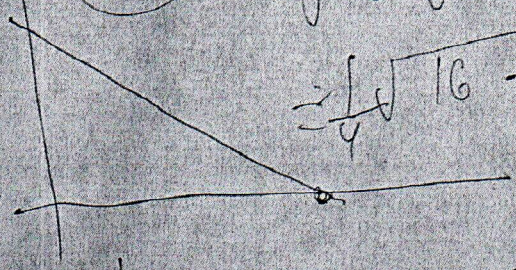
$5-20\cdot\frac{16}{100}=5-\frac{16}{5}=\frac{25-16}{5}=\frac{9}{5}=1{,}8$

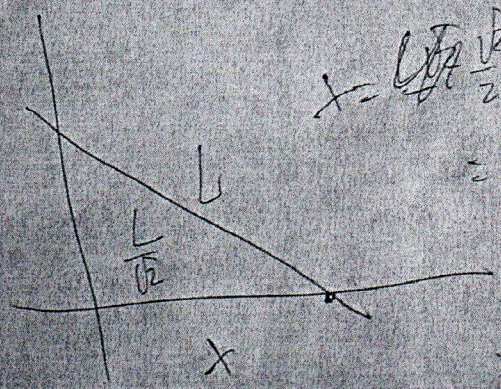
14

$y=L\sqrt{1-\frac{(1+2\sqrt{2})^2}{16}}=$

$=\frac{1}{4}\sqrt{16-1-8-4\sqrt{2}}=$

$=\frac{1}{4}\sqrt{7-4\sqrt{2}}$





$x=\frac{\sqrt{2}}{2}L+\frac{a_0t^2}{2}=$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}L+\frac{L}{2\cdot 2}=$

$=\frac{L}{4}+\frac{\sqrt{2}}{2}L=$

$=\frac{L}{2}\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)=$

$x=\frac{L}{4}(1+2\sqrt{2})$

$$0{,}5\sqrt{1+\frac{U}{5}} = 0{,}5\left(1+\frac{U}{10}\right) = 0{,}5+\frac{U}{20}$$

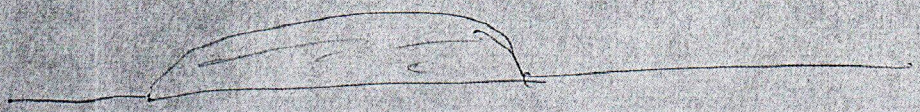
черновик

№5

16

$$4I^2 - 4I + \frac{U^2}{100} + \frac{2UI}{5} = 0$$

$$I = \left(1 - \frac{U}{10}\right) + \sqrt{1 - \frac{U}{5}}$$



$$\frac{n}{x} - \frac{n'}{x'} = \frac{n - n'}{R}$$

Черновик

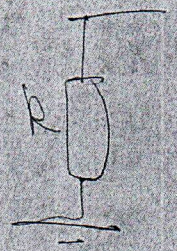
№ 7

Черновик

~~2~~ дптр $= \frac{1}{м}$

0,2

$$\sqrt{1-\frac{U}{5}} = (2I-1)+\frac{U}{10}$$



$$1-\frac{U}{5} = 4I^2+1-4I+\frac{U^2}{10}+\frac{U}{5}(2I-1)$$

$$\cancel{1}-\cancel{\frac{U}{5}} = 4I^2+\cancel{1}-I+\frac{2UI}{5}-\cancel{\frac{U}{5}}$$

$$\mathcal{E}-U = \frac{\mathcal{E}}{I_0^2}I^2$$

$$\left(\frac{I}{I_0}\right)^2 = \frac{\mathcal{E}-U}{\mathcal{E}} = 1-\frac{U}{\mathcal{E}}$$

18

$$I_1 = I_0\sqrt{1-\frac{U}{\mathcal{E}}}$$

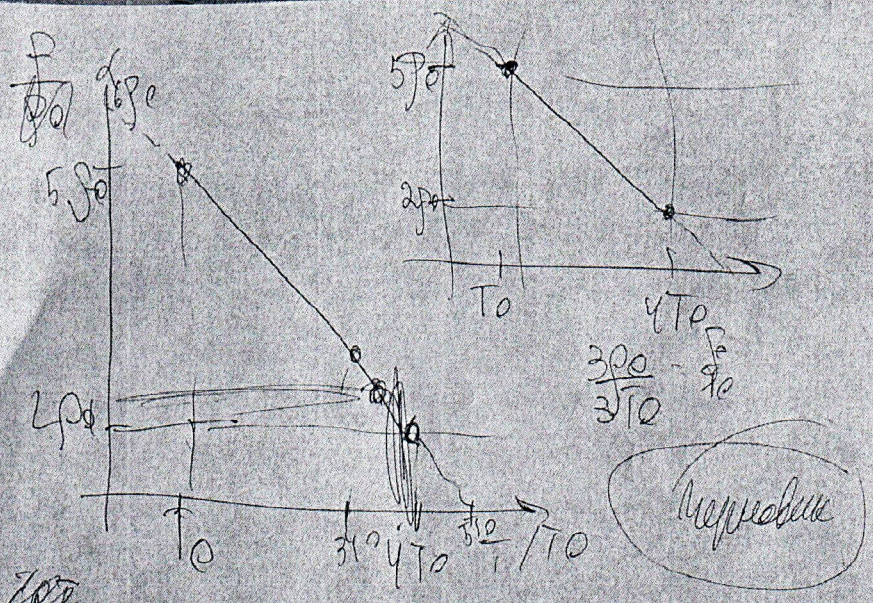
$$I = \frac{2\mathcal{E}-U}{R}+I_0\sqrt{1-\frac{U}{\mathcal{E}}}$$

$$I = \frac{1}{2}-\frac{1}{20}U+\frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{U}{5}}$$

$$2I = 1-\frac{U}{10}+\sqrt{1-\frac{U}{5}}$$

$$2I-1 > -\frac{U}{10}$$

$$I > \frac{1}{2}-\frac{U}{20}$$



$\frac{3\rho_0}{3T_0} = \frac{\rho_0}{T_0}$

Черновик

$E = \frac{i}{2}kT$

$T = \frac{2E}{ik}$

$\rho = \frac{pM}{RT}$

$p \sim \rho T$

$\rho = \cancel{6\rho_0\left(1 - \frac{T}{5T_0}\right)}$ $\quad 6\rho_0 - \rho_0\frac{T}{T_0} =$

$= \cancel{\rho_0\left(6 - \frac{T}{T_0}\right)}$

10

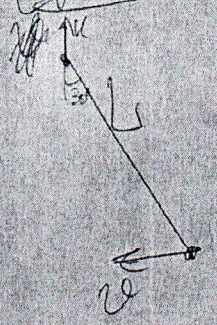
$\rho = 6\rho_0 - \frac{\rho_0}{T_0}T = \rho_0\left(6 - \frac{T}{T_0}\right)$

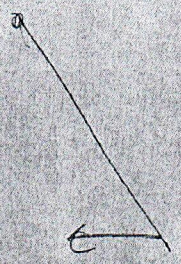
$\rho = \rho_0\left(6 - \frac{T}{T_0}\right)$

$\rho T = 6\rho_0 T - \frac{\rho_0}{T_0}T^2$

$\frac{-6\rho_0}{-\frac{2\rho_0}{T_0}} = 3T_0$

Задача 1





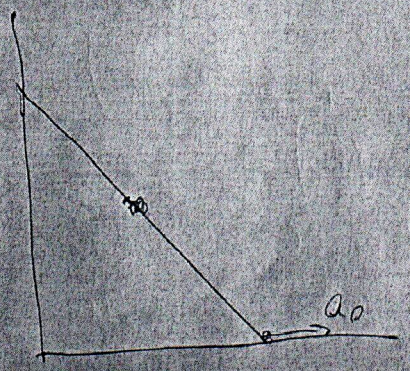
$v\cos$

$\frac{1,5}{60}$ $60 \cdot \frac{1,5}{} = 4$

$60/1,5 = 40$

$\frac{1}{40}$ $1,000$

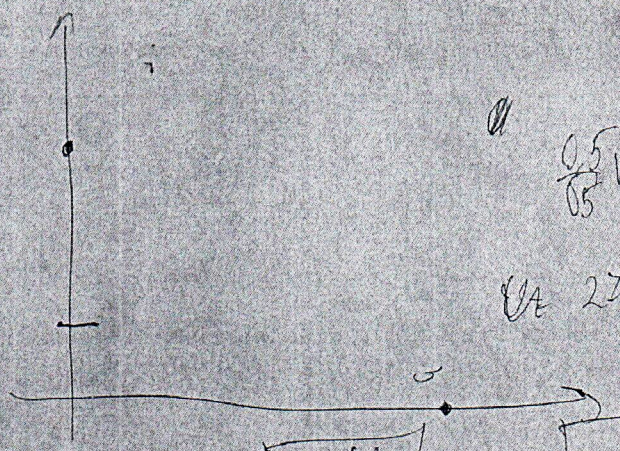
$0,0250$ $0,25$ $0,025$



10

Черновик

$I_1 = \frac{2\mathcal{E} - U}{R} = \frac{2\mathcal{E}}{R} - \frac{U}{R} = 0{,}5 - \frac{U}{20}$



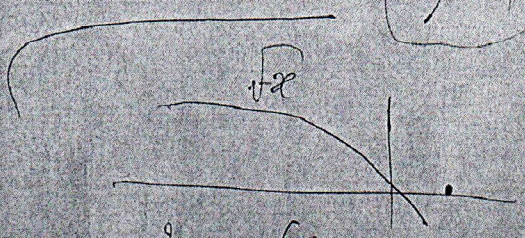
$\frac{0{,}5}{\sqrt{5}}\sqrt{5-U} =$

$2I = \sqrt{1-\frac{U}{5}}$

$I_2 = I_0\sqrt{1-\frac{U}{5}} = 0{,}5\sqrt{1-\frac{U}{5}}$

$\sqrt{x}$

$\sqrt{1-x}$



$\sqrt{1-(x-1)}$

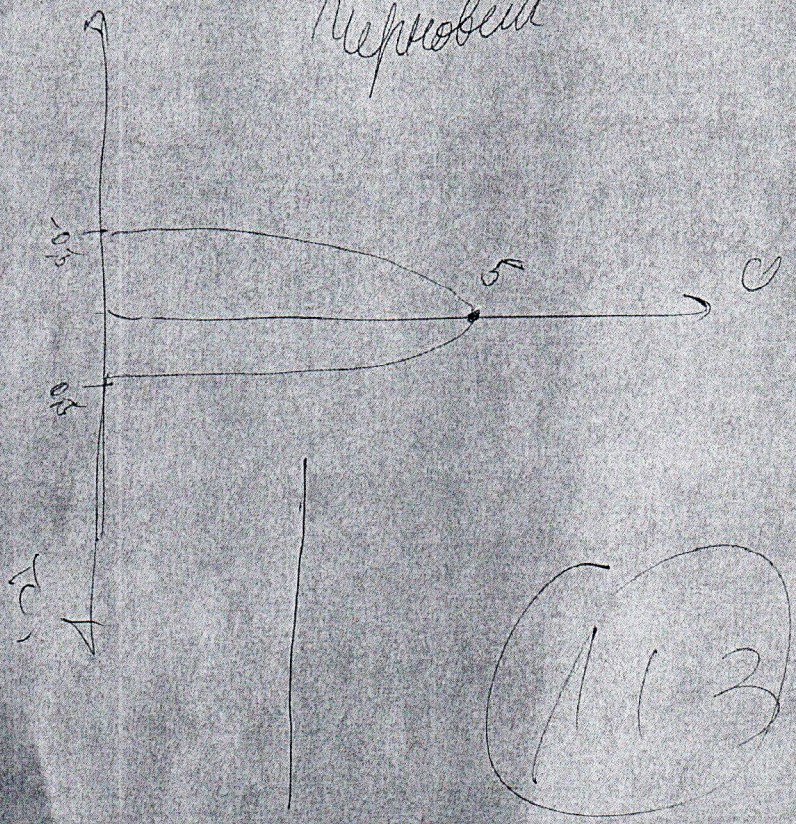
$4I^2 = 1 - \frac{U}{5}$

$U = 5 - 20I^2$

$20I^2 = 5 \quad I^2 = \frac{1}{4} \quad I = \pm 0{,}5$

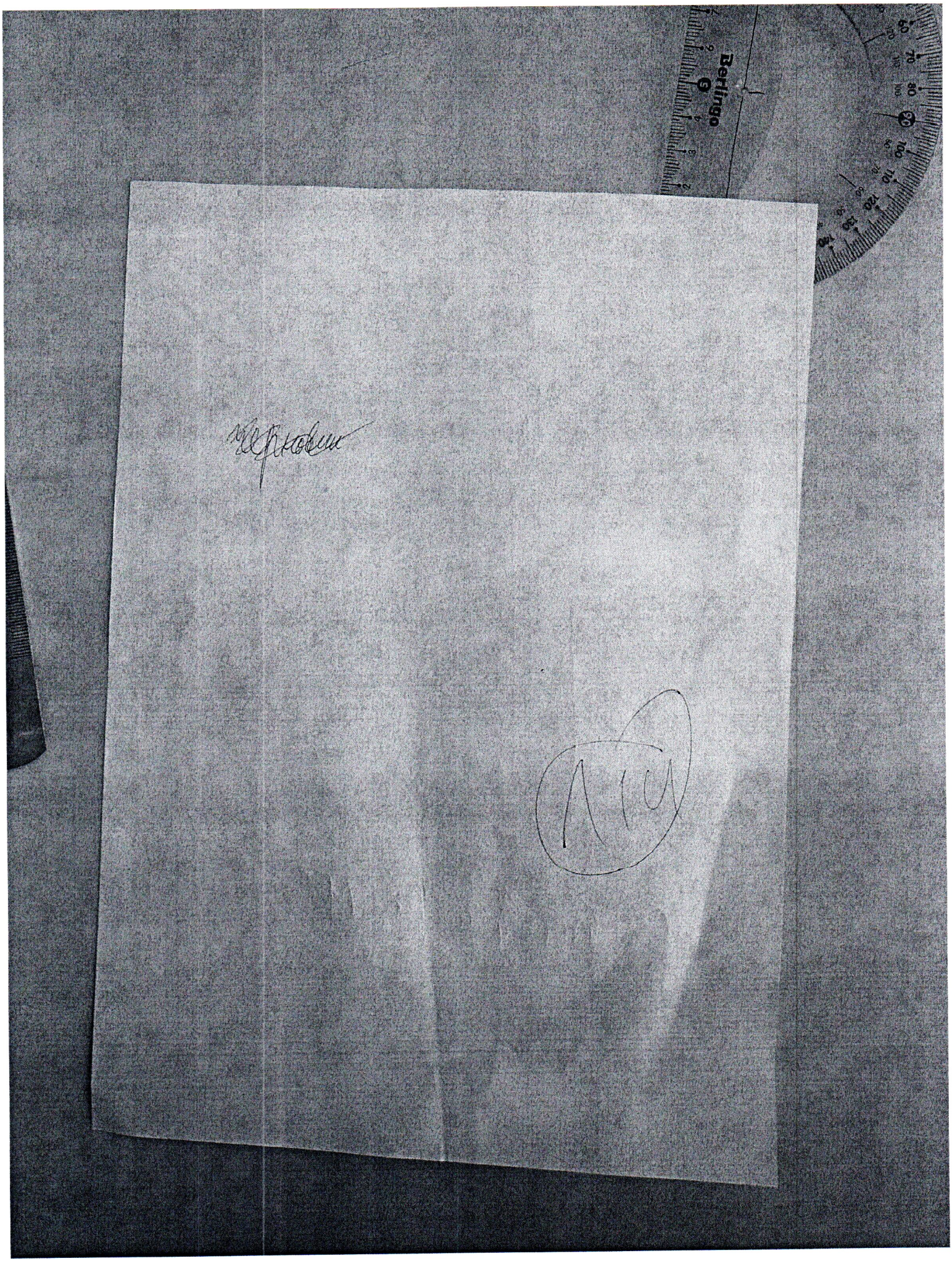
112

Черновик



№3

$1{,}75 \cdot 8 = \frac{7}{4} \cdot 8 = 7 \cdot 2 = 14$


Berlingo