



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Скарков Константин Александрович**

Класс: **7-8**

Технический балл: **95**

Дата проведения: **27 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Скарков Константин Александрович

Класс: 7-8

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
15 баллов	15 баллов	10 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	95 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов.
Технический балл получался прибавлением 10 к сумме баллов за решение задач.

не 3+1 3A2 Церковник 1
100 40 планет сел. с ПАК.

топ 6 по баллам
меньше топ 7 по координатам

1

P
P
P
P
P
P
Λ
Λ
Λ
Λ
Λ
Λ
1

Λ
Λ
Λ
Λ
Λ
Λ
P
P
P
P
P
P

Ответ: 7 лжецов, 6 рыцарей

$$72 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$121 - 172 = 9$$

сим. 1 сим. 1

$$abc - acb : 8$$

$$a \cdot 100 + b \cdot 10 + c - a \cdot 100 - c \cdot 10 - b =$$

$$a \cdot b + a \cdot b - a \cdot c$$

$$a \cdot (b - c)$$

$$b - c : 8, \text{ когда}$$

$$b = 8 \quad c = 0$$

$$b = 0 \quad c = 8$$

$$b = 9 \quad c = 1$$

$$c = 1 \quad b = 9$$

a - 9 лж.

4 лж. 82

10

13

Ответ: 36 лж.

$$(x+y)(x+y+1)+2y=100$$

$$(x+y)^2 + 3y + x = 100$$

$$x^2 + 2xy + y^2 + x + 3y = 100$$

$$(x+y+1)(y+x+1)$$

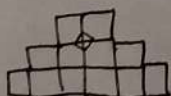
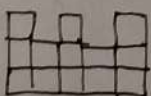
$$(x+1)x + (y+1)y + 2y(x+1)$$

$$x^2 + 2xy + y^2 + x + 3y$$

$$x^2 + y^2 + 1 + 2xy + 2x + 2y$$

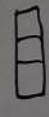
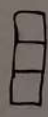
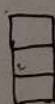
$$(x+y+1)^2 - x + y + 1 + x + y$$

$$(x+y+1)^2 - x + y - 1$$



1
2
3
3
2
1

Ответ: 7



1

2

3

4

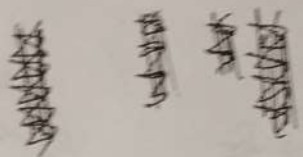
5

- 4
+ 2

Черновик 2

$$x^2 + y^2 + 2xy + x + y + 3y = 100$$

$$(2y+x)(x+y+1)$$



$$y=0 \quad (x+y)(x+y+1) + 2y$$

$$x^2 + 2xy + y + y^2 + 2y + x$$

$$y(2+y) + x$$

2 рад.

x все рад.

y все рад.

10: x y.

y-?

$$10:35 - 10 \text{ рад}$$

$$10: x \cdot 7, 2y - 10$$

$$x > 7$$

$$10:35 \cdot 7, 2$$

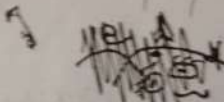
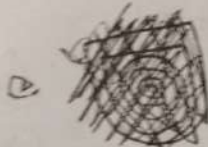
$$35: x = y - 10$$

$$x = 35 \quad y = 11$$

$$5:35 \cdot 7 = 1$$

$$1, 5, 7, 35$$

$$x = y$$



$$(x+y)(x+y+1) + 2y$$

$$41 \cdot 40 \cdot 2 = 41 \cdot 20$$

3

$$25$$

$$41 \cdot 40$$

x

$$(100 - x - y)$$

$$(100 + x + y)$$

$$100 + x^2 + 2xy + y^2 = 3y + x$$

$$= 3y + x$$

$$(100 - x - y)(100 + x + y) = 3y + x$$

13 M + K.

$$x + y < 10 \quad 25$$

$$y < 3$$

$$x < 2$$

$$21 \quad 23$$

$$y$$

$$9 \cdot 3$$

$$8 \cdot 3 + 1 = 25$$

$$2$$

$$6 \quad 3 \quad 5 \quad 4$$

$$21$$

$$20$$

ЗАДАЧА 1

- 1) Построим жителей в порядке убывания их кол-ва бананов. (сначала те, у которых больше). Тогда первые 6 человек сказали правду (перед ними 5 меньше человек), остальные соврали. Значит на острове 6 рыцарей, ~~и 7 лжецов~~
- 2) Теперь построим жителей в порядке убывания их кол-ва кокосов. Тогда первые 7 человек сказали неправду (говоря фразу 1), ведь нет 7 жителей, у которых больше кокосов, чем у них (перед ними стоят как-то человек). Остальные сказали правду (это первые 7 человек). Значит на острове 7 лжецов.

Выясняется, на острове 6 рыцарей и 7 лжецов, всего 13.

Это могло быть. Пример:

В порядке уб. по бананам: 6 рыцарей; 7 ЛЖЕЦОВ ^{для лжецов и для рыцарей}

В порядке уб. по кокосам: 7 ЛЖЕЦОВ; 6 рыцарей ^{порядок не важен (везде)}

В пунктах 1) и 2) уже рассмотрели этот случай, и могут все могли сказать свои фразы.

Ответ: 13

Задача 4

$$(x+y)(x+y+1)+2y=100$$

$$x^2+2yx+y^2+x+y=100$$

$$100-(x+y)^2=3y+x$$

$$(100-x-y)(100+x+y)=3y+x$$

мин. 1, макс. 19

$$x+y \leq 9$$

рассмотрим вариант, когда $x+y=9$

тогда подходящий вариант - $y=5, x=4$

Ответ: $x=4, y=5$ - единственный ответ.

$$(x+y \leq 9)$$

→ справа слева будет то же - бы $2(10+x+y)$
 $2(10+x+y) \geq 3y+x$
 $20+2x+2y \geq 3y+x$
 $x+y \leq 9$
 что быть не может.

В других случаях

1,8	4,5
2,7	6,3
3,6	7,2

8,1 не подходит

ЗАДАЧА № 2

x - количество работников

y - кол-во урядок

Скорость одного работника - $10 : x$ гр./день (так как за день x раб. выполняют 10 урядок)

Во второй день кол-во выполненных урядок было равно

$$(10 : x) \cdot 7 : 2$$

всего 7 раб.
работали по 7 гр. и $10 : x$ - скорость в день, значит $10 : x : 2$ - в 2 раза меньше

$$10 : x \cdot 7 : 2 = y - 10$$

(10 выполнено в 1 день)

$35 : x = y - 10$. Кол-во работников целое, и урядки и тоже, значит 35 должно делиться на x ($y - 10$ - целое)

Варианты x - 1, 5, 7, 35.

Вспомним, что это - то заболел, и пришло 7 раб. Значит всего работников больше 7. 1, 5, 7 - меньше либо равно 7. Значит единственный вар. x - 35

$$35 : 35 = y - 10 \Rightarrow 1 = y - 10 \Rightarrow y = 11$$

Значит, всего было 11 урядок

Ответ: всего урядок было 11 урядок

ЗАДАЧА 3

Чистовик АИЕТ 3 и 3 5

$$72 = 9 \cdot 8.$$

$$\overline{abc} - \overline{acb} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c - a \cdot 100 - c \cdot 10 - b = b \cdot 9 - c \cdot 9 = 9 \cdot (b - c)$$

$$9 \cdot (b - c) : 9 \Rightarrow \overline{abc} - \overline{acb} : 9.$$

Осталось найти числа $\overline{abc}$ и $\overline{acb}$, кратные $9 \cdot (b - c)$ делится на 8

$9 \cdot 8$ и 8 - взаимно просты, значит $b - c$ делится на 8
Это может быть в 4 случаях:

$b = 1, c = 9$
 $b = 9, c = 1$
 $b = 0, c = 8$
 $c = 8, b = 0$

для каждого из ^(четырёх) этих вариантов у нас есть 9 вариантов a (все цифры, кроме 0)

~~4 варианта~~ $4 \cdot 9 = 36$, значит всего 36 вариантов таких чисел

Ответ: 36

ЗАДАЧА № 5

Чистовик Лист 4 из 5

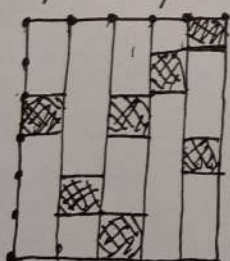
~~Для вида сверху не важно~~

На виде сбоку в основании лежат 6 кубиков. По-
лучается, при виде сверху будут видны хотя бы 5 ку-
биков: (это либо кубики в основании, либо лежащие над
ними), так как кубики в основании лежат в разных
столбцах (множество кубиков, поставленных друг на друга).
(будем считать, что под любым кубиком нет пусто-
го пространства (либо это кубик в основании), так как
так на картинках это изображается, значит не-
надо будет рассматривать случаи, когда это не со-
блюдается.) (нам не важно, лежат ли кубики, или нет,
так как ^{это не влияет} на вид сверху

На виду спереди видно, что есть 3 столбца высотой 3. Но на виду сбоку мы посчитали только 2 кубика, не посчитав ~~то~~ это.

Значит кубиков хотя бы 7

Пример: (на виду сверху)



(здесь картинка сходится с видом ~~сверху~~
сбоку и спереди)

высота столбца (столбца) в этой и ряду

Доказано, почему 7-мин. И показан пример, когда 7

Ответ: 7

ЗАДАЧА 16

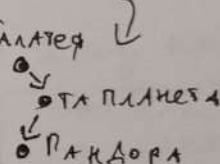
Чистовик Лист 5 из 5

Обозначим множество планет, в которые можно попасть из планеты ГАЛАТЕЯ-37 и мн. планет, из которых можно попасть в планету ПАНДОРУ.

(18) $\begin{pmatrix} 40 \\ 40 \end{pmatrix}$ - множество 1
 $\begin{pmatrix} 40 \\ 40 \end{pmatrix}$ - множество 2

Есть 3 варианта:

- 1) Из ГАЛАТЕИ есть путь на ПАНДОРУ (тогда ответ 1)
 2) Множества 1 и 2 пересекаются (но не совп. 1). Тогда есть планета, в которую можно попасть из ГАЛАТЕИ-37 и попасть с неё на ПАНДОРУ. (Тогда ответ 2)
- 3) Множества не пересекаются. то ГАЛАТЕЯ
 макс. количество портов, выходящих из множества 1 не в мн. 1 или ГАЛАТЕЮ -
 или



$$40 \cdot 41 \cdot 40 - 41 \cdot 40 : 2 = 41 \cdot 40 : 2 = 41 \cdot 20$$

Всего выходящих портов

$$41 \cdot 20 = 40 \cdot 20 + 20$$

то есть они соединены мн. с 21 планетой не из мн. 1 (мн., когда из мн. 2 выходит в планету по макс. числу портов, но есть по 40, $(40 \cdot 20 + 20) : 40 = 20,5$

максимум, когда из каждой из 41 планеты выходы по 40 портов к другим планетам, но ~~они~~ ~~каждый~~ ~~планета~~ получается, что каждые 2 планеты соединены 2-мя портами, значит разделить на 2

Округляя вверх, так как даже если в планете идёт меньше, чем 40 портов из мн. 1, то в неё всё равно можно откуда-то попасть

21

Хотя бы 1 из этих планет принадлежит множеству 2, так как кроме мн. 2 остаётся 18 (< 21) планет, куда можно вести порты. Значит в мн. 1 есть порты, ведущий в мн. 2. Тут ответ 3 -

Ответ: 1, 2 или 3