



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Гасаненко Арсений Андреевич**

Класс: **7-8**

Технический балл: **85**

Дата проведения: **27 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Гасаненко Арсений Андреевич

Класс: 7-8

| Задача 1 | Задача 2 | Задача 3 | Задача 4 | Задача 5 | Задача 6 | Тех. балл* |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| 15 баллов | 15 баллов | 15 баллов | 15 баллов | 15 баллов | 0 баллов | 85 баллов |

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов.

Технический балл получался прибавлением 10 к сумме баллов за решение задач.

ρ x_n, y_n $x \geq x_n$ $y \geq y_n$

$\sum x_i \cdot x_{max}$

$\sum x_i \cdot max \cdot \delta$

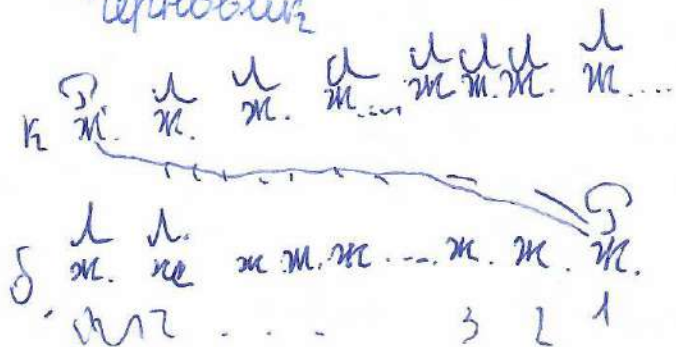
$x \geq 6 \delta$ $x \geq 7 n$

$\sum x_i \cdot min \cdot \delta$?

6 δ .

7 δ .

тернован



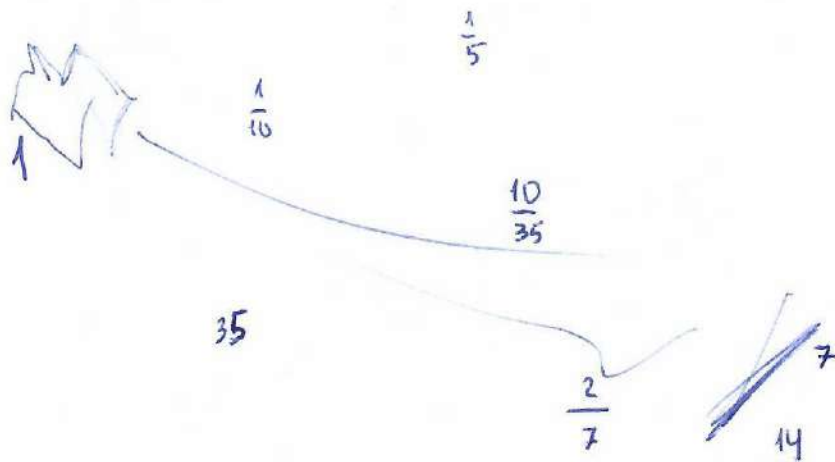
$$x^2 + xy + x + 2y - x^2 - y - 2y = 100 = ((x^2 + y^2) + 2xy) + x + 3y = (x+y)^2 + x + 3y$$

$x+y=9$ $x+3y=19$ $2y=10$ $y=5$ $x=4$

$$(100a + 10b + c) - (100a - 10c - b) = 9b - 9c = 9(b-c) = 72 \Rightarrow b-c = 8$$

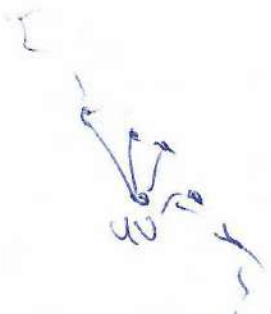
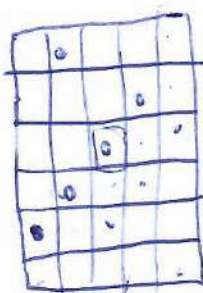
$b-c=8 \Rightarrow b=9, c=1, a=1$

- 1 ч. $\frac{1}{10} \rightarrow \frac{1}{5}$ 11 35
- 2 ч. $\frac{1}{5} \rightarrow \frac{2}{5}$ X
- 3 ч. $\frac{3}{10} \rightarrow \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ X
- 4 ч. $\frac{2}{5} = \frac{4}{5}$ Y



5 ч.

4000



Шитовик.

№5

Мин. в куб. есть, потому что в виде сбоку ширина 6 н. Дел. и (кон.
 н.) = 6, тогда все куб. из вида сеп. будут. стоять на разных строч.
 иные вид сл. будет зан. ≤ 4 стр. и еще ≥ 2 куб. должны зан. стр. что
 бы вид сб. был из 6. Всего куб., тогда будет $a \geq 7$. ~~Нет~~ Но тогда
 сб. должны ~~бы~~ вид. ≥ 3 стр. из ≥ 3 куб. (в. сл.) ~~(1,1,1)~~. Но в в. сб. всего 2. Спрот.
 зн. $a \geq 7$. $a = 7$ может быть.
 Если $u \geq 1$, то видно сверху.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 3 | 0 | 3 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | 0 | 6 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

шиша в клет. - высота столба

№1

~~Скоп. людей в порядке возр. Бананов. Где могут быть S? Если~~

~~ч. 5.~~ Мин. S - 6. Если $S \geq 7$, то найдётся ~~ркс~~ S. у которого $b <$
~~свое~~ тем $u \geq 6$ людей. Но тогда он не мог сказ. ч. 1). Если $S_i \leq 5$, то
 найдётся d . у которого, $b <$, тем $u \leq 5$ н. Но тогда он не мог сказать
 ч. 1). Значит. $S = 6$. Если $d \geq 8$, то найд. d у которого $k <$, тем $u \geq 7$
 людей, но тогда он не мог сказ. ч. 2). Если $d \leq 6$, то найд. S, у кот.
 $k <$, тем $u \leq 6$ людей. Но он не мог ск. ч. 1). Значит u всего $d = 7$ и $S =$
 Такое может быть, если u ~~не~~ 1, 2... 7 н. и 7, 8... 13 н., а u S - 8, 9... 13 н. и
 1, 2... 6 н.

Раскроем скобки и приведем подобные: $(x+y) \cdot (x+y+1) + 2y =$
 $= (x^2 + 2xy + y^2) + x + 3y = 100$. Сил. н. $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$, то $(x+y)^2 + x + 3y = 100$. $x+y < 10$,
 т. е. если $x+y \geq 10$, то $(x+y)^2 \geq 100$ и $x+3y \leq 0$, что невозможно. Значит $x, y \leq 8$.
 $(x, y \geq 9, (x+y) \geq 9 \cdot 1 = 10)$. $x+3y \leq 7+8 \cdot 3 = 31$. Значит $(x+y)^2 \geq 69 \Rightarrow x+y \geq 9 \Rightarrow x+y=9$.
 Следовательно $(x+y)^2 = 81$, $x+3y = 19$. $\left. \begin{matrix} x+y=9 \\ x+3y=19 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} (x+3y) - (x+y) = 19-9=10, 2y=10 \\ y=\frac{10}{2}=5, x=9-5=4. \end{matrix}$

Проверка: $(4+5) \cdot (4+5+1) + 5 \cdot 2 = 9 \cdot 10 + 10 = 100$.

Из решения следует, что $x=4, y=5$ - единственный вариант.

№3

Сил. н. $\overline{abc} - \overline{acb} : 72$, то и $(100a + 10b + c) - (100a + 10c + b) = 9b - 9c =$
 $= 9(b-c) : 72$. Сил. н. $9(b-c) : 72$, то $\frac{9(b-c)}{9} = b-c : \frac{72}{9} = 8$. Сил. н. $b-c$
 ~~$9 \cdot 1 + 9 \leq b-c \leq 9 \cdot 1 \Rightarrow -8 \leq b-c \leq 8$, то $b-c=8$, -3 или 0. Если $b-c=8$, то~~
~~есть 2 варианта $b=9, c=1, 0=9 \leq b-c \leq 9-0, -9 \leq b-c \leq 9$, то $b-c=8$, -3 или 0.~~
 Если $b-c=8$, то есть 2 варианта - $b=9, c=1$ и $b=8, c=0$, и на a -
 9 вар. $(1, \dots, 9)$. Всего $2 \cdot 9 = 18$. $b-c=0$, то $b=c$ - 10 вар, а - 9 вар. $10 \cdot 9 = 90$.
 $b-c=-8$. 2 вар. - $b=1, c=9$ и $b=0, c=8$. всего - $2 \cdot 9 = 18$. Всего - $18 \cdot 2 + 90 = 126$.

№2

Сил. н. некоторые раб. заб. и работали $\frac{1}{2}$ дня, то порядок было все
 $a \in \mathbb{N} \cdot \frac{1}{2} = 5, \dots, 4$. Доп. $a=4$, тогда выкопали от $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ грядок (от 1-ого
 значит первый день было бы все $\frac{4}{5}$ гр. и раб. было $\frac{4}{5}$ и всего раб. бы
 $7/4 \cdot 5$ - не целое было $(7/4 \cdot 5 = 35/4)$. Противоречие. $a=3$. всего $\frac{3}{10}$. за 4. г. $\frac{3}{10}$
 $= \frac{3}{5}$ - раб. $35/5$ - не целое. $a=2$. всего $\frac{2}{5}$ (1 гр.), раб. $35/2$ - не цел.
 $a=1$, всего $\frac{1}{10}$, за 1 день $\frac{1}{10} = \frac{1}{5}$ раб. $\frac{1}{5} \cdot 7 = 7/1 \cdot 5 = 35$. всё подх. значит
 было всего 10+1=11 грядок.