



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Бричко Макар Олегович**

Класс: **7-8**

Технический балл: **80**

Дата проведения: **27 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Бричко Макар Олегович

Класс: 7-8

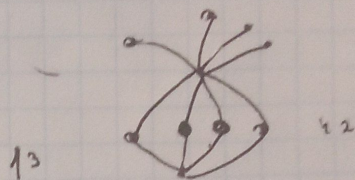
Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
15 баллов	10 баллов	10 баллов	15 баллов	15 баллов	5 баллов	80 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов.
Технический балл получался прибавлением 10 к сумме баллов за решение задач.

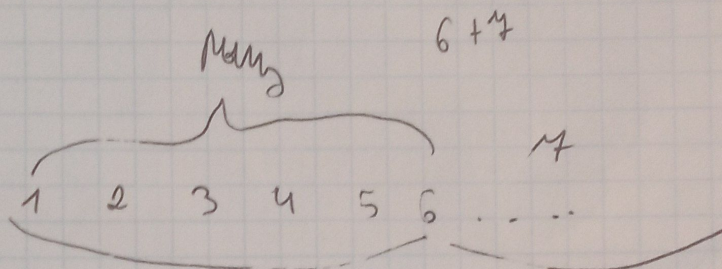
Черновик

1) макс - 1р

максимум



8 сум.



2) $x - 1 \text{ ген} - 10 \text{ упр}$

3) $\overline{abc} - \overline{acb} : 2$

$$9b + 9c : 2$$

$$81 \quad 9$$

$$72 \quad 0$$

$$81 \quad 9$$

$$72 \quad 0$$

$$x \cdot 1 = 1$$

$$x \cdot \sqrt{1} = 10$$

$$y \cdot \frac{2}{\sqrt{1}} = 0,5$$

$$x \cdot \sqrt{1} = 10 \frac{24}{\text{ген}}$$

$$\sqrt{1} = \frac{10}{x}$$

$$\frac{10}{x} = \frac{2}{14} \quad x \cdot z = 20$$

$$2y + 10 : x + y = 10$$

$$2 \cdot$$

$$9 \cdot 2 = 18$$

$$x + 3y : x + y = 10$$

$$x + 3y : x + y = 10$$

$$2y - 10 : x + y = 10$$

$$4) (x+y) (x+y+1) + 2y = 100$$

$$(x+y)^2 + x + 3y = 100$$

$$(x+y)^2 - 100 = x + 3y$$

$$(x+y-10)(x+y+10) = x + 3y$$

$$x^2 + 2xy + y^2 + x + 3y - 100 = 0$$

$$(x+y) \cdot (x+y+1) + 2y = 100$$

Черновик

$$(x+y)^2 + x+y+2y = 100$$

$$x^2 + xy + x + yx + y^2 + y + 2y = 100$$

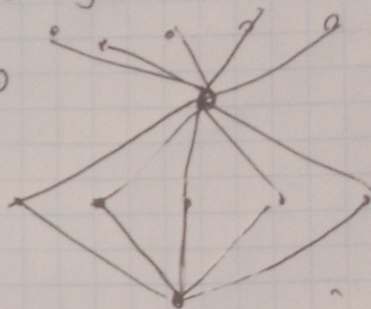
$$x^2 + y^2 + 2xy + x + 3y = 100$$

$$x(x+1) + y(y+3) + 2xy = 100$$

100 8

$$(x+y-10)(x+y+10) = x+3y$$

$$\begin{array}{r} x+3y : x+y-10 \\ \hline 2x+3y : x+y+10 \end{array} \quad \begin{array}{l} \uparrow 20 \\ \downarrow 20 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 10 : 2 \\ \hline 10 : 5 \end{array}$$

$$10 : x+y$$

$$10 : a+b$$

$$10 :$$

$$(2y) \cdot (2y+1) + 2y = 100$$

$$\frac{x+3y}{x^2+2xy+y^2+100} = 1$$

$$x^2+2xy-2y=90 \quad \frac{x^2+2xy+y^2}{x+3y} - \frac{100}{x+3y} = 1$$

$$2xy+x^2-90=2y^2$$

$$2y+10 : x+y-10$$

$$2y-10 : x+y+10$$

$$4y^2 = 2y^2 + 4xy + 2x^2 - 100$$

$$2y^2 = 4xy + 2x^2 - 100$$

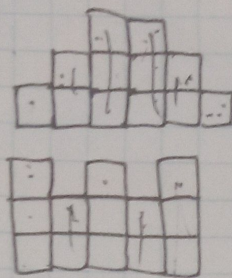
$$(2y+10)(2y-10)$$

$$4y^2 = 2(x+y)^2 - 100 \quad (2y+10)(2y-10) : (x+y-10)(x+y+10)$$

$$4y^2 - 100 : (x+y)^2 - 100$$

$$4y^2 - 100 = 2(x+y)^2 - 200$$

Черновики



$$(x+y)(x+y+1)+2y=100$$

$$(x+y)(x+y+1)+2y-100=0$$

$$(x+y)^2 + x+y+2y-100=0$$

$$(x+y-10)(x+y+10)+(x+y+2y)=0$$

$$(x+y-10)(x+y+10) = -x-3y$$

$$\begin{array}{l} < 0 & > 0 \\ z & x+y & -2 \quad 18 \\ & x+y & -1 \quad 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x+y \leq 10 \\ z > -10 \end{array}$$

$$x+y=10$$

$$\begin{array}{l} -3 \quad 11 \\ -8 \quad 12 \\ -x-3y=10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -x-y=-2 \\ -2y= \end{array}$$

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$x+y=9$$

$$9 \cdot 10 + 10 = 10$$

$$x+y < 10$$

$$x+y > 0$$

$$4 \cdot 8 +$$

$$x+y \geq 0$$

$$x+y+10 > 10$$

$$-z \cdot 10 = -x-3y$$

$$10 = x+3y, z=2, x=y-2$$

$$20 = x+3y, -10 = -x-3y$$

$$-20 = -x-3y$$

№1 Чистовик

Разберем 1-ое утверждение. "Нет шести жителей, которые собрали бананов больше, чем я". Из него следует, что 6 людей, которые собрали бананов больше всех обязательно рыцари. Если людей меньше или равно 6, то 2 утверждение каждый рыцарь скажет неверно — (X). Значит людей больше 6. Разберем 2 утверждение.

"Хотя бы у семи жителей больше кокосов чем у ^и меня". П.к. рыцарей у нас равно 6, то перед рыцарем, который набрал макс. кол-во кокосов среди рыцарей стоит 7 жезлов (если всех жителей расположить в порядке убывания кокосов). Итого: $6 + 7 = 13$ жителей

Ответ: 13 жителей

№ 2 Числовик

Пусть всего работников x , тогда:

$x \cdot v \cdot 1 \text{ день} = 10 \text{ грядок}$, где v - кол-во вспаханных грядок
1 человека за 1 день

$$v = \frac{10 \text{ грядок}}{1 \text{ день} \cdot x}$$

Пусть z - кол-во вспаханных грядок за 2 день, тогда:

$$4 \cdot v \cdot 0,5 \text{ дня} = z \text{ грядок}$$

$$v = \frac{z}{0,5 \text{ дня} \cdot 4}$$

$$v = v$$

$$\frac{10}{x} = \frac{z}{3,5}$$

$$35 = x \cdot z$$

z и x - целые числа

$$x > z \Rightarrow x = 35, z = 1 \text{ или } x = 7, z = 5$$

$$v = \frac{10}{35}$$

$$v = \frac{5}{3,5}$$

$$4 \cdot \frac{10}{35} \cdot 0,5 = 1 \text{ грядка}$$

$$4 \cdot \frac{5}{3,5} \cdot 0,5 = 5 \text{ грядок}$$

Тогда было 11 или 15 грядок

Ответ: 11 или 15

N3 Числовые

$$\overline{abc} - \overline{acb} = 100a + 10b + c - (100a + 10c + b) = 9b - 9c$$

$$9b - 9c : 72 \Rightarrow 9b - 9c = 0 \text{ или } 9b - 9c = 72$$

$$b = c$$

$$b = 9, c = 1$$

$$b = 8, c = 0$$

Получается у нас есть 9 вариантов для $b=c$, 9·2 для $b=9, c=1$ и 9·2 для $b=8, c=0$. Итого: $81 + 18 + 18 = 117$

Ответ: 117

N 4 чучмбук

$$(x+y)(x+y+1)+2y=100$$

$$(x+y)^2 + x + y - 100 = 0$$

$$(x+y-10)(x+y+10) + x + 3y$$

$$(x+y-10)(x+y+10) = -x-3y$$

$$\text{ЖЛ.к.} - x-3y \leq 0, \text{ мо } x+y \leq 10$$

$$\text{Еам } x+y=10, \text{ мо } 0 = -x-3y \quad - \textcircled{x}$$

$$-x-3y > 0$$

$$\text{Жуам } x+y-10=z, \text{ мога:}$$

$$z \cdot (z+20) = -x-3y$$

$$z \leq 0$$

$$z \geq 10$$

$$z = -1, z+20 = 19$$

$$z = -2, z+20 = 18$$

...

$$\text{ЖЛ.к. } x+y < 10, \text{ мо } -x-3y < 30 \Rightarrow -x-3y \geq 19$$

$$y=0 \quad x=19-X$$

$$y=1 \quad x=16-X$$

$$y=2 \quad x=13-X$$

$$y=3 \quad x=10-X$$

$$y=4 \quad x=7-X$$

$$y=5 \quad x=4-\sqrt{\quad} \quad \left. \begin{array}{l} y=5 \quad x=4-\sqrt{\quad} \\ y=6 \quad x=1-\sqrt{\quad} \end{array} \right\} 2 \text{ вариантта розхорган}$$

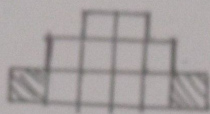
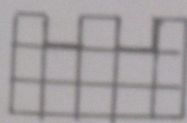
$$y=6 \quad x=1-\sqrt{\quad}$$

$$y=5 \quad x=4 - (x+y)(x+y+1)+2y=100-\sqrt{\quad}$$

$$y=6 \quad x=1 - (x+y)(x+y+1)+2y \neq 100-X$$

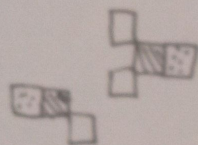
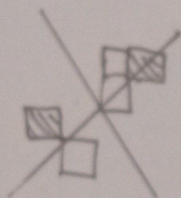
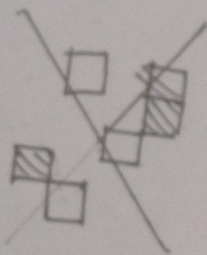
$$\text{Омбем: } y=5, x=4$$

№5 Чистовик



- виды сбоку и спереди. Т.к.

закрашенные квадраты видны только спереди, то они не видны сбоку. Тогда минимальная площадь: $5+2=7$.
Пример на 4



□ - высота 3

▨ - высота 2

▤ - высота 1

№6 Чистовик

Давайте докажем, что он может сделать не более
3 прыжков. За 3 прыжка он может пройти $40 \cdot 3 = 120$
городов. Т.к. всего городов 100, то он дойдет до любого.
~~От~~ остальные варианты до 3 могут быть

Ответ: 3.