



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Абдрахманова Аделия Маратовна**

Класс: **7-8**

Технический балл: **80**

Дата проведения: **27 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Абдрахманова Аделия Маратовна

Класс: 7-8

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
15 баллов	15 баллов	10 баллов	15 баллов	15 баллов	0 баллов	80 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов.

Технический балл получался прибавлением 10 к сумме баллов за решение задач.

1. лист 1 из 7 (история)

① Проанализируем:

- 1) Если утверждения воина рыцаря, то у него много бананов и мало кокосов.
- 2) Если утверждения воина жителя, то у него мало бананов и много кокосов.

⇒ Значит, больше всего бананов собрали рыцари, кокосов — жители.

② Возьмем рыцаря, который собрал бананов меньше, чем остальные рыцари. Чтобы его I утверждение оставалось правдой, рыцарей всего не должно быть больше 6.

③ Тогда тот же рыцарь, собравший бананов меньше, чем остальные рыцари, собрал кокосов больше них. Значит, чтобы его II утверждение оставалось правдой, жителей должно быть не меньше 7.

④

бананы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
жители/рыцарь	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(P1)	(P2)	(P3)	(P4)	(P5)	(P6)
кокосы	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

1) Если убрать одного из рыцарей, то другой скажет неправду ⇒ противоречие (например, уберем P6, тогда P1 скажет неправду ⇒ противоречие).

Мест 2 из 7 (истинные)

2) Если добавить одного рыцаря, то рыцарь, собравший меньше кои-во боюнов, скажет неправду \Rightarrow противоречие (Например, добавили P7, тогда P1 скажет неправду \Rightarrow противоречие).

3) Если убрать одного из лжецов, то P1 скажет неправду \Rightarrow противоречие.

4) Если добавить одного лжеца, то лжец, собравший меньше кои-во копов, скажет правду \Rightarrow противоречие (Например, добавим Л8, тогда Л8 скажет правду \Rightarrow противоречие).

Значит, на острове 6 рыцарей и 7 лжецов.

Ответ: да; 6 рыцарей и 7 лжецов.

2.

лист 3 из 7 (источник)

и y работников,
 Пусть x рядок было всего.

день	кол-во работников	кол-во рядок	кол-во рядок выполнил каждый работник
I	y	10	$\frac{10}{y}$
II	7	$x - 10$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{10}{y} = \frac{5}{y}$

Составим уравнение:

$$\frac{5}{y} \cdot 7 = x - 10$$

$$\frac{35}{y} = x - 10$$

П.к. во II день работало меньше человек и меньше время, то и кол-во выполненных рядок должно быть меньше, чем в I день.

Решим методом подбора.

Пусть во II день выполнили 1 рядку:

$$\frac{35}{y} = 1$$

$$\frac{35}{35} = x - 10$$

$$\underline{y = 35}$$

$$\underline{x = 11}$$

Сделаем проверку и получим, что, действительно, всего рядок было 11.

Ответ: 11.

3. Мест 4 из 7 (используются)

$$\overline{abc} - \overline{acb} = 100a + 10b + c - 100a - 10c - b = 9b - 9c = 9(b - c)$$

$(b - c) < 10$, т.к. в условии сказано, что a, b, c — это цифры

$$9(b - c) : 72, \text{ если } b - c = 8$$

1) $b = 8, c = 0$, a — любое число от 1 до 9 вкл.
(Например, $180 - 108 = 72 : 72$)

Таким ~~же~~ образом трехзначных чисел — 9 шт.

2) $b = 9, c = 1$, a — любое число от 1 до 9 вкл.
(Например, $291 - 219 = 72 : 72$)

Таким ~~же~~ образом трехзначных чисел — 9 шт.

\Rightarrow Всего — 18 трехзначных чисел.

Т.к. в задаче ничего не сказано про натуральность чисел, то рассмотрим вариант, когда разность $\overline{abc} - \overline{acb}$ отрицательна:

$$(b - c) > -10$$

$$9(b - c) : 72, \text{ если } b - c = -8$$

1) $b = 0, c = 8$, a — любое число от 1 до 9 вкл.

Таким образом трехзначных чисел — 9 шт.

2) $b = 1, c = 9$, a — любое число от 1 до 9 вкл.

Таким образом трехзначных чисел — 9 шт.

$$18 + 18 = 36$$

Ответ: 36 чисел.

4. лист 5 из 7 (истовили)

$$(x+y)(x+y+1) + 2y = 100$$

$$x^2 + xy + x + xy + y^2 + y + 2y = 100$$

$$x^2 + 2xy + y^2 + x + 3y = 100$$

$$(x+y)^2 = 100 - 3y - x$$

т.к. x и y - натур. числа, $(x+y)^2$ может быть равен 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 (больше быть не может: например, 100:

$$\begin{cases} x+y=10 \\ 100-3y-x=100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10-y \\ 3y+10-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10-y \\ 2y+10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10-y \\ y \neq -5 \end{cases} \text{ (т.к. } y \text{ - натур.)}$$

Пусть $(x+y)^2 = 81$, тогда составим систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=9 \\ 100-3y-x=81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9-y \\ 100-3y-9+y=81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9-y \\ 2y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases}$$

Пусть $(x+y)^2 = 64$, тогда составим систему уравнений:

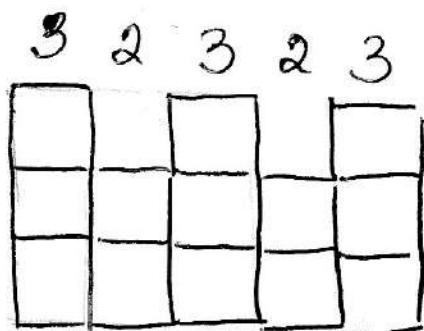
$$\begin{cases} x+y=8 \\ 100-3y-x=64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8-y \\ 100-3y-8+y=64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8-y \\ 2y=28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -6 \text{ (т.к. } x \text{ - натур.)} \\ y=14 \end{cases}$$

Значит, квадраты меньше 81 быть не могут.

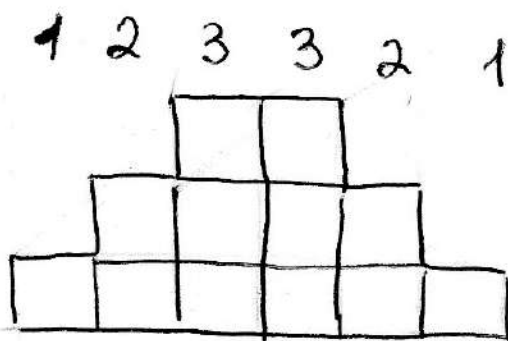
Ответ: (4; 5).

5.

Метод 6 из 7 (мисно бек)

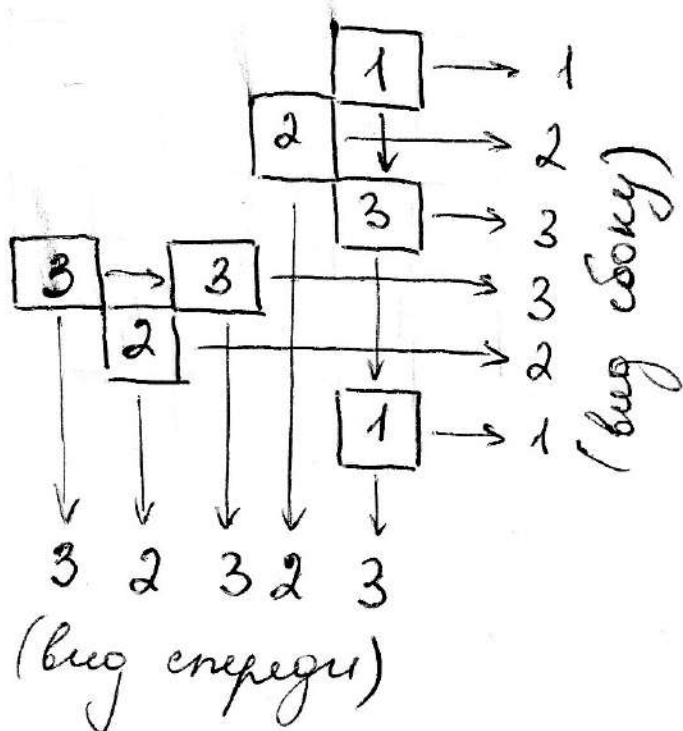


bug spredu



bug nazad

Буг сверху



Одмет: 7.

$$2bc - acb = 100a + 10b + c - 100a - 10c - b = 9b - 9c = 9(b-c)$$

днем 7 уз 7 (репробук) $\frac{91}{13} = 7$



$$\begin{array}{r} 119 \\ - 191 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{cases} x+y=10 \\ 100-3y-x=100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y+b=0 \\ 3y+10-y=0 \\ 2y+10=0 \\ 2(y+5)=0 \\ y=-5 \end{cases}$$

$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{2}$
x	10	$\frac{10}{x}$
7	$\frac{35}{x}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{10}{x} = \frac{5}{x}$

~~$$x + \frac{5}{x} \cdot 7 = 10 + \frac{35}{x}$$~~

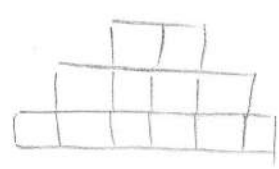
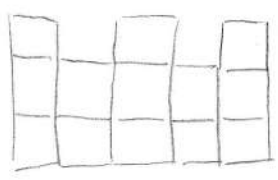
$$(x+y)(x+y+1) + 2y = 100$$

$$\begin{aligned} xy + x + xy + y^2 + y + 2y &= 100 \\ + 2xy + y^2 + x + y + 2y &= 100 \\ + y)^2 + x + 3y &= 100 \\ + y)^2 &= 100 - 3y - x \end{aligned}$$

$\frac{25, 36, 49, 64, 81}{25, 36, 49, 64, 81}$

$$\begin{cases} 100 - 18 - 2 = 80 \\ x+y=9 \\ 81 = 100 - 3y - x \\ x=9-y \\ 81 = 100 - 3y - 9 + y \\ x=4 \\ 2y=100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=8 \\ 69 = 100 - 3y - x \\ x=8-y \\ 2y=28 \\ x=-6 \\ y=14 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x+y=7 \\ 100-3y-x=49 \\ x=7-y \\ 100-3y-7+y=49 \\ 44=2y \\ x=7-y \\ y=22 \end{cases}$$

