



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Тимченко Андрей Владимирович**

Класс: **10-11**

Технический балл: **90**

Дата проведения: **26 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Тимченко Андрей Владимирович

Класс: 10-11

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
20 баллов	20 баллов	20 баллов	20 баллов	0 баллов	10 баллов	90 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 20 баллов.

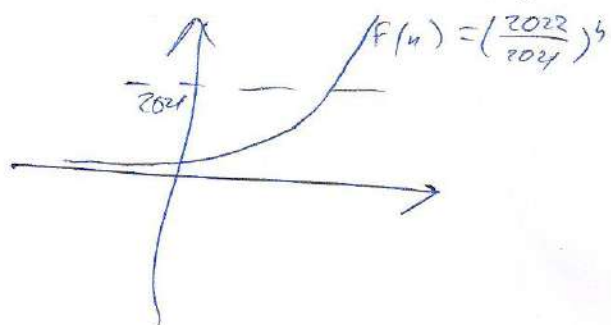
Технический балл равняется сумме баллов за решение задач.

Технический балл участников, набравших в сумме за решение задач 100 и более баллов, полагается равным 100.

Черновик 10

$$(2021)^4 \cdot 2021 \leq (2022)^4$$

$2021 \leq \left(\frac{2022}{2021}\right)^4$ — возрастающая
функция, поэтому
можно



Ответ: да;

$$\frac{a}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{b}{\sin(\pi - \frac{\alpha}{2})} = \frac{c}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$a = \frac{c \sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$\frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} (4 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1) = 1$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} (4 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1) = \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} (4(1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2}) - 1) = \sin \frac{\alpha}{2}$$

4. $a_1 = \frac{4043}{2022}$; $a_{n+1} = a_n^3 - 3a_n^2 + 3a_n =$

$$= (a_n - 1)^3 + 1$$

$$a_2 = \left(\frac{4043}{2022} - 1 \right)^3 + 1 = \left(2 - \frac{1}{2022} - 1 \right)^3 + 1 =$$

$$= \left(1 - \frac{1}{2022} \right)^3 + 1 = \left(\frac{2021}{2022} \right)^3 + 1$$

$$a_3 = \left(\left(\frac{2021}{2022} \right)^3 + 1 - 1 \right)^3 + 1 = \left(\frac{2021}{2022} \right)^9 + 1$$

$$a_4 = \left(\left(\frac{2021}{2022} \right)^9 + 1 - 1 \right)^3 + 1 = \left(\frac{2021}{2022} \right)^{27} + 1$$

$$\frac{2022}{2021} = 1 + \frac{1}{2021}$$

Значит $\frac{2022}{2021} > 1$ и $\left(\frac{2022}{2021} \right)^n > 1$ для любого n .

Значит $\frac{2022}{2021} > 1$ и $\left(\frac{2022}{2021} \right)^n > 1$ для любого n .

4 ерн. 12

6. $|x^3 + 2x^2 + x + 9| + |x^3 - 2x^2 + x - 9| \leq 4x^2 + 8x$
 $x^3 + 2x^2 + x + 9 + x^3 - 2x^2$

$a \geq 0$:



$a \leq 0$:



$x^3 + 2x^2 + x \geq |a|$:

$x(x+1)^2 \geq 0$



$x^3 + 2x^2 + x + 9 + x^3 - 2x^2 + x - 9 \leq 4x^2 + 8x$

$\begin{cases} 2x^3 + 2x \leq 4x^2 + 8x \\ x^3 + 2x^2 + x \geq |a| \end{cases}$

$-|a| \leq x^3 + 2x^2 + x \leq |a|$

$x^3 + 2x^2 + x + 9 - x^3 - 2x^2 - x + 9 \leq 4x^2 + 8x$
 $4x^2 + 2a \leq 4x^2 + 8x$
 $2a \leq 8x$
 $a \leq 4x$

$-|a| \leq x^3 + 2x^2 + x \leq |a|$
 $x^3 + 2x^2 + 1 \leq -|a|$
 $-x^3 - 2x^2 - x - 1 - 1 \leq -x^3 - 2x^2 - x + 1 \leq 4x^2 + 8x$

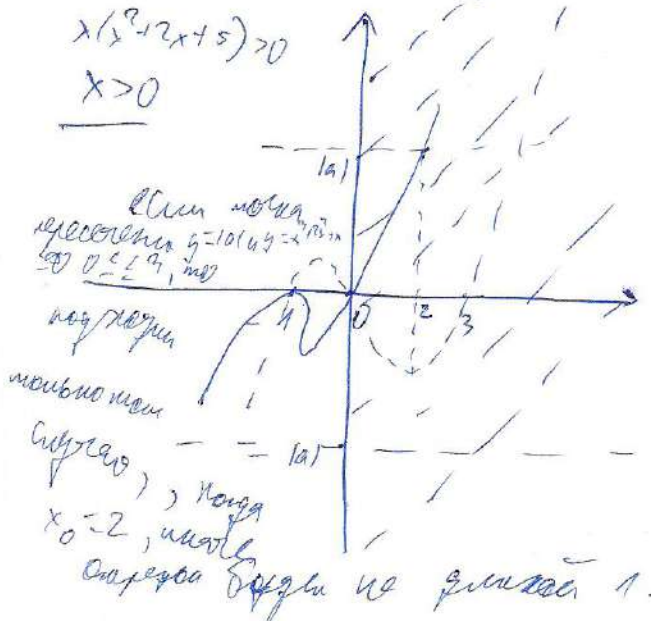
$\begin{cases} -2x^3 - 2x \leq 4x^2 + 8x \\ x^3 + 2x^2 + 1 \leq -|a| \end{cases}$
 $g = 8 + 8 + 2 = 18$
 $|a| = 18$

$\begin{cases} x^3 + 2x^2 + x \geq |a| \\ 2x^3 - 4x^2 - 6x < 0 \Rightarrow x(x^2 - 2x - 3) < 0 \\ x(x-3)(x+1) < 0 \end{cases}$

$x(x^2 - 2x - 3) < 0$
 $x(x-3)(x+1) < 0$

$\begin{cases} x^3 + 2x^2 + 1 \leq -|a| \\ 2x^3 + 4x^2 + 10x > 0 \end{cases}$

$x(x^2 + 2x + 1) > 0$
 $x > 0$



Щоб можна
перевірити $y = 10$ чи $y = 2$ чи
чи $0 \leq y \leq 10$, то

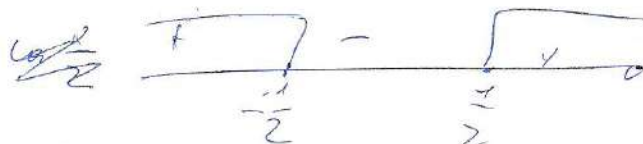
маж. значення
мін. значення
функції, то
 $x_0 = 2$, тоді

Оскільки функція не зростає 1.

$$0 \leq \cos^2 \frac{x}{2} \leq 1$$

$$(4 \cos^2 \frac{x}{2} - 1) \geq 0$$

$$(2 \cos \frac{x}{2} - 1)(2 \cos \frac{x}{2} + 1) \geq 0$$



$$\begin{cases} \cos \frac{x}{2} \leq -\frac{1}{2} \\ \cos \frac{x}{2} \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Вспомогательные
рассуждения
для учета.

$$\frac{1}{2} \leq \cos \frac{x}{2} \leq 1$$

$$(4 \cos^2 \frac{x}{2} - 1) \in \mathbb{Z}$$

$$\cos \frac{x}{2} \geq \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} 4 \cos^2 \frac{x}{2} - 1 = 1 \\ 4 \cos^2 \frac{x}{2} - 1 = 2 \\ 4 \cos^2 \frac{x}{2} - 1 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} = 45^\circ \\ \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} = 30^\circ \\ \cos^2 \frac{x}{2} = 1 \Rightarrow \cos \frac{x}{2} = \pm 1 \Rightarrow \frac{x}{2} = 0^\circ \end{cases}$$

I. $x = 90^\circ \Rightarrow$ не подходит; не подходит

II. $\frac{x}{2} = 30^\circ \Rightarrow x = 60^\circ$

$x = 60^\circ$

$$a(4 \cos^2 \frac{x}{2} - 1) \in \mathbb{Z}; \quad (4 \cos^2 \frac{x}{2} - 1) = \frac{n}{a}$$

то

$$3x^2 + 4x + 1 = 0$$

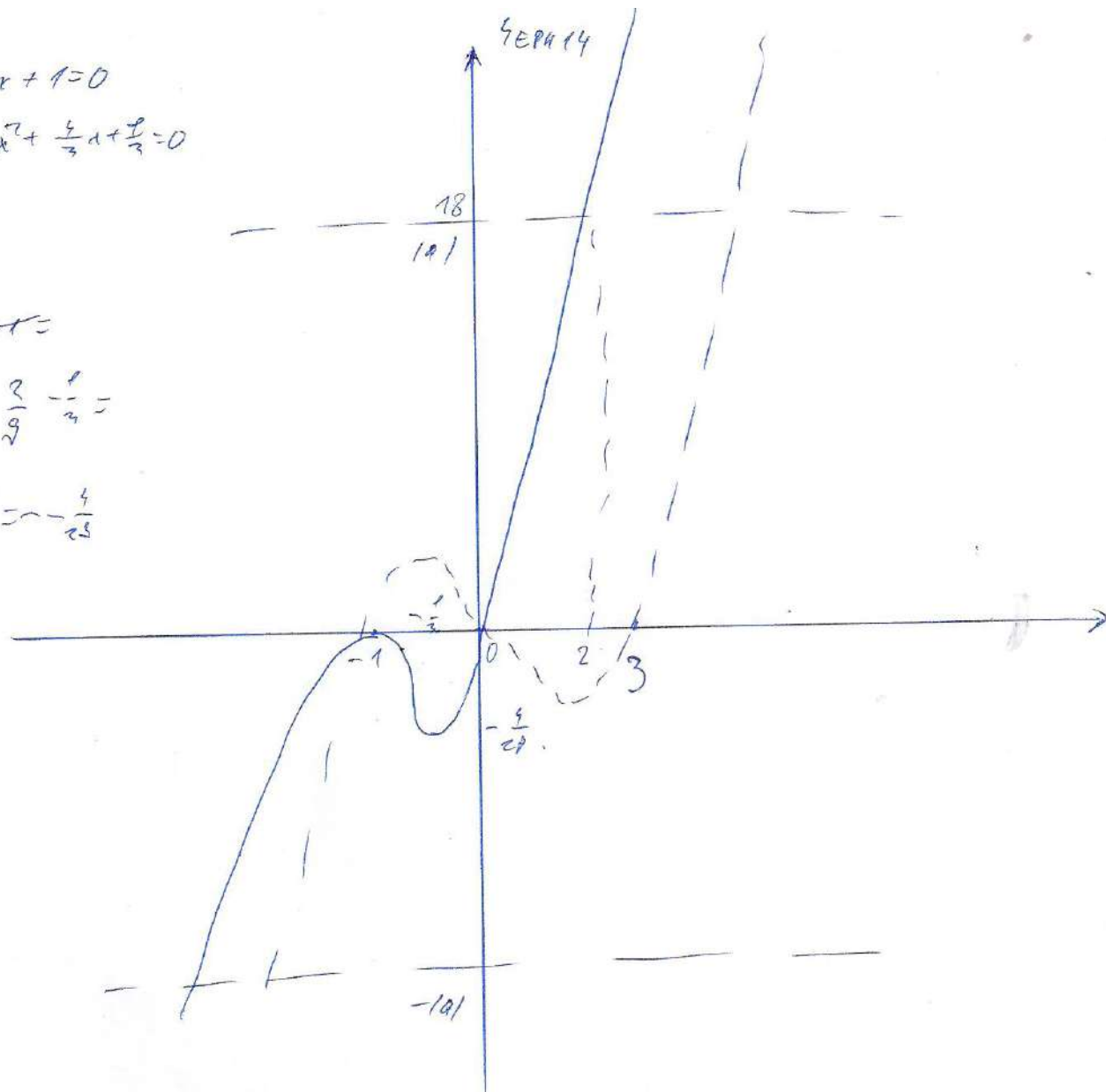
$$x_{1,2} = -\frac{b}{a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{a^2} - \frac{c}{a}} = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ \lambda = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{4}{9} + 1 =$$

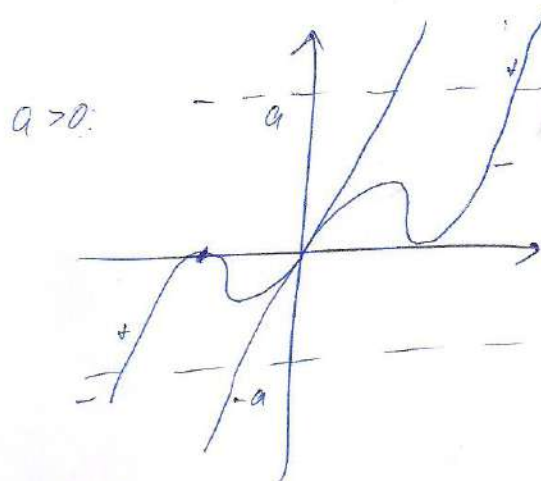
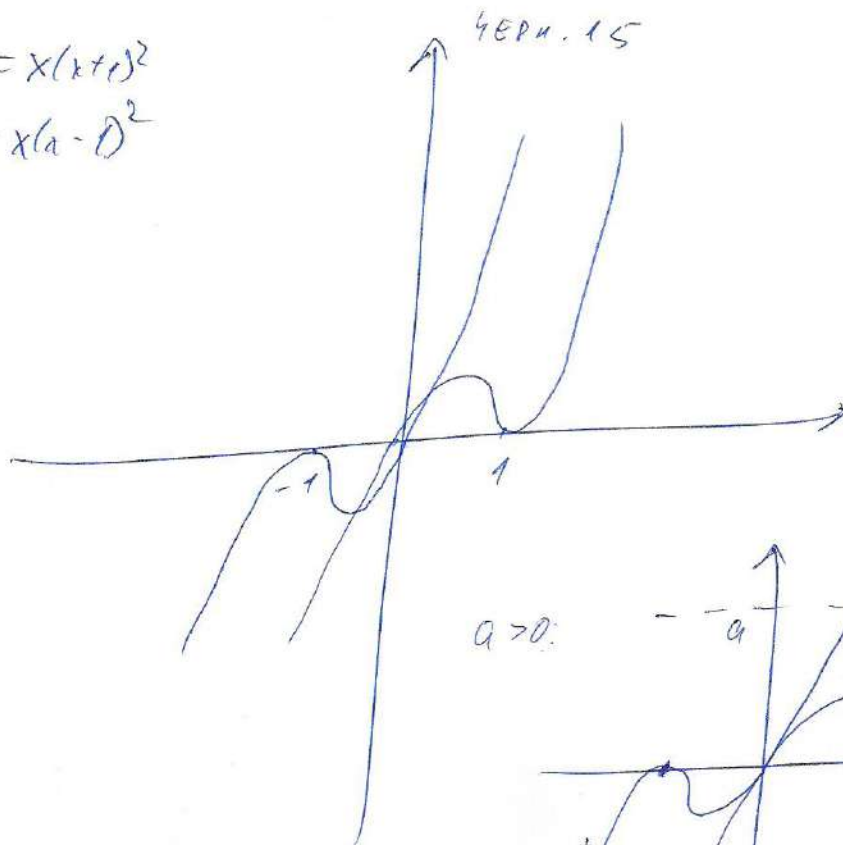
$$= \frac{1}{27} - \frac{2}{9} - \frac{1}{27} =$$

$$= \frac{5}{27} - \frac{1}{9} = -\frac{4}{27}$$



$$x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2$$

$$x^3 - 2x^2 + x = x(x-1)^2$$

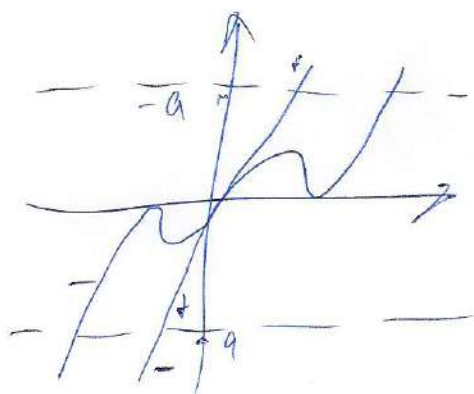


$a > 0$:

или

первой может раскрываться

второй тоже: ++



неизменно, но
и второй тоже
или второй отрицательна
но, но и первая
таже.

$$|x^3 + 2x^2 + x + a| + |x^3 - 2x^2 + x - a|$$

$$x^3 + 2x^2 + 2x$$

$$4x^2 + 2a$$

$$-4x^2 - 2a$$

$$-2x^3$$

4. 16.

Минимальный
периметр - $5a$;

$$P = 5a;$$

Будем уклоняться

a пока d не станет меньше.

$$Q = 1;$$

$$\sin 60^\circ = \frac{d}{2a}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{d}{2a}$$

$$a\sqrt{3} = d;$$

$$-\cos \frac{d}{2} =$$

$$\cos \frac{d}{2} = \frac{a^2 + d^2 - a^2}{2ad} = \frac{d}{2a}$$

$$a \left(4 \frac{d^2}{4a^2} - 1 \right) = e$$

$$a \left(\frac{d^2}{a^2} - 1 \right) = e$$

$$\cos d = \frac{a^2 + e^2 - d^2}{2ae} = \frac{2a^2 - \cos^2 \frac{d}{2} \cdot 4a^2}{2ae}$$

$$\cos \frac{d}{2} \in \mathbb{Z};$$

$$\cos \frac{d}{2} \in \mathbb{R}$$

$\cos \frac{d}{2}$ - равно-
мно-
мно!

$(2 \cos^2 \frac{d}{2} - 1)$ - равно-
мно;

3.

4. 18.

Draw:

$\triangle MCD$ - base;

$MC = MD = CD$;

$\triangle M, \triangle C, \triangle D$,

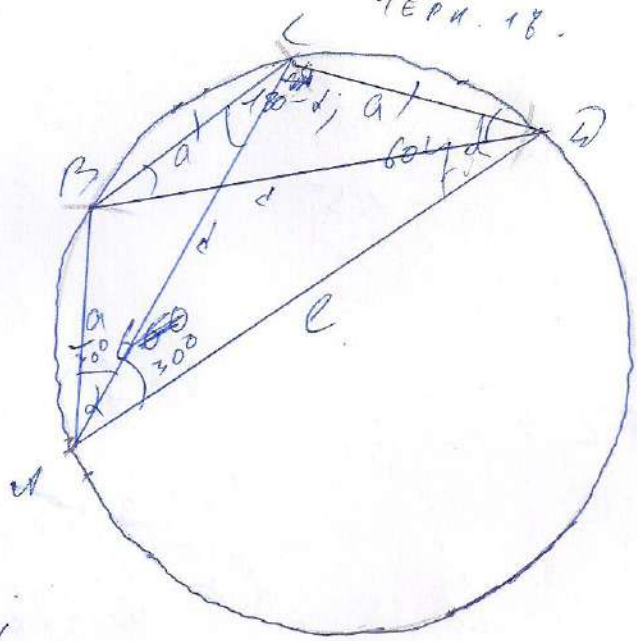
$MC, MD, CD \in \mathbb{Z}$;

$R = ?$

$P_{min} = ?$

~~MC~~

$MC = MD = CD$;



$\triangle MCD$ - equilateral;

$$AC \cdot MD = AM \cdot CD + BC \cdot AD$$

$$AC \cdot MD =$$

$$d^2 = a^2 + a \cdot e$$

$$d \in \mathbb{Z}, a \in \mathbb{Z}, e \in \mathbb{Z}.$$

$$\sin d = \frac{d}{2R}$$

$$\sin \frac{d}{2} = \frac{a}{2R}$$

$$P = 3a + e.$$

$$\cos \frac{d}{2} = \frac{a^2 + e^2 - d^2}{2ae} = 2\cos^2 \frac{d}{2} - 1.$$

$$\cos \frac{d}{2} = \frac{d^2 + e^2 - a^2}{2de} = \frac{(d-e)^2 - a^2}{2de} + 1$$

$$\frac{(d+e)^2 - d^2}{2ae} \neq 1 = 2 \left(\frac{(d-e)^2 - a^2}{2de} + 1 \right)^2 - 1$$

$$4a^2 \cos^2 \frac{d}{2} = a^2 + a \cdot e.$$

$$4a \cos^2 \frac{d}{2} = a + e$$

$$a(4\cos^2 \frac{d}{2} - 1) = e$$

$$e \in \mathbb{Z}$$

$$a \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{a(2\cos \frac{d}{2} - 1)(2\cos \frac{d}{2} + 1)}{a(4\cos^2 \frac{d}{2} - 1)} = e; (4\cos^2 \frac{d}{2} - 1) \in \mathbb{Z};$$

$$a(4\cos^2 \frac{d}{2} - 1) = e$$

4.2.18.

$$g: \pm 1 \pm 3 \pm 2$$

$$8: \pm 1 \pm 2 \pm 4 \pm 8$$

$$\begin{array}{rrrr} 8 & 4 & -18 & -9 \\ 18 & 12 & -6 & -15 \\ -18 & -4 & -14 & \\ \hline 38 & -28 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrr} -38 & -20 & 42 & \\ \hline 18 & 8 & -14 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrr} \frac{1}{2} 8 & 0 & -18 & 0 \\ \hline -\frac{1}{2} 8 & 0 & -18 & 0 \end{array}$$

$$(x + \frac{1}{2})(8x^2 - 18) = 0$$

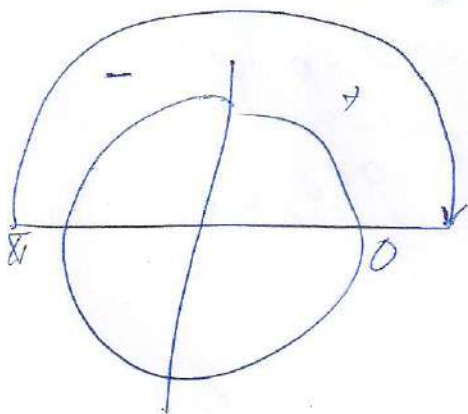
$$(x + \frac{1}{2})(4x^2 - 9) = 0$$

$$(x + \frac{1}{2})(2x - 3)(2x + 3) = 0$$

$$(x + \frac{1}{2})(2x - 3)(2x + 3) = 0$$

$$\arccos(x-1) \geq 0$$

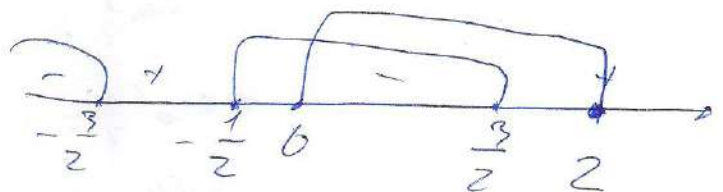
$$0 \leq \arccos(t) \leq \pi;$$



$$(8x^3 + 4x^2 - 18x - 9) \arccos(x-1) \leq 0$$

$$\begin{cases} x-1=1 \\ (8x^3 + 4x^2 - 18x - 9) \leq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ (x + \frac{1}{2})(2x - 3)(2x + 3) \leq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases} \quad x \in \{0; \frac{3}{2}\} \cup \{2\};$$



ЧЕРНОЯКА 7.

1. 6, 8, 9, 10, ..., (6+2021) = 2028;

Ивазранны до 2028. [6...2028];

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

первый ивазран - $3^2 = 9$.
последний ивазран: $45^2 = 2025$

или $(45-3)+1 = 43$;

куды до 2028:

Первый куд - 2^3 ;

Последний куд - 12^3 ;

из 2022 вычитаем

количество ивазранов, количество кудов

и представляем количество кудов и ивазранов

одновременно (шестые степени)

- первая шестая степень

$$\left. \begin{aligned} 2^6 &= 64 = (2^3)^2 \\ 12^6 &= 24^2 \\ (4^3)^2 &= 64^2 \end{aligned} \right\}$$

или представляем.

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 225 \\ \hline 225 \\ 2500 \\ \hline 28125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 126 \\ \times 14 \\ \hline 504 \\ 1512 \\ \hline 1764 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 13 \\ \hline 507 \\ 1690 \\ \hline 2197 \end{array}$$

Всего ~~куд~~ остается: $(2022 - 11 - 43 + 2) =$

= 1970
= 1970
11 + 43 - 2 числа
52 числа.

$$\begin{array}{r} 144 \\ \times 12 \\ \hline 288 \\ 1440 \\ \hline 1728 \end{array}$$

$$(8x^3 + 4x^2 - 18x - 9) \cdot \arccos(x-1) \leq \arccos\left(\frac{1}{4\cos 60^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4\cos 50^\circ}\right)$$

$$0 \leq x \leq 2 \quad -1 \leq x-1 \leq 1$$

$$0 \leq x \leq 2$$

$$\begin{cases} -1 \leq \frac{1}{4\cos 60^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4\cos 50^\circ} \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\cos 60^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4\cos 50^\circ} = \frac{1}{4\cos 60^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4\sin 40^\circ} = \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\cos 60^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{\sin 40^\circ} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{\sin 40^\circ + \sqrt{3}\cos 60^\circ}{\cos 60^\circ \sin 40^\circ} \right) = \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{\sin 40^\circ + \sqrt{3}\cos 60^\circ}{\cos 60^\circ \sin 40^\circ} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{1}{2}\sin 40^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 60^\circ}{\cos 60^\circ \sin 40^\circ} \right) = \\ &= \frac{\sin 60^\circ \sin 40^\circ + \sin 40^\circ \cos 60^\circ}{\sin 480^\circ} = \frac{\sin 100^\circ}{\sin 480^\circ} = \\ &= \frac{\sin 4(180^\circ - 80^\circ)}{\sin 480^\circ} = \frac{\sin 80^\circ}{\sin 480^\circ} = 1. \end{aligned}$$

$$(8x^3 + 4x^2 - 18x - 9) \cdot \arccos(x-1) \leq \arccos 1$$

$$(8x^3 + 4x^2 - 18x - 9) \arccos(x-1) \leq 0$$

$$\begin{cases} 8x^3 + 4x^2 - 18x - 9 \geq 0 \\ \arccos(x-1) \leq 0 \end{cases} \quad \text{I}$$

$$\begin{cases} 8x^3 + 4x^2 - 18x - 9 \leq 0 \\ \arccos(x-1) \geq 0 \end{cases} \quad \text{II}$$

Нужно взять нагрузку 52

незрелый возраст: $46^2 = 2116$.

незрелый куб: 2188;

незрелая в степени: 4096;

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 46 \\ \hline 276 \\ 184 \\ \hline 2116 \end{array}$$

1 2 3
6, 7, 10, ... 1970 1971 1972
2027; 2028, 2029, ...
2022

$$\begin{array}{r} 64 \\ 164 \\ \hline 256 \\ 384 \\ \hline 4096 \end{array}$$

$$1 \dots (2027 + (2022 - 1970)) =$$

$$= (2027 + 52) = 2079;$$

Ответ: 2079.

$$\begin{array}{r} 2022 \\ - 52 \\ \hline 1970 \end{array}$$

1970

6.

Числовые 1

$$(x^3 + 2x^2 + x + a) + (x^3 - 2x^2 + x - a) < 4x^2 + 8x$$

Получим, как можно разложить левую часть:

$$\begin{aligned} 1) & x^3 + 2x^2 + x + a + x^3 - 2x^2 + x - a = 2x^3 + 2x \\ 2) & x^3 + 2x^2 + a + x + x^3 + 2x^2 - x + a = 4x^2 + 2a \\ 3) & -x^3 - 2x^2 - x - a + x^3 - 2x^2 + x - a = -4x^2 - 2a \\ 4) & -x^3 - 2x^2 - x - a - x^3 + 2x^2 - x + a = -2x^3 - 2x \end{aligned}$$

Заметим, что левая часть всегда неотрицательна, а значит для нас можно применить два значения: $|2x^3 + 2x|$ и $|4x^2 + 2a|$ (и пары 1), 4) и 2), 3) отбрасываем по значению).

Тогда рассмотрим два случая.

$$1) |2x^3 + 2x| = 4x^2 + 8x$$

$$\begin{cases} 4x^2 + 8x \geq 0 \\ \begin{cases} 2x^3 + 2x = 4x^2 + 8x \\ 2x^3 + 2x = -4x^2 - 8x \end{cases} \end{cases} \begin{cases} x(x+2) \geq 0 \\ \begin{cases} 2x^3 - 4x^2 - 6x = 0 \\ 2x^3 + 4x^2 + 10x = 0 \end{cases} \end{cases} \begin{cases} x(x+2) \geq 0 \\ \begin{cases} x(x-3)(x+1) = 0 \\ x=0 \end{cases} \end{cases}$$

$x=0; x=3$

$$2) |4x^2 + 2a| = 4x^2 + 8x$$

$$\begin{cases} 4x^2 + 8x \geq 0 \\ \begin{cases} 4x^2 + 2a = 4x^2 + 8x \\ 4x^2 + 2a = -4x^2 - 8x \end{cases} \end{cases} \begin{cases} x(x+2) \geq 0 \\ \begin{cases} x = \frac{a}{4} \\ 8x^2 + 8x + 2a = 0 \end{cases} \end{cases} \begin{cases} x(x+2) \geq 0 \\ \begin{cases} a = 4x \\ a = -4x^2 - 4x \end{cases} \end{cases}$$

$$x=0: |a| + |-a| \leq 0, \emptyset$$

$$4x^2 + 4x + a \geq 0$$

$$D = 16 - 16a \geq 0 \Rightarrow a \leq 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{1-a}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a}}{2}$$

Тогда:

$$\begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ x = \frac{a}{4} \\ a = -4x^2 - 4x \end{cases}$$

I. $x = 3$:

при этом значении модули раскрываемые

или:

$$\begin{cases} x^3 + 2x^2 + x + a \geq 0 \\ x^3 - 2x^2 + x - a \geq 0 \end{cases}$$

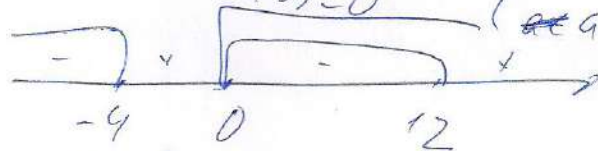
$$\begin{cases} 27 + 18 + 3 + a \geq 0 \\ 27 - 18 + 3 - a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \geq -48 \\ a \leq 12 \end{cases}$$

II. $x = \frac{9}{4}$:

$$\begin{cases} x^3 + 2x^2 + a + x \geq 0 \\ x^3 - 2x^2 + x - a \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{a^3}{64} + \frac{a^2}{8} + \frac{a}{4} + a \geq 0 \\ \frac{a^3}{64} - \frac{a^2}{8} + \frac{a}{4} - a \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^3 + 8a^2 + 16a + 64a \geq 0 \\ a^3 - 8a^2 + 16a - 64a \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a^3 + 8a^2 + 80a \geq 0 \\ a^3 - 8a^2 - 48a \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a(a^2 + 8a + 80) \geq 0 \\ a(a^2 - 8a - 48) \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \geq 0 \\ a(a-12)(a+4) \leq 0 \end{cases}$$



$a \in [0; 12]$;

III. $a = -4x^2 - 4x$.

$$\begin{cases} x^3 + 2x^2 + x + a \leq 0 \\ x^3 - 2x^2 + x - a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^3 - 2x^2 - 3x \leq 0 \\ x^3 + 2x^2 + 5x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x(x+3)(x+1) \leq 0 \\ x(x-1)(x-3) \geq 0 \end{cases}$$

при этом x в max значении $a = 0$;

Рассмотрим между корнями $x = 3$ и $x = \frac{9}{4}$ равно $a = 0$;
при $a = 8$;
Рассмотрим при $a = -4x^2 - 4x$ и $a \in [-48; 12]$. не можем быть 1;
рассмотрим между корнями при $a = -4x^2 - 4x$ и $a = 4x$
не можем быть 1, т.к. промежуток для a не пересе-
кается.
Ответ: $a = 8$

$$4. \quad a_1 = \frac{4043}{2022} \quad ; \quad a_{n+1} = a_n^3 - 3a_n^2 + 3a_n - a_n - 3a_n^2 + 3a_n = 1 + 1 = 2 \\ = (a_n - 1)^3 + 1.$$

$$a_2 = \left(\frac{4043}{2022} - 1 \right)^3 + 1 = \left(\frac{2021}{2022} \right)^3 + 1.$$

$$a_3 = \left(\left(\frac{2021}{2022} \right)^3 + 1 - 1 \right)^3 + 1 = \left(\frac{2021}{2022} \right)^9 + 1$$

$$a_4 = \left(\left(\frac{2021}{2022} \right)^9 + 1 - 1 \right)^3 + 1 = \left(\frac{2021}{2022} \right)^{27} + 1.$$

$$\frac{2022}{2021} = 1 + \frac{1}{2021}.$$

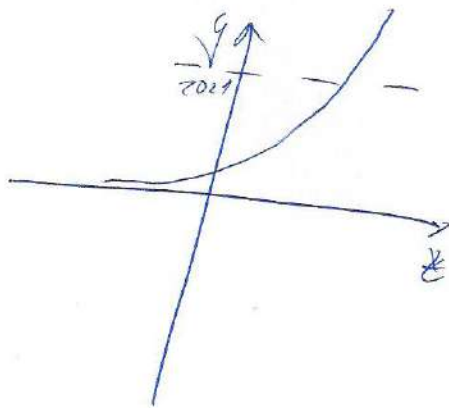
$$a_n = \left(\frac{2021}{2022} \right)^{3^{n-1}} + 1$$

Для сходимости на конгресс нужно
написать, чтобы мы $\left(\frac{2021}{2022} \right)^x \leq \frac{1}{2021}.$ $x = t.$

$$\frac{2021^t}{2022^t} \leq \frac{1}{2021}.$$

$$\left(\frac{2022}{2021} \right)^t \geq 2021,$$

$$\left(\frac{2022}{2021} \right)^t = F(t)$$



$F(t)$ - возрастает, строг.
она строго возрастает
 $y = 2021$

Ответ: g_1 .

Условие 4

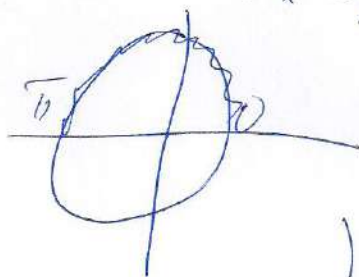
$$2 \quad (8x^3 + 4x^2 - 18x - 9) \cdot \arccos(x-1) \leq \arccos\left(\frac{1}{4\cos 40^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4\sin 40^\circ}\right)$$

023: $0 \leq x \leq 2$

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\cos 40^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4\sin 40^\circ} &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\cos 40^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{\sin 40^\circ} \right) = \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{\sin 40^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ}{\sin 40^\circ \cos 40^\circ} \right) = \frac{\cos 60^\circ \sin 40^\circ + \sin 60^\circ \cos 40^\circ}{\sin 80^\circ} = \\ &= \frac{\sin 100^\circ}{\sin 80^\circ} = 1. \end{aligned}$$

$$(8x^3 + 4x^2 - 18x - 9) \cdot \arccos(x-1) \leq \arccos 1$$

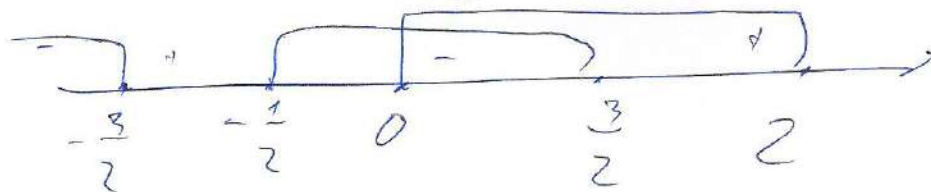
$$(8x^3 + 4x^2 - 18x - 9) \cdot \arccos(x-1) \leq 0$$



$$0 \leq \arccos(x-1) \leq \pi.$$

$$\begin{cases} \arccos(x-1) = 0 \\ 8x^3 + 4x^2 - 18x - 9 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ (x+\frac{1}{2})(2x-3)(2x+3) \leq 0 \\ x \leq 0 \leq 2 \end{cases}$$



Ответ: $x \in [0; \frac{3}{2}] \cup \{2\}$

1 2 3 4 5
 1. 6, 7, 8, 9, 10, ..., (6+2021)
 2022
 2028.

Квадраты 20 2028 : $3^2, 4^2, \dots, 45^2$ - их 43
 Кубы 20 28 : $2^3, 3^3, \dots, 12^3$ - их 11.
 в сумме:

$$(2^3)^2$$

$$(3^3)^2$$

$$(4^3)^2, 2028.$$

Ураи: $11 + 43 - 2 = 52$ числа.
 1 2 3
 6, 7, 10, ..., 1940
 2028

Среднее ариф. : $46^2 = 2116$.

Среднее ариф. куб: $2 + 94$.

Среднее ариф. в сумме : 4096 .

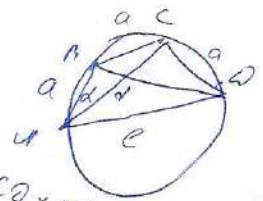
1 2 3
 6, 7, 10, ..., 1940, 1941, 1942, 2022
 2028, 2029, ..., 2029

Далее 2029

Числовик 6.

3.

Неправильно Понимание: $AC \cdot BD = AH \cdot CD + HC \cdot AD$, неверно,
 и т.
 треугольн.
 бисек.



$$d^2 = a^2 + a \cdot l$$

$$d = \sqrt{a^2 + a \cdot l}$$

Были выбраны a , тогда не случайное число получено.
 $a < d < 2a$.

$$a=1: d = \sqrt{1+l}, 0$$

$$a=2: d = \sqrt{4+2l}, 0$$

$$a=3: d = \sqrt{9+3l}, 0$$

$$a=4: d = \sqrt{16+4l}; l=5: d=6;$$

$$P = 3a + l = 17.$$

$$4 < 6 < 8, \text{ верно.}$$

$$\cos \alpha = \frac{4^2 + 6^2 - 4^2}{2 \cdot 4 \cdot 6} = \frac{6}{2 \cdot 4} = \frac{3}{4}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4};$$

$$2R = \frac{4}{\frac{\sqrt{7}}{4}} = \frac{16}{\sqrt{7}}.$$

$$R = \frac{8}{\sqrt{7}}.$$

Ответ: $P=17; R=\frac{8}{\sqrt{7}};$