



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Мустафина Александра Евгеньевна**

Класс: **7-8**

Технический балл: **85**

Дата проведения: **27 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Мустафина Александра Евгеньевна

Класс: 7-8

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	0 баллов	85 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов.
Технический балл получался прибавлением 10 к сумме баллов за решение задач.

У3

листовики 1

$$\overline{abc} - \overline{acb} = 100a + 10b + c - 100a - 10c - b = 9b - 9c$$

$9b - 9c = 9(b - c)$ и это $\div 72$, т.е. $(b - c) \div 8$, а значит b и c могут быть равны только 0 и 1, 1 и 9, 8 и 0 и 0 и 8 (разность двух цифр не более 9), т.е. разность $\div 8$ это 8 или -8). А значит, а любая (кроме 0) - 9 вариантов, для b и c 4 варианта, т.е. $9 \times 4 = 36$

Ответ: 36

У4

Заметим, что $x + y \leq 9$, иначе $x + y \geq 10$ и $(x + y)(x + y + 1)$ уже мин. 110 > 100, при этом, если в сумме они ≤ 9 , то и каждое из них не больше 9.

Значит $2y \leq 18$, т.е. $(x + y)(x + y + 1) \geq 100 - 18 = 82$, т.е. $(x + y)$ точно ≥ 8 , иначе $(x + y)(x + y + 1) \leq 42$.

Отсюда следует, что $x + y = 9$, тогда $(x + y)(x + y + 1) = 90$ и $2y = 100 - 90 = 10 \Rightarrow y = 5$, $x = 9 - y = 9 - 5 = 4$.

Ответ: $x = 4$; $y = 5$

У1

1) Пусть y нас жителей меньше 8, тогда второе требование физически ни у кого не выполняется, т.е. все ложь. Тогда рассмотрим человека с наибольшим кол-вом бананов, ~~тогда~~ он точно лжец - противоречие.

2) Тогда жителей ~~точно~~ не менее восьми. Упорядочим их по бананам

$$a_1 > b_1 > c_1 > d_1 > e_1 > g_1 > h_1 > \dots$$

Тогда правду скажут только первые 6, т.е. у нас 6 ризарей. А именно:

"по корсони"

числовик 2

$$a_2 > b_2 > c_2 > d_2 > e_2 > f_2 > h_2 > g_2 \dots$$

Первые 4 букв, т.е. ровно 4 ромбозов, и всего
 $6 + 4 = 10$ человек. Покажем, что такое возможно:

По ~~корсони~~ Бачеман:

$$\underbrace{a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5 > a_6 > a_7 > a_8 > a_9 > a_{10} > a_{11} > a_{12} > a_{13}}_{\text{ромбозы}}$$

По корсони:

$$\underbrace{a_{13} > a_{12} > a_{11} > a_{10} > a_9 > a_8 > a_7 > a_6 > a_5 > a_4 > a_3 > a_2 > a_1}_{\text{ромбозы}}$$

Ответ: да, можно. 13 человек, 6 ромбозов и 4
букв.

52

Пусть было x работников, тогда производительность
одного работника $\frac{10}{x}$, т.е. во II день ускорен

$$\frac{10}{x} : 2 \cdot 7 = \frac{35}{x}$$

$\frac{35}{x} + 10$ — целое число, т.е. $\frac{35}{x}$ целое, x целое,

т.е. $35 : x$, $x > 7 \Rightarrow x = 35$ и всего ускорен

$$1 + 10 = 11$$

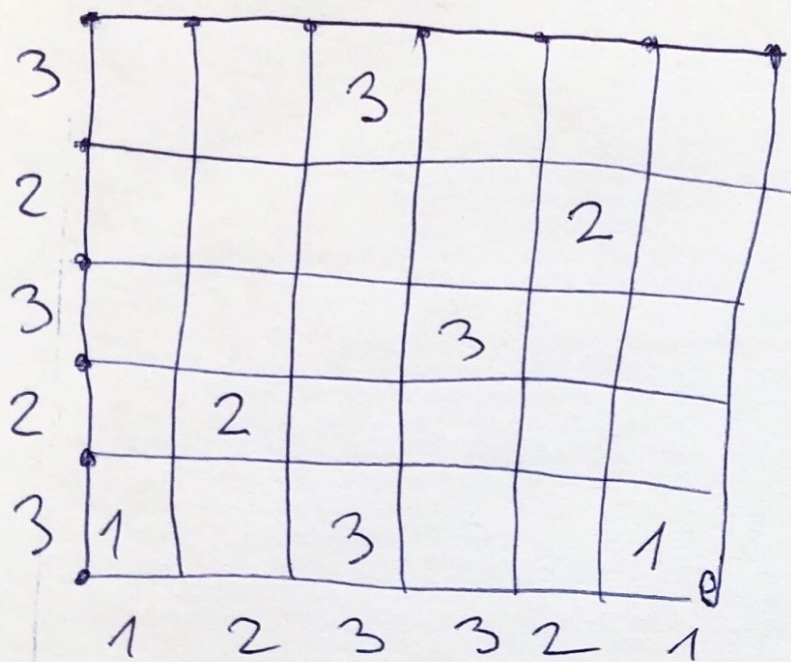
Ответ: 11 ускорен

45

мостовик 3

Пусть весь замок примет вид поля

6×5 ; ~~такая~~ фигура размером с верт. или



горизонт. обозначает, какой мост.

Высоты башенки из кубиков состоит тех стоять.

Эти цифры берутся из верхов сбоку и спереди, если есть башенка выше, то

на рисунке сторона была бы выше. При этом такие башенки мин. 6, а еще башенки высотой три - 3 штуки, т.е. у нас башенки максимум 4. Пример показан на рис.

Поставить башни таким образом по-лучим исходный рисунок, т.е. по виду сверху мин. 4

Ответ: 4

$$(x+y)(x+y+1)+2y=100$$

первый 1

$$x+y \leq 9$$

$$x^2+xy+x+xy+y^2+y+2y=100$$

8

$$100-16=84 \quad x^2+2xy+y^2+x+y+2y=100$$

~~x+y=10~~

$$100 \geq (x+y)(x+y+1) \geq 84 \quad (x+y)^2+x+3y=100$$

$$x+y \leq 9$$

$$x+y \geq 8$$



1, 3, 4, 16

$$19-91=-72$$

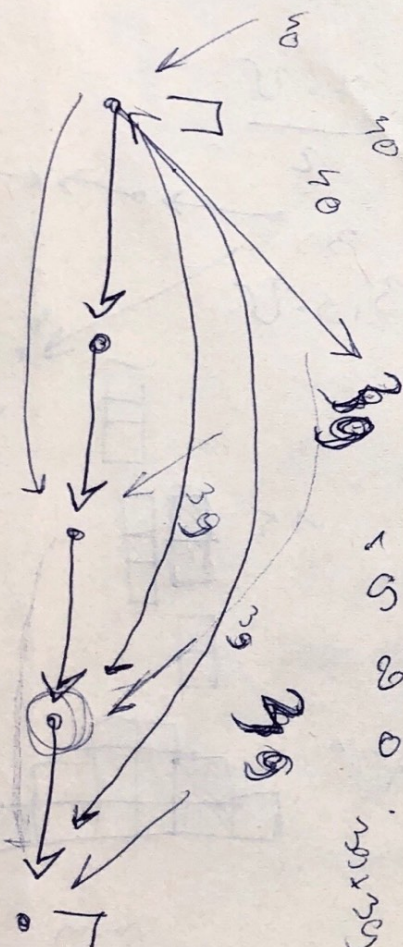
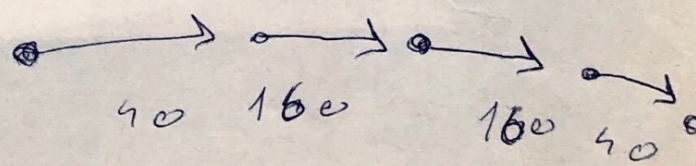
$$\overline{abc} - \overline{ab}; 72$$

$$100a+10b+c - 10a-10c-b \div 72$$

$$9b-9c \div 72$$

$$9(b-c) \div 72$$

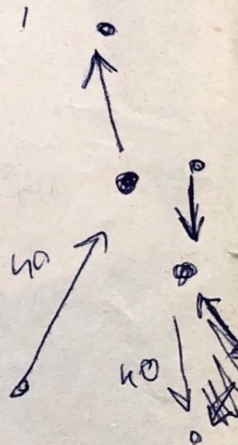
$$b-c \div 8$$



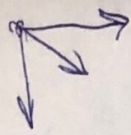
1 9
5 1
8 0
0 8

5+30+35

5
28
=28



перешел 2



$\frac{35}{x} - \text{yuse } y = 10$

$\frac{10}{2x} \cdot 7$

$\begin{aligned} & \geq 35 \\ & x = 1 \\ & x = 7 \\ & \geq 5 \end{aligned}$

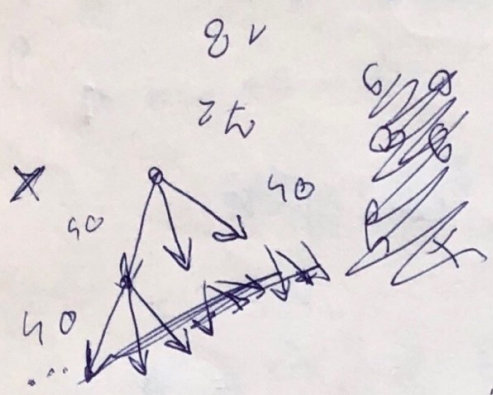
$\frac{10}{8 \cdot 2} \cdot 7 + 10$

$\frac{35}{x} + 10 = 45$

54

5

2

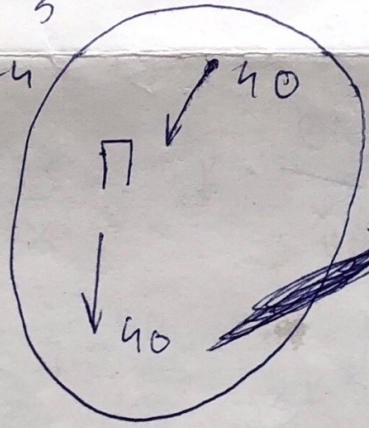


$\textcircled{5} \rightarrow h+x \rightarrow 9$

3			3	
2				2
3			3	
2		2		
3	1	3		1

$\frac{10}{x} \cdot \frac{1}{2} \cdot 7$

$2(\frac{8}{x})$

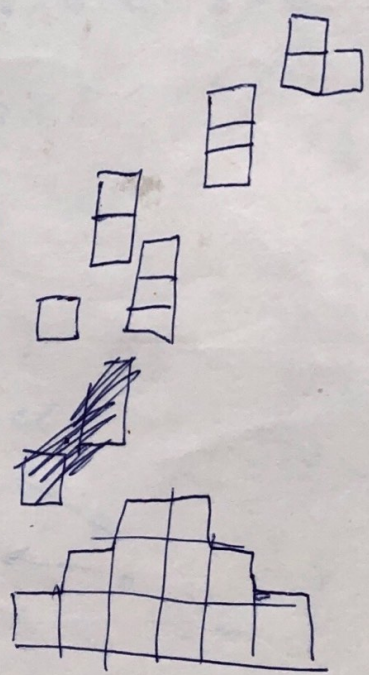
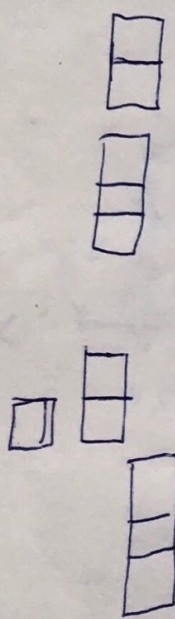


$160 + 40 + 160 + 40$

$\frac{35}{x} + 10 = a$

$\frac{35}{x} + 10 = a$

$f > 2 > p > c > g > v > d$



$\frac{100 - 20}{2} = 40$

$400 + 2 = 402$