



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Новоселова Софья Сергеевна**

Класс: **7-8**

Технический балл: **85**

Дата проведения: **27 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Новоселова Софья Сергеевна

Класс: 7-8

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
15 баллов	15 баллов	10 баллов	15 баллов	5 баллов	15 баллов	85 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов.
Технический балл получался прибавлением 10 к сумме баллов за решение задач.

- 1) Если есть прямой портал из Таланей-37 к ~~на~~ Пангоре то воспользовавшись им и придвигаясь к Пангоре за 1 прыжок
- 2) Если нет прямого портала, но ~~Таланей-37~~ из Таланей-37 есть портал ведущий к планете X, а из X есть портал к Пангоре, то добравшись через планету X за 2 прыжка
- 3) не всегда найдется планета X и прямой портал, в таком случае, если нет планеты X Империю Тулзу потребуется 3 измерения пространственно прыжка:

теперь докажем, что за 3 прыжка от всегда можно обратиться к Таланей-37 ~~на~~ Пангору

из Таланей-37 выходит 40 порталов ~~из~~

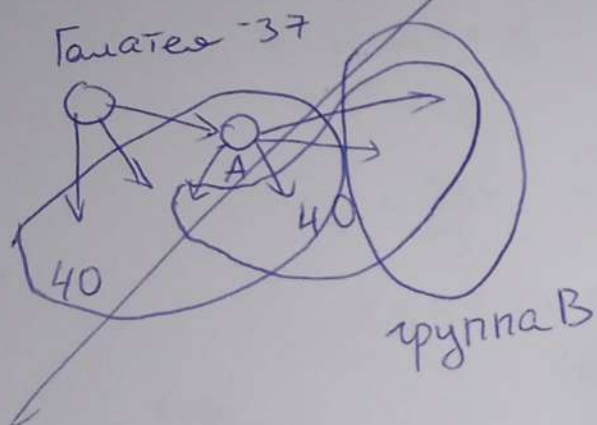
~~рассмотрим~~ портал из Таланей ~~в~~ на планету А из планеты А выходит 40 порталов $\Rightarrow$ хотя бы 1 из них ведет в 1 из 20 планет множества В (множество планет к которым нет портала к



Задача 6.

- 1) если есть прямой портал из Талатей-37 в Пангору, то Ринз сможет добраться до Пангоры за 1 прыжок
- 2) если нет прямого портала, но из Талатей-37 есть портал на планету X, а из X портал к Пангоре, то Ринз сможет добраться до Пангоры за 2 прыжка
- 3) не всегда найдется прямой портал и планеты X. всего планет 100, а из каждой ~~40~~ 40 порталов и к каждой 40 порталов, в этом случае Ринзу потребуется 3 гиперпространственных прыжка:

теперь докажем, что ~~он~~ за 3 прыжка он все-таки сможет добраться до Пангоры из Талатей-37



x p. v p.

$$\overline{bc} - \overline{cb} = 72$$

1

y kangoro
6 мин.

$$x \cdot v = 10v$$

$$\frac{7 \cdot v}{2} = yd$$

$$x \cdot v = 10v$$

$$7v = 2y$$

$$\frac{x}{7} = \frac{10}{2y}$$

$$2xy = 70$$

$$xy = 35$$

$$(x+y)^2 + x + 3y = 100$$

8 мин.

$$x^2 + y^2 + 2xy + x + 3y = 100$$

минус

$$x^2 + (2y+1)x + (3y+y^2-100) = 0$$

$$x^2 + xy + x + yx + y^2 + 3y - 100 = 0$$

$$x \cdot v \cdot 1 = 10$$

$$7 \cdot v \cdot 0,5 = y$$

$$7v = 2y$$

$$\frac{401-3}{8} = \frac{400-8}{8}$$

$$392$$

$$35 \cdot v = 10$$

$$v = \frac{10}{35} \text{ ч. л. г.}$$

$$\frac{x}{7} = \frac{10}{8y}$$

$$x > 7 \Rightarrow x = 35$$

$$1$$

$$50-1$$

$$\frac{70}{70} = 1$$

$$xy = 7 \cdot 5 = 35$$

$$400-480$$

$$401-25 \frac{5}{35}$$

$$\frac{400-120}{8}$$

$$50-15=35$$

10b+c-10c+10b=9(b-c)
в 1 минута по танген
в 1 минута по танген

$$\frac{400-168}{8}$$

$$29$$

где kangoro

$$c=1$$

$$50-6$$

трехзначного

$$b=8$$

$$50-21$$

$$y=$$

$$\frac{400-24}{8}$$

4 вар.

$$c=0$$

$$\frac{112}{4} \begin{array}{r} 8 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ 88 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$\frac{50-3}{8} = 5$$

$$+ 909 \Rightarrow 9 \cdot 2 \neq 18$$

$$50 - \frac{224}{8}$$

$$\begin{array}{r} 160 \\ +64 \\ \hline \end{array}$$

$$50-28=22$$

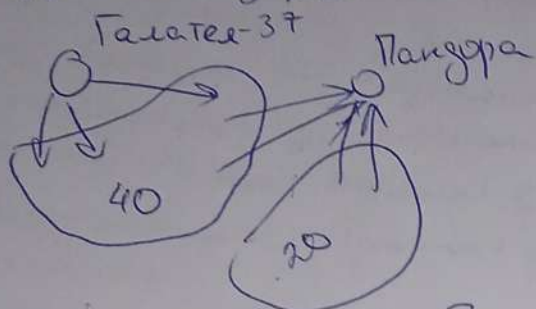
$$\frac{90}{8} = 11,25$$

$$50 - \frac{288}{8} = 50 - 25 - 11 = 25 - 11 = 14$$

$$-29 + 17 \neq$$

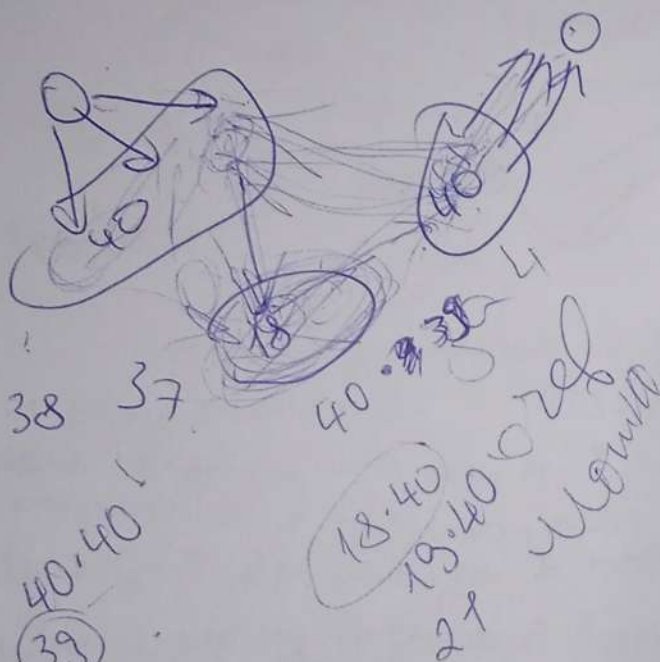
$$90 = 9 \cdot 10$$

- 1) Если есть прямой портал из Галатеи-37 в Пангору, то Ринз сможет добраться до Пангоры за 1 прыжок
- 2) не всегда найдется прямой портал, т.к. из Галатеи-37 могут идти порталы в ~~большую~~ 40 планет, из которых не будет Пангоры.



Группа планет В- это все планеты, кроме

1, 2, 3 и т.д. 40
Группа планет В



41, 20, 28

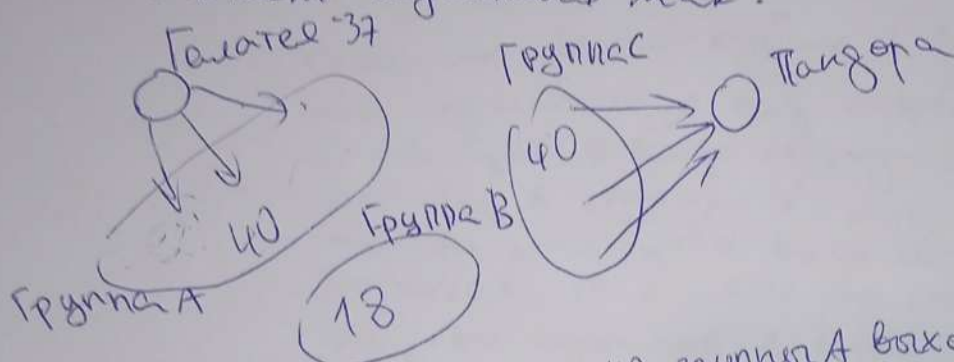
40-35

1+

$$\left(\frac{41}{2} - 18\right) \cdot 40$$

$$(41 - 36) \cdot 20 = 20$$

- 1) если есть прямой портал, то Динз сможет добраться до Пангори за 1 прыжок
- 2) не всегда найдется прямой портал, т.к. всего 100 порталов, из Талатен-37 выходит 40, в Панго-ру входит 40 порталов и не обязательно среди выходящих из Талатен-37 будет Пангора, пусть из Талатен-37 есть портал в X, а из X к Пангоре, тогда Динз сможет добраться до Пангори за 2 прыжка
- 3) не всегда есть такие и неизвестна X: может случиться так:



тогда суммарно из группы А выходит на улицу минимум $1+2+3+\dots+40$ порталов, т.к. если внутри группы А X порталов направленных порталов в группу, то из нее на улицу выйдут минимум X порталов

II минимум из группы А выходит $41 \cdot 20$ порталов а в группу В максимум входит $18 \cdot 40$

III Хотел бы ~~100~~ порталов
входит в группу С

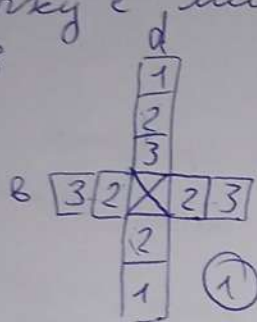
Динз сможет добраться до Пангори за 3 прыжка

знают ищевов хомедов 7, но ищевов не может быть больше 7 т.к. иначе 1 из них скажет фразу 2 и будет прав, т.к. кол-во кокосов у всех разное $\Rightarrow$ ищевов 7

Ответ: всего ищевый 13 : 7 ищевов и 6 рыцарей.

Задача 5.

вид сверху с минимальным кол-вом кубиков



☒ - нет кубиков

☐ a - число кубиков в данной столбце

Если мы уберем кубик в строке ⑥ то изменится вид спереди (кол-во столбцов в виде спереди, если убрать столбец в строке d то изменится кол-во столбцов в виде сбоку (противоречие, т.к. кол-во столбцов и кол-во кубиков в них в виде спереди и сбоку задано в условии)

вид сбоку где конструкция ① совпадает с заданием в условии, вид спереди тоже

II

минимальное кол-во кубиков & такая вид сверху 9.

Ответ: 9 пример см. рис. ①

1) Пусть на острове только рыбаки:
тогда по 2 фразе поняли, что
хотел 8 $\Rightarrow$ найдется 1 рыбак,
у которого меньше всех бананов, кото-
рый сказал утверждение 1 и собрал

$\Downarrow$
противоречие
 $\Downarrow$
Такого не может
быть

2) Пусть на острове только индейцы:
замечим, что у всех разное число бананов
есть тот, кто собрал максимальное
число бананов и сказал утверждение
1 и был прав

$\Downarrow$
противоречие
 $\Downarrow$
такого не может
быть

3) из ① и ② поняли, что на острове
есть как рыбаки, так и индейцы

$\Downarrow$
есть хотя бы 1 человек ^{который} сказал 2 утвержде-
ние и был прав $\Rightarrow$ жителей хотя бы 8
и есть хотя бы 1 житель, который сказал
утверждение 1 и был прав

итак же заметим, что в первой ~~версии~~ по
сбору бананов только рыбаки $\Rightarrow$ рыбаков хотя
бы 6 и больше 6 их быть не может, т.к. если
хотя бы 1 ~~ж~~ собрал сказав 1 утверждение

$\Downarrow$
рыбаков 6

лучший среди рыбаков по сбору кокосов скажет
что хотел у семи жителей больше кокосов,
чем у него

4 ИСТОБНИК

Задача 4

Страница 3 из 11

$$(x+y)(x+y+1) + 2y = 100$$

$$x > 0 \quad y > 0$$

$$y^2 + x^2 + 2xy + x + y + 2y - 100 = 0$$

$$x^2 + x(2y+1) + (y^2 + 3y - 100) = 0$$

$$x = \frac{(-2y-1) \pm \sqrt{4y^2 + 4y + 1 - 4y^2 - 12y + 400}}{2}$$

$$x > 0$$

$$x = \frac{(-2y-1) \pm \sqrt{-8y+401}}{2} \Rightarrow x = \frac{-2y-1 + \sqrt{401-8y}}{2}$$

$$401 - 8y = z^2, \text{ где } z - \text{натуральное число}$$

$$y - \text{натуральное}$$

полные квадраты до 401 (нечетные квадраты, т.к. иначе y - нецелое)

$$1^2 = 1$$

$$3^2 = 9$$

$$5^2 = 25$$

$$7^2 = 49$$

$$9^2 = 81$$

$$11^2 = 121$$

$$13^2 = 169$$

$$15^2 = 225$$

$$17^2 = 289$$

$$19^2 = 361$$

$$21^2 > 401$$

$$401 - 8y = 1^2 \Rightarrow y = 50$$

$$x = \frac{-101 \pm 1}{2} < 0 \quad \text{отбрасываем}$$

$$401 - 8y = 3^2 \quad y = 49 \quad \text{отбрасываем (} x < 0 \text{)}$$

$$401 - 8y = 5^2 \quad y = 47 \quad \text{отбрасываем (} x < 0 \text{)}$$

$$401 - 8y = 7^2 \quad y = 44 \quad \text{отбрасываем (} x < 0 \text{)}$$

$$401 - 8y = 9^2 \quad y = 40 \quad \text{отбрасываем (} x < 0 \text{)}$$

$$401 - 8y = 11^2 \quad y = 35 \quad \text{отбрасываем (} x < 0 \text{)}$$

$$401 - 8y = 13^2 \quad y = 29 \quad \text{отбрасываем (} x < 0 \text{)}$$

$$401 - 8y = 15^2 \quad y = 22 \quad \text{отбрасываем (} x < 0 \text{)}$$

$$401 - 8y = 17^2 \quad y = 14 \quad \text{отбрасываем (} x < 0 \text{)}$$

$$401 - 8y = 19^2 \quad y = 5$$

$$x = \frac{-11 + 19}{2}$$

$$x = 4$$

$$\text{Ответ: } x = 4 \quad y = 5$$

Задача 3

$$\overline{abc} - \overline{acb} = \overline{bc} - \overline{cb}$$

$$\overline{bc} = 10b + c \quad \overline{cb} = 10c + b$$

⇓

$$\overline{abc} - \overline{acb} = 9(b - c)$$

чтобы $9(b - c)$ делилось на 72

надо чтобы $(b - c) : 8$

⇓

$$b = 9 \quad c = 1$$

или

$$b = 8 \quad c = 0$$

или

$$c = 9 \quad b = 1$$

или

$$c = 8 \quad b = 0$$

для каждого a от 1 до 9 4 варианта
чисел

⇓

всего таких трехзначных
чисел — $9 \cdot 4 = 36$

Ответ: 36.

Задача 2

Пусть x - число работников изначально,
 y тр.д. - кол-во чредок, которое может вскопать
1 рабочий за 1 день

$$x \cdot y = 10$$

$$\frac{xy}{2} = y$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{2x}{7} = \frac{10}{y} \Rightarrow xy = 35$$

заметим, что $x > 7$, т.к. во второй
день работали 7 рабочих и, и некото-
рые в это время болели COVID-19

$$\Downarrow$$

$$x = 35, \text{ т.к. } x - \text{целое число, а}$$

$$y = 1 \quad 35 = 35 \cdot 1 = 5 \cdot 7$$

$$\Downarrow$$

всего надо было вскопать
 $10 + y$ чредок $\Rightarrow 11$ чредок

Ответ: на подсобном участке было 11 чредок