



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Шамшурин Никита Романович**

Класс: **7-8**

Технический балл: **80**

Дата проведения: **27 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Шамшури́н Никита Романович

Класс: 7-8

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
15 баллов	15 баллов	5 баллов	15 баллов	15 баллов	5 баллов	80 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов.
Технический балл получался прибавлением 10 к сумме баллов за решение задач.

Числовик

лист 1 из 4

N. 3.

$$\overline{abc} = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c; \quad \overline{acb} = 100 \cdot a + 10 \cdot c + b$$

$$(\overline{abc} - \overline{acb}) : 72$$

$$((100 \cdot a + 10 \cdot b + c) - (100 \cdot a + 10 \cdot c + b)) : (8 \cdot 9)$$

$$(9 \cdot (b - c)) : (8 \cdot 9) \Rightarrow (b - c) : 8$$

$$b \text{ и } c - \text{цифры} \Rightarrow b - c \leq 9 \Rightarrow b - c = 8 \text{ или } b - c = 0$$

Если $b - c = 8$, то либо $b = 8; c = 0$; либо $b = 9; c = 1$ (п.к. это цифры, п.е. $b \leq 9; c \geq 0$). 2 ~~варианта~~ ^{пара цифр b и c, таких, что} $(b - c) : 8$.

Если $b = c$, пусть 10 ~~вариантов~~ ^{пара цифр b и c} ~~для~~ ^{удовлетв. усл.} $(b - c) : 8$

Всего есть $10 + 2 = 12$ пар цифр b и c таких, что $(b - c) : 8$

a - первая цифра в числе $\overline{abc} \Rightarrow a \neq 0 \Rightarrow$ выбрать a можно 9-ю способами.

Тогда всего ^{таких} чисел ~~есть~~ $9 \cdot 12 = 108$ (для кажд. a каждой пары b и c).

Ответ: 108.

Умову

мст 2 уз 4

N. 4.

$$(x+y) \cdot (x+y+1) + 2 \cdot y = 100$$

$$\frac{(x+y) \cdot (x+y+1)}{2} + y = 50$$

$$\frac{(x+y) \cdot (x+y+1)}{2} = 50 - y; \quad y = 50 - \frac{(x+y) \cdot (x+y+1)}{2}$$

Заметьте, что $\frac{(x+y) \cdot (x+y+1)}{2}$ — это $\leq$ все натуральные

числа от 1 до $(x+y)$.

$$\frac{(x+y) \cdot (x+y+1)}{2} < 50 \Rightarrow (x+y) < 10 \quad (\text{т.к. } \frac{10 \cdot (10+1)}{2} > 50)$$

$$(x+y) < 10 \Rightarrow y < 9 \Rightarrow 41 < 50 - y < 50 \Rightarrow 41 < \frac{(x+y) \cdot (x+y+1)}{2} < 50$$

~~В диапазоне между 41 и 50 есть только 1 такое число — 45~~
~~и~~ ~~тогда~~ ~~то~~ ~~при~~ $x+y=8$, $\frac{(x+y) \cdot (x+y+1)}{2} = 36$. $36 \leq 41$

$$\text{При } x+y=10, \frac{(x+y) \cdot (x+y+1)}{2} = 55. \quad 55 \geq 50$$

$$\text{Значит, } x+y=9 \Rightarrow \frac{(x+y) \cdot (x+y+1)}{2} = 45 \Rightarrow y = 50 - 45 = 5 \Rightarrow x = 9 - 5 = 4.$$

Ответ: $x=4; y=5$.

N.2. Пусть N - кол-во урядок, к-рое вскапывает 1 рабочий за 1 полный день; n - кол-во работников в 1-ый день.

$$n \cdot N = 10$$

во 2-ой день было вскопано $7 \cdot \frac{1}{2} \cdot N = 3,5 \cdot N$ урядок

$$\text{по ум. } n > 7 \Rightarrow N < \frac{10}{7} \Rightarrow 3,5 \cdot N < 5$$

$3,5 \cdot N$ - целое число $\Rightarrow$ разберём варианты $3,5 \cdot N = 1; 2; 3$ и 4 .

$$3,5 \cdot N = 1$$

$$N = \frac{1}{3,5} = \frac{2}{7}$$

$$n = \frac{10}{N} = 35$$

$$3,5 \cdot N = 2$$

$$N = \frac{2}{3,5} = \frac{4}{7}$$

$$n = \frac{10}{N} = 17,5$$

$$3,5 \cdot N = 3$$

$$N = \frac{3}{3,5} = \frac{6}{7}$$

$$n = \frac{10}{N} = 11,67$$

$$3,5 \cdot N = 4$$

$$N = \frac{4}{3,5} = \frac{8}{7}$$

$$n = \frac{10}{N} = 8,75$$

n - целое (т.к. это кол-во людей). $\Rightarrow n = 35; 3,5 \cdot N = 1$

всего урядок $N \cdot (n + 3,5) = 11$. (т.к. за 2 дня вскопали все).

Ответ: 11 урядок.

N.1. Пусть x - кол-во жителей на острове.

По 1-ой высказыванию: рыцарей на острове ровно 6, так как это правда только для 6-ти жителей, собравших наибольш. кол-во бананов.

По 2-ой высказ.: лжецов ровно 7, так как это высказ.: ложь только для 7-ми жителей, собравших наибольш. кол-во кокосов.

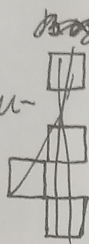
Ответ: да, если рыцарей 6 и они лучшие в собирании бананов и худшие в собирании кокосов; лжецов 7 и они лучшие в собирании кокосов и худшие в собир. бананов.

Чистовик

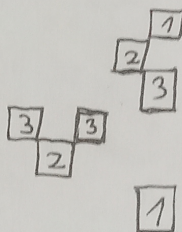
N.5. Из вида спереди мы видим, что есть как минимум 3 кубика, находящиеся на 3-м "этаже" и являющиеся верхними в своём "столбце" (т.е. сверху на них ничего не стоит); как минимум 2 кубика, находясь. на 2-ом "этаже" и явл. верхними в своём "столбце"; из вида сбоку мы видим, что есть как минимум 2 кубика, находясь. на 1-ом "этаже" (т.е. стоящ. на земле) и являющиеся верхн. в своём столбце.

Значит, ~~вид сверху~~ сверху будет видно как минимум 7 кубиков (видны только верхние в своём столбце).

Покажем, что сверху можно увидеть 7 кубиков.



Вид сверху (неточное изображение), цифра в квадратике - высота данного столбца.



Ответ: 7.

N.6. Прономеруем все планеты числами от 1 до 100 так, что Галактия-37 - первая, Планета-сотая.

От ~~каждой планеты~~ Пусть от ~~каждой планеты~~ порталы ведут к каждой планете с номером от 1 до 60 ~~таких~~ порталы ведут к планетам с номером, большим на 1; на 2... на 40.

Тогда не возникает противоречий с размышлением порталов и от ~~каждой планеты~~ к ~~ка~~ любой можно добраться не больше чем 3