



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Ожогин Михаил Андреевич**

Класс: **7-8**

Технический балл: **90**

Дата проведения: **27 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Ожогин Михаил Андреевич

Класс: 7-8

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	5 баллов	90 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов.
Технический балл получался прибавлением 10 к сумме баллов за решение задач.

история 1

Задача 1.

Из второго утверждения можно сделать вывод, что лжецов не более 7, т.к. если их будет больше, то лжец с наименьшим кол-во кокосов на второе утверждение ответит правдиво. Противоречие. Из первого утверждения можно сделать вывод, что рыцарей не более 6, т.к. если их будет больше, то рыцарь с наименьшим кол-во бананов на первое утверждение ответит ложно. Противоречие.

Рыцарь с наибольшим кол-во кокосов ответит на второе утверждение правдиво $\Rightarrow$ есть минимум 7 лжецов с большим кол-во кокосов $\Rightarrow$ лжецов не менее 7 и не более 7 $\Rightarrow$ всего лжецов 7.

Лжец с наибольшим кол-во бананов ответит на первое утверждение ложно $\Rightarrow$ есть минимум 6 рыцарей с большим кол-во бананов $\Rightarrow$ рыцарей не менее 6 и не более 6 $\Rightarrow$ рыцарей 6

Ответ: Да, можно; 6 рыцарей и 7 лжецов

Задача 2

Пусть x - кол-во работников и y - их производительность тогда

$$\text{Первый день} - xy = 10$$

$$\text{Второй день} - 3y = 2$$

$$\left. \begin{array}{l} xy = 10 \\ 3y = 2 \end{array} \right\} z - \text{кол-во урядок}$$

$$xy = 10 \quad 3y \in \mathbb{Z} \quad x \in \mathbb{Z} \quad \text{т.к. во второй день при-}$$

10 7 работников, то $x \geq 7$ тогда $y \leq \frac{10}{7}$ т.к. $y < \frac{10}{7}$

методом 2

то $3,5y = \{1; 2; 3; 4\}$ $3,5y = 1$ $y = \frac{2}{7}$ тогда $z = 10 + 3,5 \cdot \frac{2}{7} = 11$
 $3,5y = 2$ $y = \frac{4}{7}$ тогда $z = 10 + 3,5 \cdot \frac{4}{7} = 12$
 $3,5y = 3$ $y = \frac{6}{7}$ тогда $z = 10 + 3,5 \cdot \frac{6}{7} = 13$
 $3,5y = 4$ $y = \frac{8}{7}$ тогда $z = 10 + 3,5 \cdot \frac{8}{7} = 14$

тогда $z = 10 + 3,5 \cdot \frac{4}{7} = 12$
 $z = 10 + 3,5 \cdot \frac{6}{7} = 13$
 $z = 10 + 3,5 \cdot \frac{8}{7} = 14$

Из всех возможных значений y только $y = \frac{2}{7}$ возможно $\Rightarrow z = 10 + 3,5 \cdot \frac{2}{7} = 11$ урядок

Ответ: 11 урядок было на подсобном участке

Задача 3

$\overline{abc} - \overline{acb} : 72$ $72 = 8 \cdot 9$

$\overline{abc} - \overline{acb} : 8 \cdot 9$

$\overline{abc} - \overline{acb} = (100a + 10b + c) - (100a + 10c + b) = 90(b - c)$

т.к. b и c цифры то $b - c = \{8; 0; -8\}$

$b - c = 8$ при $b = 8; 9$ $c = 0; 1$ соответственно $\Rightarrow$ трехзначные числа

$9 \cdot 2 = 18$

вариантов a

вариантов b и c

$b - c = 0$ при $b = c \Rightarrow$ трехзначные числа $9 \cdot 10 = 90$

$b - c = -8$ при $b = 0; 1$ $c = 8; 9$ соответственно

$9 \cdot 2 = 18$

Всего трехзначные числа $18 + 90 + 18 = 126$

Ответ: трехзначных чисел 126

~~Zagora~~ 4

$$(-j) \cdot (-j) + y \cdot (-j) + 2y = 100$$

$$x^2 + xy + x + xy + y^2 + y + 2y = 100$$

$$(x^2 + 2xy + y^2) + x + 3y = 100$$

$(x - \text{[redacted]})^2 + (y - \text{[redacted]})^2 = 100$ $\text{[redacted]} x, y$ наименьшее значение,
 тогда $4 \leq (x+y)^2 \leq 100$

$$(x+y)^2 = 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81$$

Можно заметить что в лучшем варианте $x \geq 1$ $y \geq 1$ $(x+y)^2 = 64$

$$(x+y)^2 + x + 3y < 160 \Rightarrow (x+y)^2 > 64 \Rightarrow (x+y)^2 = 81$$

$x = 1 \quad y = 8 \quad (1+8)^2 + 1 + 3 \cdot 8 = 81 + 1 + 24 = 106$
 $x = 2 \quad y = 7 \quad (2+7)^2 + 2 + 3 \cdot 7 = 81 + 2 + 21 = 104$

$x=2$ $y=7$ $(2+7)^2 + 2 + 7 \cdot 3 = 81 + 2 + 21 = 104$

$x=3$ $y=6$ $(3+6)^2 + 3 + 6 \cdot 3 = 81 + 3 + 18 = 102$

npu $x=4$ $y=5$ $(4+5)^2 + 4 + 5 \cdot 3 = 81 + 4 + 15 = 100$

при последующем увеличении x значение z будет уменьшаться $\Rightarrow$ будет меньше 100

Ambern: $(x, y) = 4, 5$

Задача 5

Чтобы получить наименьшее кол-во кубиков при
виде сверху, нужно чтобы максимальное кол-во
кубиков ~~сверху~~ при виде спереди и сбоку были
~~одинаки~~ и ~~те же же~~ одинаковы. На рисунке спе-
реди 3 столба по 3 кубика и 2 столба по 2 кубика,
на рисунке сбоку 2 столба по 1 кубику, 2 ~~по~~
столба по 2 кубика и 2 столба по 3 кубика.
[redacted] [redacted] [redacted] [redacted] [redacted] [redacted]
[redacted] [redacted] [redacted] [redacted] [redacted] [redacted]
2 столба по 2 кубика и 2 столба по 3 кубика
⇒ наименьшее кол-во кубиков сверху $3+2+2+2+2=11$

чистовик 4

Ответ: 7 кубиков

Задача 6

- 1-ый вариант. 1 непрерывная если Таватеи-37 и
Пандора связаны напрямую
- 2-ой вариант. 2 непрерывных если Таватеи-37 и
Пандора связаны через мамету.
- 3-ий вариант. 3 непрерывных если Таватеи-37 и
Пандора связаны через две маметы.

черновик 1

если сказано рыцарь

собранные бочков больше ≥ 5

собранные к бочкам больше ≥ 7

если между то
собранные бочков больше ≥ 6
собранные к бочкам больше ≤ 8

макс. рыцарей 6

рыцарей

макс. лжецов 7

$$abc - acb = 72$$

$$abc : 8$$

$$acb : 8$$



$$(100a + 10b + c) - (100a + 10c + b) = 72$$

$$9b - 9c = 9 \cdot (b - c)$$

x - работников

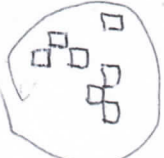
y - производится 1 работника

$$xy + 3.5y = 10$$

$$xy = 10$$

$$b - c : 8$$

$$b - c : 8$$



$$(x+y) \cdot (x+y+1) + 2y = 100 \quad x \geq 7$$

$$x^2 + xy + x + yx + y^2 + y + 2y = 100$$

$$x = \frac{10 \cdot 7}{4} = 35$$

$$(x^2 + 2xy + y^2) + 3y + x = 100$$

$$3.5y \in \mathbb{Z} \quad (x+y)^2 + 3y + x = 100$$

$$y < 1$$

$$3.5 \cdot \frac{1}{3.5} = 1$$

$$\frac{2}{7} = 1$$

$$y = \frac{2}{7}, \frac{4}{7}, \frac{6}{7}, \frac{8}{7}$$

$$3.5 \cdot \frac{4}{7} = 2$$

$$3.5 \cdot \frac{6}{7} = 3$$

$$180 - 108 = 72 \quad 191 - 119 = 72$$

$$72$$