МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**
Профиль олимпиады: **Математика**
ФИО участника олимпиады: **Лисок Никита Александрович**
Класс: **7-8**

Технический балл: **90**

Дата проведения: **27 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Лисок Никита Александрович

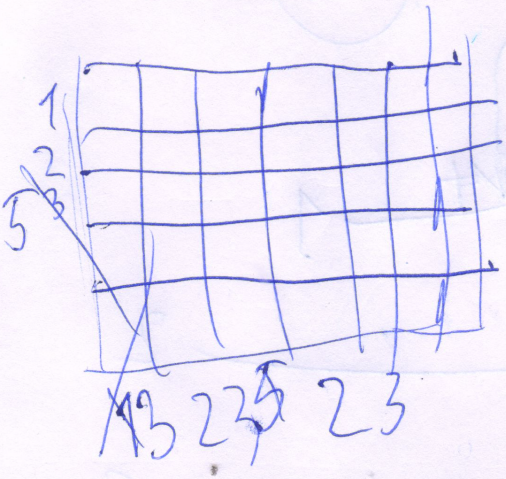
Класс: 7-8

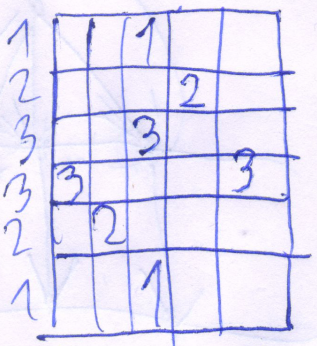
Задача 1	**Задача 2**	**Задача 3**	**Задача 4**	**Задача 5**	**Задача 6**	**Тех. балл***
15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	5 баллов	90 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов.
Технический балл получался прибавлением 10 к сумме баллов за решение задач.

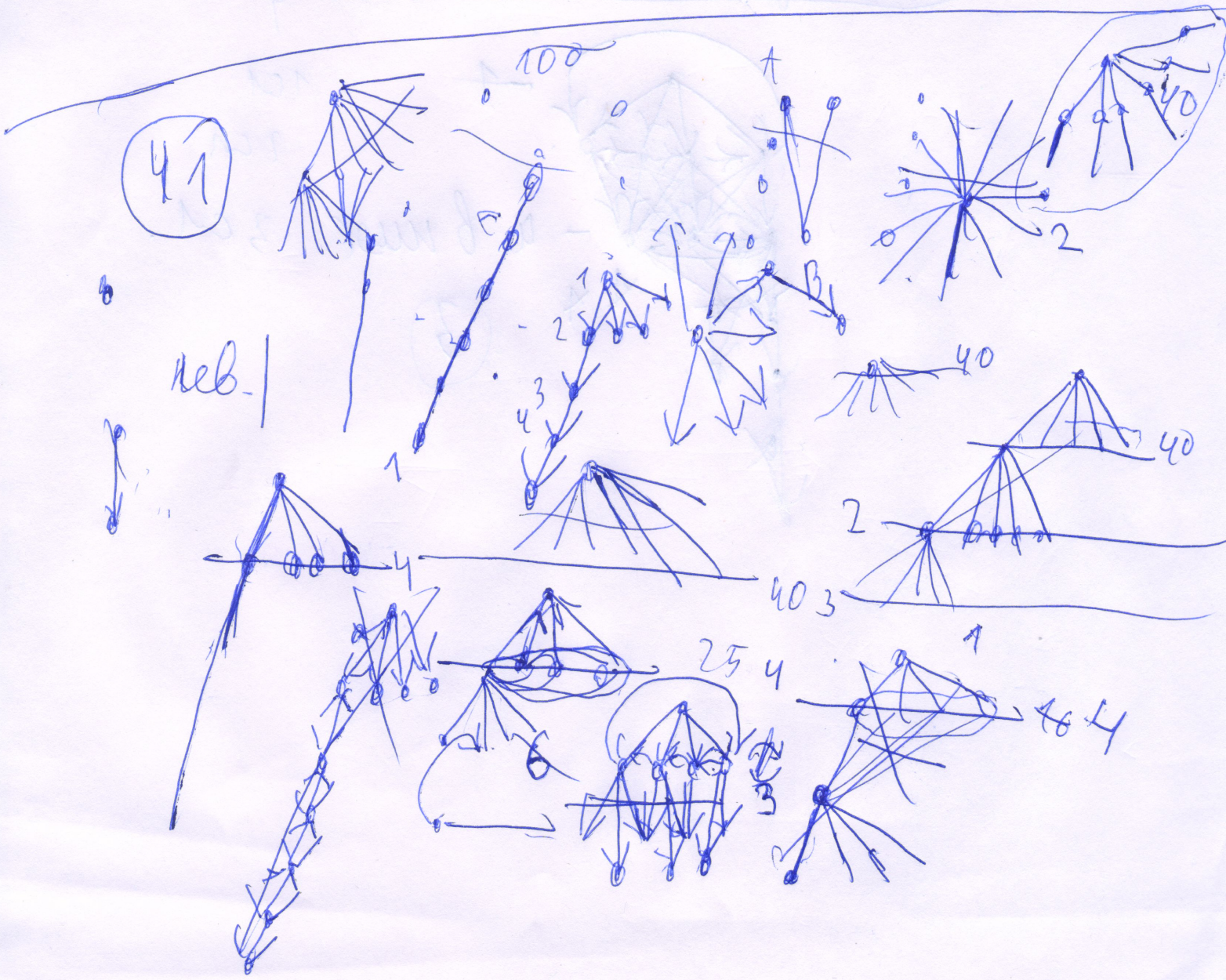
Черновик (I)

Задача 5

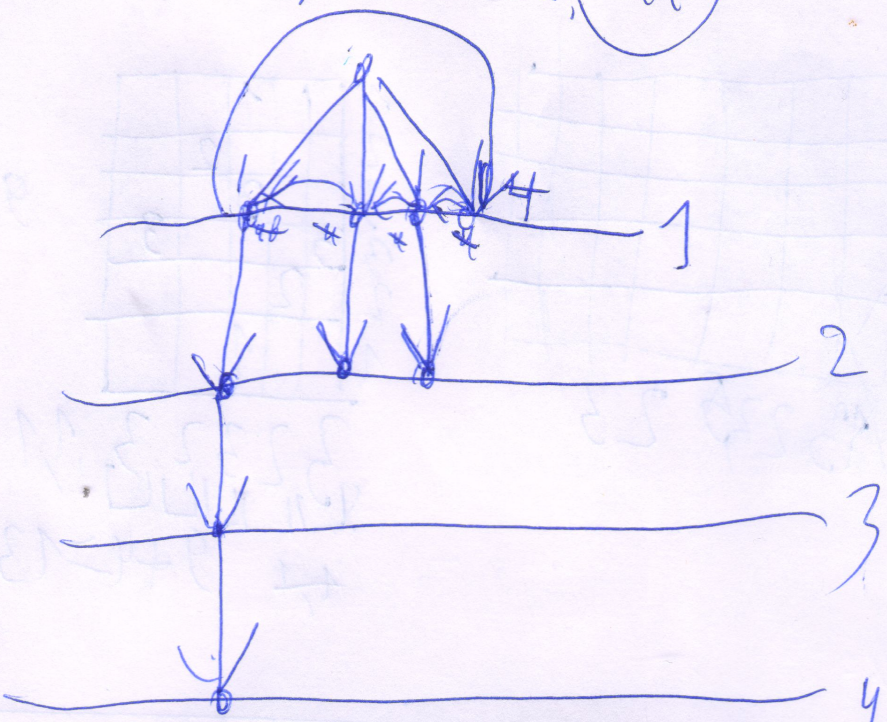


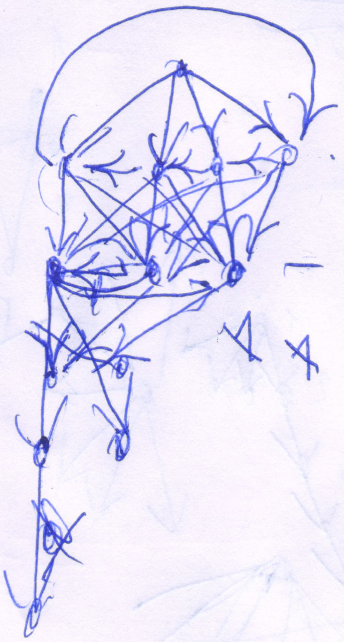


9 (15)



Человек (II)





1 ст

2 ст

– 4 в кпс 3 ст.

(3)

Человек (II)

Задача 1

по б.

Мышца — 6 мышц; и мышца в целом.

1 — нач. мышцы и мышечек

7 — мышцев = 13 (всего)

Задача 2

$aX = 10$

$3.5X =$

$(a+3.5)X = \text{цел} \le 15$

$:2 \quad \times$

$X : 2$

$3.5X < 5$

$X = 2Y$

$aX = 10$

$7Y =$

$7 \cdot \frac{7}{2}X = Y$

aX

$(a+3.5)Y =$

$3.5X =$ от 2 до 4

$\frac{a}{3.5} = \frac{10}{Y}$ $\quad \frac{2a}{4} = \frac{10}{7}$

$\frac{a}{7} = \frac{10}{2Y}$ $\quad \frac{aX}{Y} = \frac{20}{7X} \Rightarrow a$

$70 = 2aY$

$aY = 35$

$a < 10$ $\quad Y < 5$

$X \; Y \ge 3$

$= 4$

14

$aX = 10$ $\quad aX = 10$ $\quad \frac{10}{7X} = \frac{aX}{2Y} \Rightarrow 20Y = 70X$

$3.5X = Y$ $\quad 7X = 2Y$

$2Y = 7X$

$Y = 3.5X$

$X = \frac{2Y}{7}$

Вариант IV

Задача 3

$$100a - 100a + \overset{10}{\cancel{10}}b + c - 10c - b$$

$$9b - 9c = 9(b-c) \vdots 72$$

$$b - c \vdots 8$$

$b - c$ от -9 до 9

$-8, 0, 8$ $\quad A = 10$ в.

$b \quad c \quad b \quad c$

$-8 = 0 - 8, \quad 1 - 9$ – 2 в

$0 = 0,0; \ 1,1 \ldots \ 9,9 = 9$ в.

$8 = 8 - 0, \quad 9 - 1$ – 2 в

$b \quad c, \quad b \quad c$

130 в.

$(x+y)(x+y+1) + 24 = 100$

$(x+y)^2 + x + 3y = 100$

$x+y \leq 10$

$(x+y) < 10$

$y < 10 \quad x < 10$

$x + 3y < 30$

$x + y < 10$ и $2y < 20$

$(x+y)^2 > 70$ ум. или

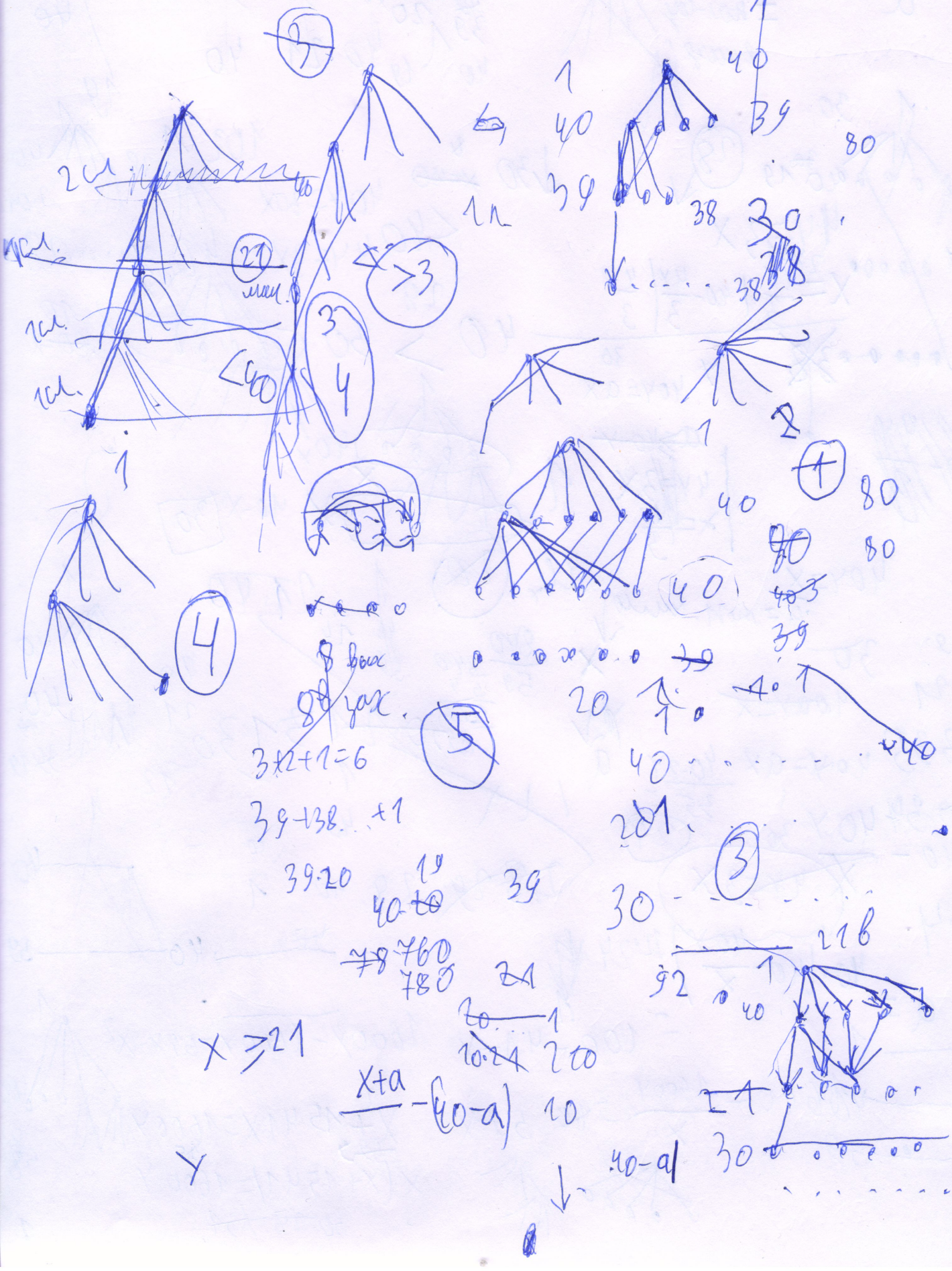
21 или 100 по

наим. 81

$x + y = 9, \quad x + 3y = 10$ $\quad 2y = 10, \ y = 5, \ x = 4$

Черновик (V)

Задача 6



Чернобык VI

$\frac{40}{a}y = 100 - 41 - a$

$\frac{40}{a}y = 59 - a$

$\frac{40}{a}y = x$ — нат. = нол-ву в ящике

$40y = 59a - a^2$

$40y = a(59 - a)$

40 40 21 40 19 40 39 20

30 28 19 40

$44 = 3x$

$x = \frac{44}{3}$ | $40 - \frac{44}{3}$ | $\frac{44}{3}$

36

$40y = ax$

$44 = 3x$

$x = \frac{44}{3}$

$40 > 30$

$40y = 30x$

$44 = 3x$

$40 - x$ 30

$40y = x$

a = нат. число

$\frac{840}{59}$ $\frac{840}{59}$ $\frac{260}{59}$

21 40 28 21 40 39 19

$40y = ax$ $\frac{40-21}{35} =$ 24

$40 - \frac{40y}{x}$ 30

$44 = 3x$

$40 \cdot \left(40 - \frac{40y}{x}\right)$ 12 24

$a =$

$= 100 - 41 - x$

$1600x - 1600y = 59x - x^2$

$1600 - \frac{1600y}{x} = 59 - x$

$x^2 + 1541x = 1600y$

$x(x + 1541) = 1600y$

30 28 34

9

Чистовик (I)

Задача 1.

В начале изучим 1 фразу.

Если её говорит лжец, то он не входит в 6 с максимальным числом бакалов (людей, а в наш. их ловило) значит все они рыцари. А если её произнёс рыцарь, то он входит в "топ" 6 и значит рыцарей 6.

Теперь 2 фраза

Если её произносит рыцарь, то он не входит в 7 с наиб. числом коко-сов, значит 7 наш. лжецы, а если ~~х~~ лжец, то он обязан входить. Значит 6 - рыцарей, 7 - лжецов (да вот, но это 1 ед. лишн.)

Ответ: да, 13 человек, 6 рыцарей, 7 - лжецов.

Чистовик (II)

Задача 2

Пусть людей a, и копают со скоростью x за день, то $ax=10$ и $3.5x=4$, где y - целое число. ($=$ кол-ву оставшегося грядок/невскопанных). $a \geq 7$, $y<5$ ведь пришли не все, да и работали в 2 раза меньше.

$$\begin{cases} ax=10 \\ 7x=2y \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{7}=\frac{10}{2y} \Rightarrow 2ya=70 \Rightarrow ya=35.$$

~~$y \leq 5$, a раз $y<5$, то $a \geq 7$~~ и y - целые как и a причём $a>7$ дел 35 это 1, 5, 7, 35 т.е. $a=35$, $y=1$ и всего 11.

Ответ: 11

Чистовик (III)

Задача 3.

$\overline{abc} - \overline{acb} = 100a+10b+c-100a-10c-b = 9(b-c)$ и $9(b-c) \vdots 72$.

~~Дано~~ ~~а при любом подходе а~~ , если $9(b-c) \vdots 72$

то а - любое и значит а - можно выб.

9 способами (не сказано, что $a \neq b, b \neq c, c \neq a$

(так же к слову)), далее $9(b-c) \vdots 72$ зн.

$b-c \vdots 8$ (b и c - целые (натуральные))

и $-1 > b > -1$, $10 > c > -1$ зн. $-10 < b-c < 10$

и подходят $b-c = -8; 0; 8$. -8 возм.

только когда $b < 2$ ведь иначе

$b-c$ мин $2-9 = -7$. А при $b < 2$ по 1

под. зач. это $b=1, c=9$; $b=2, c=8$.

и $b-c=8$ это тоже самое по

b и c нам. жеребьевкой уже 4

способа выбрать b и c, 4 ос.

когда $b-c=0$, тогда $b=c$ и всего

10 способов, значит всего b и c, 14 сп.

, а а - 9 способов, тогда таких чисел

126.

Ответ: 126.

Чистовик (IV)

Задача 4.

$x>0$, $y>0$, ~~$x \in \mathbb{N}$~~ $x, y \in \mathbb{N}$. тогда

$2y \geq 0$, $(x+y)(x+y+1)<200$, и $(x+y)(x+y+1) > (x+y)^2$

значит $x+y<20$. $(x+y)(x+y+1)+2y=$

$(x+y)^2+(x+y)+2y=100$ зам что $x+3y<30$

ведь $x+y<20$, и $2y<20$ ($y<10$ из $x+y<10$) зн. $(x+y)^2>70$, но тогда

$x+y>8$ и <20, целое значит 4.

$x+y=9$ пол. $(x+y)(x+y+1)+2y=100=$

у. $10+2y=100 \Rightarrow 2y=10$, $y=5$, $x=4$ (из $x+y=9$)

значит

Ответ: $y=5$, $x=4$ (единственность очевидна)

Чистовик ~~задача 5~~ (V)

Задача 5

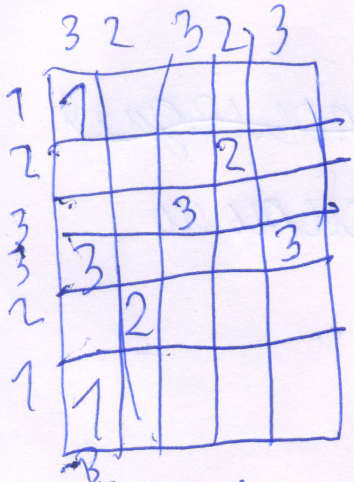


рис 1

Рассмотрим на рис 1, здесь показаны пределы зачка (в смысле он ≤ 5, в длину $=6$ (смотрим на вид спереди) и показана под столбцами макс высота в них аналогично по слева у строк сама высота ≤ 6 будет в квадратах. (я разделил ~~вода~~ макс. рас. зачка на блоки и в кон. клеточке вы. кубиков в ней (пустая $=0$))

зач. что в 1 ст. есть из 3, во 2 из 2, в 3 и 5 из 3, в 4 из 2 кубиков.

значит уже имеем $3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 13$ и в 1 и 6 строке есть по 1 столбцу из 1 кубика (они ранее не учтены) и ещё имеем ~~14~~ 15. (есть 3 поз, где 2, а они $\neq$ единицам, значит ещё 2 по 1 и всего 15)

(а пример & такие на рис 1

(я не говорю что видим ~~не~~ всегда макс. ~~и~~ всё таки в 7 классе есть черчение) значит

Ответ: 15

Чистовик (VI)

Задача 6.

Начальная ~~х~~ путь с, последняя D
Пусть наиб. возм. х, по все от 1 до х
возм. (сами сам ~~по~~ путь в х и после
1 ш. возм. ~~х~~ а тогда 1, послед - 2
и т.д. от 1 до х) док. что $X \geq 3$ нет.
подвесим за с и ~~пом~~. если
из вер. ребро ух. в другую
которая не встр. на более
ранних слоях (и не этом) тогда
она на след. и ребро = лестнице
(ориен.) в ~~первом слое~~ 1 вер., во
втором ч.о, в третьем (~~если~~
~~ареч~~ что можно ≥ 3, тогда
~~рассмотрим~~ рассмотрим с его.
ро на первом слое 1, на втором ч.о
на $3 - \geq 21$. ~~весь на втором~~ в 3
~~уходит~~ ~~или~~ ~~и~~ ~~как~~ как
Док. это, зам. что если ест
на $\geq$ слое вер. ст нет хотя бы
1 ребро уходит не на слоя $\geq$ выше 3

Честовик (VII)

уголков

то есть на слой 2 (в 1 слой нельзя откуда тогда ребро) то от вреза и мин уже 21, эл. можно на 2 ну или. сделано по 20, а вер всего макс $\frac{39+38...+1}{2}$ = 39·20, но это < чем ну нам. того = 40·20 прот. эл. есть с 21 на 3 сл. и на 3 мин 21 (последний мин 5) нам. последний слой и ну вер. до середой мин 5 ч, в неё рёбра идут ~~мин~~ мин ну предпоследнего слоя а значит в нём мин 40 и он ≠ 1, 2, 3 (мин ч) и. всего уже 1+40+21+40≠ что > 100 прот. (вели. это нам.) так не треф. сверх. ведь 2 слоя не м. быть (тогда все рёбра с 2 слоя во 2, а в нем ни одно не дойдёт) а 3 слоя в нём мин 60 рёбер, но если 2 комп. связности то в них т. мин 60.

Чистовик (VIII)

Угол и [illegible]

[до этого я сч. что на предпол.
ч о, нет на пол. и пред пол
весь в вер. на пол. лишь из предч
пол. л могут. (кроме она выше)]
вер на пер 1 (на) вт. ч о, на
з мен 21 ли на ч < 40
пример на з, в пр. ч о 1, во 2-ю
в 3- 35, и во 2 из к. идёт по 19
в своём (пол. с 1 в 2, 3 ... 20 на в
из 2 в 3, 4 ... 21, в из 40 в 1, 2 ... 19)
и далее равн в 3 сл. ур. пол
и они равн пол. на 35 (без пред.) л.
~~в конкурсе до 21 · 40 / 35 = 28 вн.~~
~~и у. с. пол на своих и 28 в~~
~~но на пол. на повторе~~ 24 мам
на ~~пол~~ примере по 28 · 35 / 24 = $\frac{7}{6} \cdot 35 = \frac{245}{6} \approx 40\frac{5}{6}$
или на пер. пол на пер. по ч о и 41
по ~~все~~ кроме 4 внутри у к.

Чистовик (IX)

~~Задача 6~~

~~Доп 3 к задаче~~

~~Кол. в ц ик 40.~~

К доп 3 к задаче 6

~~За 1 балл~~

Т.к 2 слая невозможно вер~~ша~~ точка в 1-1, во 2-ю (а >нельзя), ~~на 3 сто~~ св. ик 3 слоя. (~~вер~~. граф ~~свяжет~~ точка если ик 3 на кол. 59 Это возможно как во 2-ю между собой (ц 1 в 2,3,4...20, ц 2 в 3,4-21,... ц 20 в 1,2...19 (вершину на 2 слое, иди любая)) и далее в 59 ур. кол 1 кол. ур. 40·21 и расп. как 40-е в $\frac{40 \cdot 21}{59} = \frac{840}{59} = 14$ с чем 14 и ц. в ик. 14 в ик. 15 и 15 в 840-59-14= 840-14. ~~и~~ ц ик далее в цепи у сам. ~~и~~ ц этой 14 по 25, ~~и~~ у ~~ос~~. тех ~~ик~~ ~~ц~~ у кого 14 ик 45 у 5 по 26 у ост. по 25 и у 1 в первую. вер. для 3 не у сел (не сделал) Ответ: 1, 2, 3