



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Назаров Даниил Викторович**

Класс: **7-8**

Технический балл: **85**

Дата проведения: **27 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Назаров Даниил Викторович

Класс: 7-8

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	0 баллов	85 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов.
Технический балл получался прибавлением 10 к сумме баллов за решение задач.

Мне

Упрям

$$\begin{cases} x_1 + 6K \\ x_2 - 6K \end{cases} \quad (x+y)(x+y+1) + 2y = 100$$

$$x^2 + xy + x + yx + y^2 + y + y = 100$$

$$x^2 + 2xy + y^2 + x + 3y = 100$$

$$x^2 + 3x + y^2 + 3y + 2xy - 2x = 100$$

$$(N_2 \cdot N_p = 10$$

Здесь, $100 - 10 = 90$

$$2x(y-1)$$

$$\frac{N_2 \cdot S}{N_p \cdot v_p} = 10$$

$$2xy + 4y + x^2 + x + y^2 - y$$

$$y(2x+4-1) + x^2 + x + y^2 = 100$$

$$y(2x+4-1+y) + x^2 + 2x - x = 100$$

$$x(x+2-1) = 0$$

$$\frac{N_2 \cdot S_2}{N_p \cdot v_p} = 10$$

$$\frac{(N_2 - 10) \cdot S \cdot 2}{v_p} = N_2 - 10$$

$$\frac{(N_2 - 10) \cdot S_2 \cdot 2}{v_p} = 10$$

$$10 = N_2 - 10$$

$$x^2 + 2xy + y^2 + 3y + x = 100$$

$$x^2 + xy + x + y^2 + xy + 3y$$

$$x^2 + 3xy + x + y^2 - xy + 3y = 100$$

$$\frac{N_2}{N_p} = \frac{10}{3.5}$$

$$\frac{2S}{v_p} = 1$$

$$\frac{S}{v_p} = 3.5$$

$$1 \cdot 2 =$$

$$10 \cdot 11$$

$$\overline{abc} - \overline{acb} = 100a - 100a + 10b - b - c - 10c =$$

$$= 9b - 9c = 9(b - c)$$

$$b - c =$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 9 \\ \hline 108 \\ + 144 \\ \hline 126 \end{array}$$

Черкские

и/

$$\frac{10}{N_p} = 24 \cdot v_p.$$

$$10 \text{ черк} = v_p \cdot 24 \cdot N_p.$$

$$\frac{N_2 - 10}{7} = 12 \cdot v_p.$$

$$(N_2 - 10) = 4 \cdot v_p \cdot \frac{24}{2}$$

$$N_2 - 10 = 4 \cdot 12 \cdot v_p.$$

$$N_2 = 10 + 12 \cdot 4 \cdot v_p$$

$$\frac{10}{N_p} \cdot \frac{4}{N_2 - 10} = 2$$

$$0,5 = \frac{N_p N_2 - 10 N_p}{70}$$

10 черк

$$N_2 = 10 + 4 \cdot 12 \cdot v_p$$

численность черк 10 = 24 \cdot v_p \cdot N_p.

$$N_2 = 10 + 4 \cdot \frac{4}{2} \cdot v_p.$$

$$N_2 - 10 = 4 \cdot v_p \cdot N_p.$$

$$3,5 \text{ черк} \cdot 24 \text{ ч.} = 24 \cdot N_2 - 10$$

$$N_p \text{ черк} \quad 24 \text{ ч.} \quad - 10 \text{ черк} \quad N_p \geq 4$$

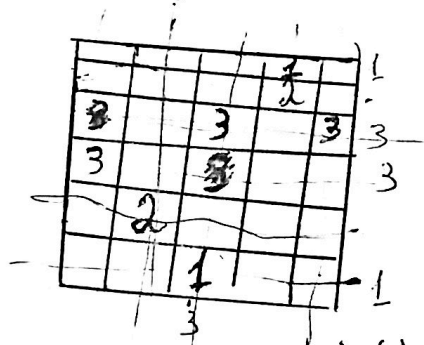
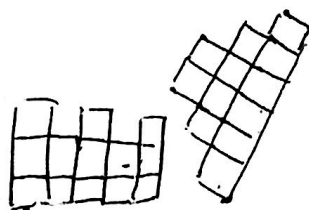
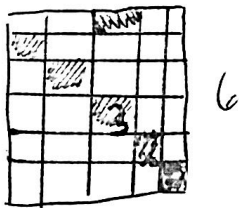
$$\frac{3,5}{N_p} = \frac{N_2}{10 \text{ черк}} - 1$$

$$3,5 = \frac{N_2 N_p}{10} - N_p$$

$$35 = N_2 N_p - 10 N_p.$$

$$35 = N_p (N_2 - 10)$$

Черепица.



$$x^2 + 2xy + y^2 + x + 3y = 100$$

$$2x(x+y) + y^2 - x^2 + x + 3y = 100$$

$$(x+y)(x+y+1) + 2x(x+y) + (y-x)(y+x) + x + 3y = 100$$

$$(x+y)^2 + x + y + 2y = 100$$

$$(y+x)(2x+y-x)$$

$$(x+y)^2 + 3y + x = 100$$

$$(x+y)^2 + 3(x+y) - 2x = 100$$

$$2x(x+y) - 2x + (y-x)(y+x) + 3(x+y)$$

$$(x+y)(x+y+3) - 2x = 100$$

$$2x(x+y-1) + (y+x)(y-x-3)$$

$$x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + x + 3y + 3 = 97$$

$$2x(y+1) + x(x-1) + y^2 + 3y + 3 = 97$$

$$3(y+1)$$

$$(2x+3)(y+1) + x(x-1) + y^2 = 97$$

$$(2x+3)(y+1) + x^2 - x + (y-x)(y+x) = 97$$

$$+ \frac{11}{3} : 15$$

$$\begin{aligned} \text{N3} \quad \overline{abc} - \overline{acb} &= 100a + 10b + c - 100a - 10c - b = \\ &= 9b - 9c \end{aligned}$$

по условию:

$$\overline{abc} - \overline{acb} = 9b - 9c \equiv 0 \pmod{42}$$

$\Downarrow$

$$b - c \equiv 0 \pmod{8}$$

$$b \equiv c \pmod{8} \quad \text{т.к. } b, c, a - \text{односзначные, то.}$$

если $b=0$; то c либо тоже 0; либо 8

если $b=1$; то c либо 1; либо 9

если $b=2$; то $c=2$

$c \neq 10$, т.к. $c \leq 9$; $c \in \mathbb{N}$

если $b=3$, то $c=3$

здесь можно так же.

если $b=8$; то $c=0$.

$b=8$; $c=8$ или $c=0$.

$b=9$; $c=9$

Итого тут. ~~124~~ вариантов

За место числа a мы можем поставить все цифры,

кроме 0 т.е. все варианты это ~~$9 \cdot 12 = 108$~~

$$9 \cdot 14 = 126$$

$$\begin{array}{c} 9 \cdot 14 \\ \hline 126 \end{array}$$

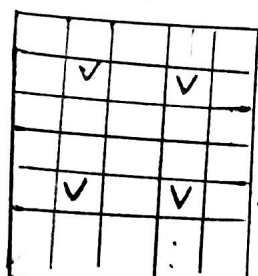
чисел

Ответ: ~~108~~. 126

чисел.

№5

Г.к. вид сверху занимает 5 кл. в ширину.
а вид сбоку занимает 6 кл. в высоту,
для вида сверху на м. показывается
прямоугольник 5х6:



↑ ↑ ↑ ↑ ↑
3 2 3 2 3

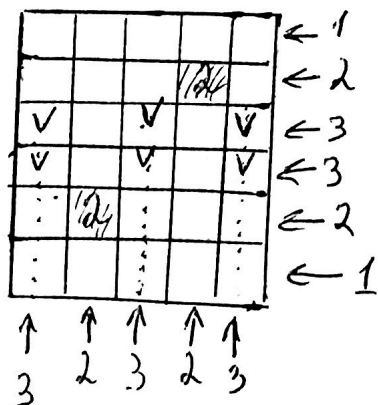
← 1 стрелками указаны кубики в высоту.
← 2
← 3
← 3
← 2
← 1

Реш

т.к. мы хотим на наименьшее число кубиков, то
лучше ~~уже~~ нам будет выгоднее ставить
столпы из кубиков высоты x ~~на~~ на
пересечении горизонтальной и вертикальной стрелки

с номером x , т.к. условие пойдёт ~~всегда~~ и в вид
спереди ~~сверху~~ и в вид сбоку, т.е. мы ставим 1 кубик
высотой 2 на вид сверху.

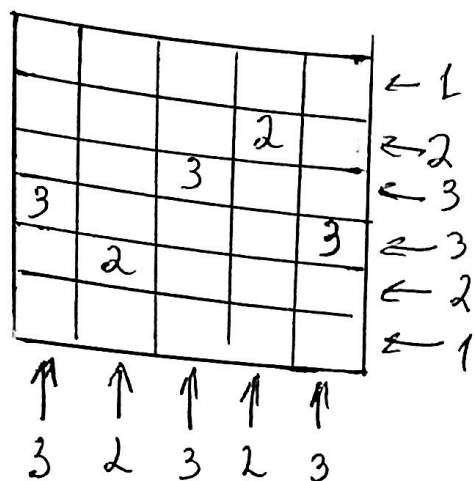
Для начала я показываю пересечение двоек
По моей стратегии получится вместо 4 всего $\frac{4}{2} = 2$ кубика
в виде сверху, поставим 4х и продолжим искать
пересечения троек.



↑ ↑ ↑ ↑ ↑
3 2 3 2 3

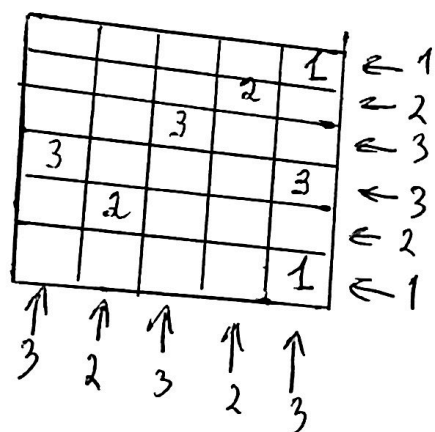
Здесь можно также
мы можем
получить минимально
 $\frac{6}{2} = 3$ клетки.

Числовик 243 8



Ну и остались две несвязанные единицы,
которые ни на что не выйдут. т.е. лишние
это $5 + 2 = 7$

Пример



P.S. цифры - высота столба
к убойков.

N_2 . по условию.

N_2 - наим.

1 день

~~N_2~~

$$10 \text{ рядок} = v_p \cdot 24 \cdot N_p$$

↑
24 часа.

↑
кол-во рабочих.

↑
скорость работы

2 день.

$$N_2 - 10 = 7 \cdot v_p \cdot \frac{24}{2}$$

↑
оставшиеся
рядки
м.е N_2 - это
та кол-ва рядок.

↑
7 рабочих

Поделим 2 на 1 уравнение.

$$\frac{N_2 - 10}{10} = \frac{7 v_p \cdot \frac{24}{2}}{v_p \cdot 24 \cdot N_p}$$

$$\frac{N_2 - 10}{10} = \frac{3,5}{N_p}$$

~~N_2~~

$$N_p (N_2 - 10) = 35$$

м.к $N_p, N_2 \in \mathbb{N}$

и $N_p > 7$ м.к по условию

рабочих задолжи
и осталось 7

то, $N_p = 35$

м.к $35 = 5 \cdot 7 \cdot 1$

⇓

$$N_2 - 10 = 1$$

$$N_2 = 11$$

Ответ: 11 рядок

и 11 рабочих. и из 8

N4

$$(x+y)(x+y+1)+2y=100$$

Давайте напомним о свойствах произведения.

$$(x+y)(x+y+1)$$

замечим, что это два последовательных числа, и т.к. $x, y \in \mathbb{N}$, то $(x+y)(x+y+1) < 100$

$\Downarrow$

$$9 \cdot 10 = 90$$

$$10 \cdot 11 = 110 > 100 \quad \text{X}$$

$$\Downarrow$$

$$x+y \leq 9$$

теперь посмотрим на графику снизу.

$$\text{т.к. } x+y \leq 9 \Rightarrow y \leq 8 \Rightarrow 2y \leq 16$$

$\Downarrow$

$$(x+y)(x+y+1) \geq 100 - 16 = 84$$

$$8 \cdot 9 = 72 < 84 \quad \text{X}$$

$$9 \cdot 10 \quad \checkmark$$

$\Downarrow$

$$x+y=9 \quad \text{строго (каковы } x+y \geq 9, \text{ но } x+y \leq 9)$$

$$\text{т.к. } x+y=9, \text{ то}$$

$$9 \cdot 10 = 90$$

$\Downarrow$

$$100 - 90 = 10$$

$$y=5 \Rightarrow x=9-5=4$$

Ответ: (4; 5)

числовых 5 4 3 8

~~переберем варианты~~
 ~~$x=1, y=8$~~
 ~~$9 \cdot 10 + 16 = 106 \neq 100$~~
 ~~$x=2, y=7$~~

№1 Оценим мин кол-во жителей на острове.

я говорю их минимум 7.

Если их 6 или меньше, то пусть
среди тех 6 был Лжеу, то он
сказал что ^{нет} есть 6-ти жителей которые собрали
доказательств больше, чем он сам. Но это значит,
что если это сказал Лжеу, то точно 6 человек есть.
И т.к. всего на острове 6, значит он включил
себя самого но у него не больше доказательств.

Если есть рыцарь, то он сказал, что есть
7 жителей, но на самом деле их нет.

Итак, когда жителей 7 или больше, док-ем
что среди них есть и рыцарь и Лжеу.

Пусть это не так, ^{1/} все рыцари, то есть
человек, который собрал больше всего кокосов,
и он сказал, что найдутся 7, которые собрали больше него
Ж.

2) Пусть все Лжеу. посмотрим на человека
который собрал больше всего доказательств.
Он сказал, что не найдутся 6, но это
был Лжеу, т.е. найдутся 6, которые
больше него собрали.
новее него
могут быть Ж.

Чистовик 6 из 8

нарисуем ~~мужчин~~ людей в порядке возрастания

бакалов и кокосов (их минимум 7 как мы док.ли)

бакавы 1 P P P P P P P
 0 0 0 0 0 0 0
 0 1 2 3 4 5 6
 кокосы 1 1 1 1 1 1 1
 0 0 0 0 0 0 0
 0 1 2 3 4 5 6

человек, который
 содрал 0 это лжец
 м.к. есть 6 людей, которые
 содрали больше, а все остальные
 рыцари.

все лжецы м.к. нет 7ми жителей

добавим еще 1 человека.

которые содрали
 больше 7.

1 1 P P P P P P P ^{кокосы}
 0 0 0 0 0 0 0 0 ^{бакавы}
 P 1 1 1 1 1 1 1
 0 0 0 0 0 0 0 0 ^{кокосы}
 0 1 2 3 4 5 6 7 ^{здесь прибавился лжец.}
 0 0 0 0 0 0 0 0 ^{здесь прибавился рыцарь.}
 0 1 2 3 4 5 6 7

Видим, что кол-во не совпадает, значит у нас
 факт что-то совпало все должны совпасть хотим
 кол-во рыцарей, $\Rightarrow$ еще нужно 5 человек.

м.к. кол-во в I случае
 рыцарей нечетно
 а у нас их там 6
 а в II случае пока 1

1 P
 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 бакавы

кокосы 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 P 1

3а подходит.
 6 P 7 1.
 совпадает.

но если мы будем увеличивать кол-во
человек, то во II случае получим > 6
а в I случае их всегда 6.

Ответ: 13 чел. 6Р; 7Л.