



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Гафизов Тимур Рамизович**

Класс: **10-11**

Технический балл: **85**

Дата проведения: **26 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Гафизов Тимур Рамизович

Класс: 10-11

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
20 баллов	20 баллов	20 баллов	20 баллов	0 баллов	5 баллов	85 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 20 баллов.

Технический балл равняется сумме баллов за решение задач.

Технический балл участников, набравших в сумме за решение задач 100 и более баллов, полагается равным 100.

ЧИСЛОВИК.
№1.

Вопр 11-1

Запомним, что 2079 делят на 9 !

1) все квадраты от 3^2 до 45^2 (43 квадрата) ($2^2 < 6$, а $3^2 > 6$)
($45^2 = 2025$, а $46^2 = 2116 > 2079$).

2) все кубы от 2^3 до 12^3 . Умножить кубы.
($1^3 < 6$, а $2^3 > 6$).

($12^3 = 1728$ - больше в вопросе, чем 2079).

$13^3 = 2197$, что > 2079)

Запомним, что среди увеличенных квадратов и кубов могут быть и другие

Будем $a = p_1^{q_1} p_2^{q_2} \dots p_n^{q_n}$ (где $p_1 \dots p_n$ - простые).

Будем, $a^3 = p_1^{3q_1} p_2^{3q_2} \dots p_n^{3q_n}$. Значит, показатели степеней $q_1 \dots q_n$ не уменьшаются

Будем, если a^3 - квадрат некоторого числа, то $3q_1, 3q_2 \dots 3q_n : 2$

$\Rightarrow q_1 \dots q_n : 2$, и a - квадрат
числа

~~Значит, куб числа a является квадратом $\Leftrightarrow a$ является квадратом.~~

От 2 до 12: 2 числа - квадраты (4 и 9)

От 4^3 и 9^3 больше кв. и не являются квадратами.

Или числа простые.

Значит, все числа $93 + 11 - 2 = 52$ чисел (до 2079)

Будем, 2079 разделить на 52 (на остаток)
 $(2079 - 5) - 52 = 2074 - 52 = 2022$.

Ответ: 2079 .

4 и 508hk.

N2.

~~scribbles~~

$$\frac{1}{4 \cos 40^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4 \cos 50^\circ} = \frac{\sin 30^\circ}{2 \sin 50^\circ} + \frac{\cos 30^\circ}{2 \cos 50^\circ} = \frac{\sin 30^\circ \cos 50^\circ + \cos 30^\circ \sin 50^\circ}{2 \sin 50^\circ \cos 50^\circ}$$

$$= \frac{\sin(50^\circ + 30^\circ)}{\sin 100^\circ} = \frac{\sin 80^\circ}{\sin 100^\circ} = 1 \quad (\text{mk } 80^\circ = 90^\circ - 10^\circ, \text{ а } 100^\circ = 90^\circ + 10^\circ)$$

Итого, $\arccos(1) = 0$.

Значит,

ДЗ: $-1 \leq x-1 \leq 1$

$0 \leq x \leq 2$, $x \in \mathbb{R}$

$(8x^3 + 4x^2 - 18x - 9) \cdot \arccos(x-1) \leq 0$. Итого $\arccos(x-1) \geq 0 \quad \forall x, \text{ м.о.}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \arccos(x-1) = 0 \\ 8x^3 + 4x^2 - 18x - 9 \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ 8x^3 + 4x^2 - 18x - 9 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ (8x^2-18)(x+\frac{1}{2}) \leq 0 \end{cases}$

$$\begin{array}{r|l} 8x^3 + 4x^2 - 18x - 9 & x + \frac{1}{2} \\ \hline 8x^3 + 4x^2 & 8x^2 - 18 \\ \hline -18x - 9 & \\ -18x - 9 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

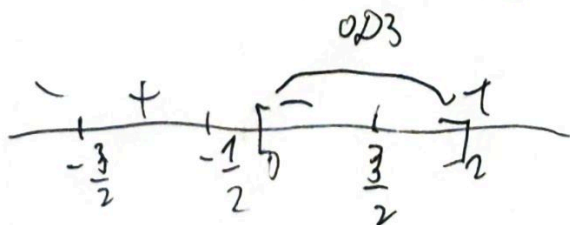
$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2(4x^2-9)(x+\frac{1}{2}) \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2(2x-3)(2x+3)(2x+1) \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 8(x-\frac{3}{2})(x+\frac{3}{2})(x+\frac{1}{2}) \leq 0 \end{cases}$

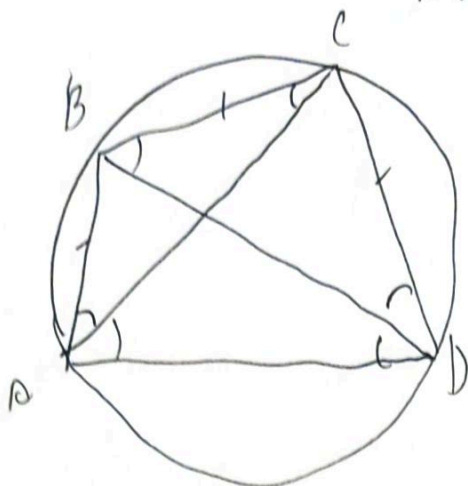
Итого:

Итого, $x \in [0; \frac{3}{2}] \cup \{2\}$



и с то к к.

№3.



$$AB = BC = CD$$

- ① $\angle CBD = \angle CPB$, так $\triangle BCD$ равнобедрен.
- ② $\angle CPB = \angle CAB$, как вписанные.
- ③ $\angle CAB = \angle CBA$ (так $\triangle ABC$ равнобедрен).
- ④ $\angle CBD = \angle CAP$ и $\angle CBA = \angle CDA$ (как вписанные).

$$\textcircled{5} \triangle ABC = \triangle BCD:$$

$$1) \triangle ABC = \triangle BCD$$

$$2) BC = CD$$

$$3) \angle ABC = \angle BCD = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\text{Следовательно, } AC = BD. \text{ Пусть } AB = x, AC = p.$$

Следовательно, по теореме косинусов в $\triangle ABC$:

$$x^2 = x^2 + p^2 - 2xp \cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow p^2 = 2xp \cos \alpha \quad (p > 0)$$

$$p = 2x \cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{p}{2x}. \quad (1)$$

$$\text{Следовательно в } \triangle ABD: \quad (BD = AC = p) \quad \text{Пусть } AD = y.$$

$$x^2 = p^2 + y^2 - 2py \cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow y^2 - 2p \cos \alpha y + p^2 - x^2 = 0 \quad \text{или } f_0(y):$$

$$\Leftrightarrow y^2 - \frac{2p^2}{2x} y + p^2 - x^2 = 0 \quad | \cdot x \quad (x > 0)$$

$$\Leftrightarrow xy^2 - p^2 y + p^2 x - x^3 = 0.$$

$$\Delta = p^4 - 4x(p^2 x - x^3) = p^4 - 4x^2 p^2 + 4x^4 = (p^2 - 2x^2)^2$$

$$\text{Следовательно, } y = \frac{p^2 \pm (p^2 - 2x^2)}{2x} = \begin{cases} y = x \\ y = \frac{2p^2}{2x} - x = \frac{p^2}{x} - x. \end{cases}$$

[Handwritten signature]

Рассуждая, как раньше, $p = \sqrt{2} \pi$, $n \notin \mathbb{Z}$, если $x \in \mathbb{Z}$

Тогда $\angle ABC \leq 60^\circ$, и $\angle ACD \geq 360^\circ - \angle ABC - \angle ADB - \angle ACD \geq 360^\circ - 60^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 180^\circ$.
 Тогда $\angle ACD \geq 180^\circ$, что невозможно.

Возле лупы $a < 2x$ (но не пол. бы по-то).

Будем считать, что $x \in \mathbb{N}$, тогда $p^2 \mid x$,
 тогда, так $\frac{p^2}{x} - x \in \mathbb{N}$, тогда $p^2 \mid x$,
 тогда $x \leq p < 2x$, тогда x — делитель.

$y = \frac{62}{4} - 4 = 5.$

Формула: $3 \cdot 4 + 5 = 17$.

For $x=6$ ~~number of~~ ~~regular~~ you ≥ 18 .

Значит, наша группа: $x=4$; $p=6$; $y=5$.

$\cos \alpha, \sin \alpha$
 $\cos \alpha, \cos \alpha = \frac{p_x}{h_x} = \frac{3}{4}$
 $\sin \alpha, \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

Второй шаг: из $\mathcal{M}$ выбираем $\mathcal{A} \in \mathcal{M}$:

$$\frac{2L}{\sin \alpha} = 2R$$

$$L_v R = \frac{r_c}{2 \sin \alpha}$$

$$C \Rightarrow R = \frac{4}{\frac{2\sqrt{7}}{4}} = \frac{4}{\frac{\sqrt{7}}{2}} = \frac{8}{\sqrt{7}} = \frac{8\sqrt{7}}{7}$$

Bank 4. $\frac{8\sqrt{2}}{7}$

н 4.

участоват.

Борисов, но некая роль депонирован и пр. сразу!

$$1) a_{n+1} = a_n^3 - 3a_n^2 + 3a_n - a_n(a_n^2 - 3a_n + 3)$$

$$a_n^2 - 3a_n + 3 \geq 1$$

$$\Leftrightarrow a_n^2 - 3a_n + 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a_n - 2)(a_n - 1) \geq 0$$

Тогда есть две $1 < a_n < 2$: если, так и наоборот,

$$a_n = x, \text{ где } x < 1 \rightarrow$$

почему-то убывает,

если a_n никогда не выходит за $1 < a_n < 2$.

$$\text{Будет число: } 1 < \frac{4043}{2022} < 2.$$

Будет, потому, что некое a_n вернётся назад:

$$a_n^3 - 3a_n^2 + 3a_n \geq 1$$

$$\Leftrightarrow a_n^3 - 3a_n^2 + 3a_n - 1 \geq 0$$

$$(a_n - 1)^3 \geq 0$$

Т.е. при $a_n > 1$: если так и наоборот > 1 . Значит, она не выйдет за 1 и

будет монотонно убывать.

Но по м. предположения: некое a_n будет больше.

Будет $\{a_n\} = \{a_{n+1}\}$

$$\lim a_n = \lim(a_n^3 - 3a_n^2 + 3a_n)$$

$$\Leftrightarrow \lim a_n = \lim a_n \lim(a_n^2 - 3a_n + 3)$$

$$\text{так } \lim a_n \neq 0 \text{ (иначе было бы 0), то}$$

$$\Leftrightarrow \lim(a_n^2 - 3a_n + 3) = 1$$

$$\Leftrightarrow \lim(a_n^2 - 3a_n + 2) = 0$$

$$\lim((a_n - 2)(a_n - 1)) = 0.$$

Будет $a_n = 1$

Значит, если $\lim a_n = 1$ - это верно!

$\lim a_n = 2$ - невозможно, потому что < 2 и убывает

Но если $\lim a_n = 1$, то $a_{\frac{2022}{2021}} > 1$, но $a_{\frac{2022}{2021}} < 2$ и $1 < a_n < \frac{2022}{2021}$ будет монотонно

Ук (ТФ)Ук

Уб.

0 Рассуждения могут быть:

1) $2x^3 + 4x < 4x^2 + 6x$

$\Leftrightarrow x^3 + 4x < 2x^2 + 4x$

$\Leftrightarrow x(x^2 - 2x - 3) < 0$

$\Leftrightarrow x(x-3)(x+1) < 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 3 \\ x < -1 \end{cases}$

3) 1 (+) и 1 (-):

$4x^2 + 24 < 4x^2 + 6x$

$\Leftrightarrow 8x > 24$

$\Leftrightarrow x > \frac{3}{1}$

Рассуждения могут быть $x^3 + 2x^2 + x$ и $x^3 - 2x^2 + x$.

1) $x^3 + 2x^2 + x = x(x^2 + 2x + 1) = x(x+1)^2$

Значит: $-1 < 0$. $-1 - m$, m для m ~~маленького~~.

Значит:

$-2; -2$

$-1; 0$

$0; 0$

$2; 18$

$3; 48$

2) 0 (-):

$-2x^3 - 2x < 4x^2 + 6x$

$\Leftrightarrow$ ~~$2x^3 + 4x^2 + 10x > 0$~~

$2x^3 + 4x^2 + 10x > 0$

$\Leftrightarrow x(x^2 + 2x + 5) > 0$

> 0 всегда так < 0 .

4) 1 (-); 0 (+):

$-4x^2 - 24 < 4x^2 + 6x$

$\Leftrightarrow 8x^2 + 6x > -24$

$\Leftrightarrow x(x^2 + x) > -\frac{a}{4}$

2) $x^3 - 2x^2 + x = x(x-1)^2$

Значит: $0 < 1$. $1 - m$ для m ~~маленького~~.

Значит:

$-2; -18$

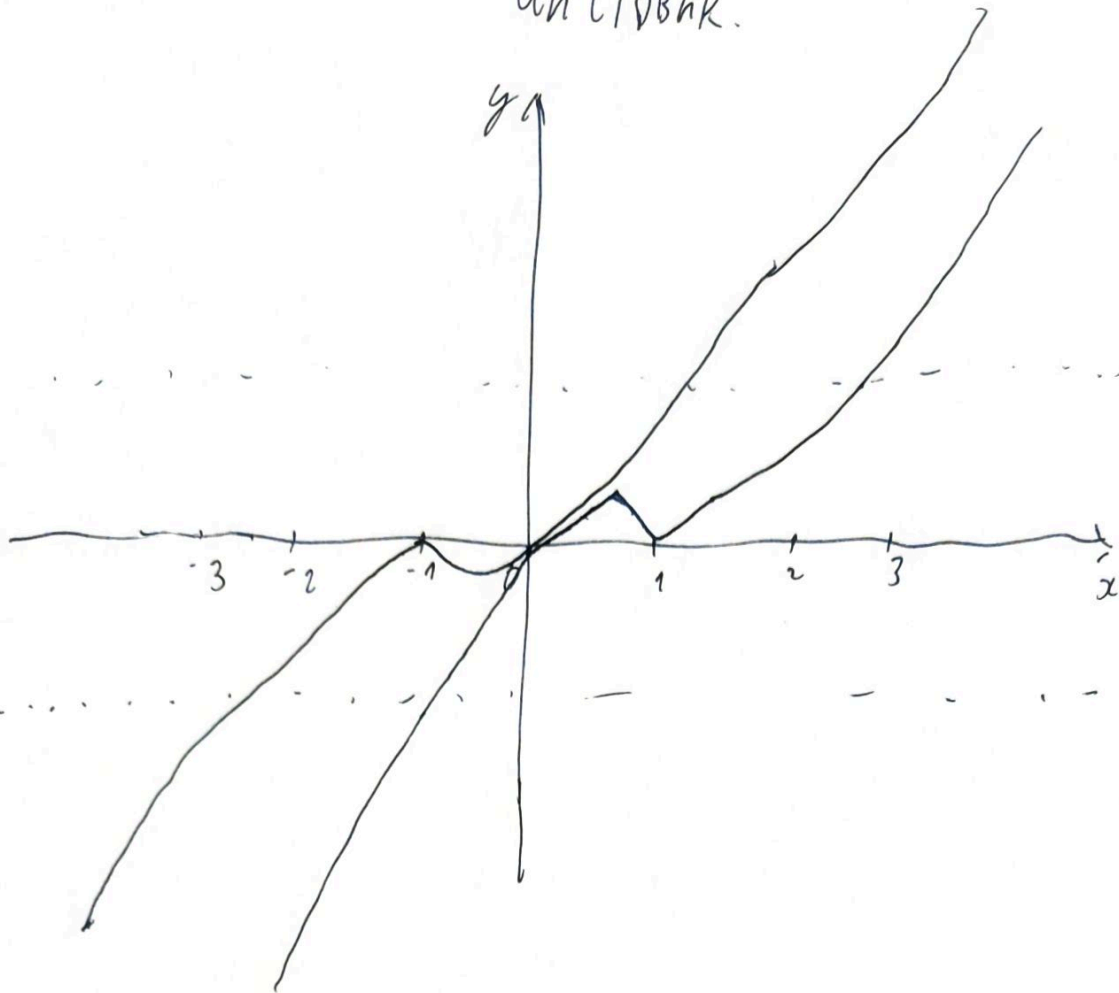
$-1; -4$

$0; 0$

$2; 2$

$3; 12$

и стовик.



Год. ~~в~~ 20-е гг. на 4×2 меньше $100/4$ от объема в 50 , на 4×270 .

১৯৭০ সালের ১০ মার্চ

Заметим, что при α достаточно не очень, мы при $\alpha \rightarrow 0$,
но при $\alpha \rightarrow 0$: эта функция > 0 , и $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{f(\alpha)}{\alpha} = 0$ (то есть, мы
имеем, что $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{f(\alpha)}{\alpha} = 0$).

1) При $a = 8$: ~~покажем что~~ в 20-м году. Это значение
в (2; 3). Так, если такое число (2; 3) ~~то~~ не может быть подстро-
~~кой~~

Розу 24-гус $\angle u$, m ~~роз~~ h $x \geq 0$: а 14-гус $-u$;

3) при $a=2$; критический $x = \frac{b}{4} = 2$. В этом случае $[2, 3]$ будет увеличиваться со скоростью, а не уменьшаться.

Числовый

2) Если $a < 0$, то, при $a = -24$. Тогда $\Delta = 24$ и будет три корня. Внутренний корень $\in [2, 3]$ и два внешних $\in [2, 3]$.

Если $a > 0$: тогда $\Delta < 0$, а 2-й т.д. Преломление.

Найдем корни: $x = 2$; $(2 \pm 2 = \frac{24}{4})$.

При увеличении a уменьшится количество корней.

Внешние: $8; -24$.

$$-\frac{1}{6} - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

КЕРНОВИК.

$$D = 16 + 4 \cdot 9 \cdot 12 =$$

$$= 432 + 16 = 448$$

$$2 \dots 12$$

$$\begin{array}{r} 5 \ 6 \ 7 \\ 8 \ 12 \\ 18 \ 20 \\ 22 \end{array}$$

$$6 \dots 2 \ 100$$

$$\frac{\sqrt{7}}{3} - \frac{1}{6}$$

$$\begin{array}{r} 2 \ 4 \\ \times 7 \\ \hline 14 \ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \ 16 \\ \times 46 \\ \hline 276 \\ + 184 \\ \hline 2 \ 116 \end{array}$$

$$43$$

$$2 \dots$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$$

$$144 \cdot 3 = 432$$

$$2025$$

$$2115 \quad \boxed{2116}$$

$$48 \div 4 = 12$$

$$112 \div 4 = 28$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 13 \\ \hline 507 \\ + 169 \\ \hline 2 \ 197 \end{array}$$

$$43 + 11 - 2 = 52$$

$$6 \dots$$

$$\frac{-4 \pm 8\sqrt{7}}{24}$$

$$8\sqrt{7}$$

$$24x^2 + 8x - 18$$

$$12x^2 + 4x - 9 = 0$$

$$12(x - \frac{1}{12})(x - \frac{1}{12}) = 0$$

$$\begin{array}{r} \times 144 \\ 12 \\ + 288 \\ \hline 1 \ 728 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \ 14 \ 16 \ 18 \ 20 \ 22 \ 24 \ 26 \ 28 \ 30 \ 32 \ 34 \ 36 \ 38 \ 40 \ 42 \ 44 \ 46 \ 48 \ 50 \ 52 \ 54 \ 56 \ 58 \ 60 \ 62 \ 64 \ 66 \ 68 \ 70 \ 72 \ 74 \ 76 \ 78 \ 80 \ 82 \ 84 \ 86 \ 88 \ 90 \ 92 \ 94 \ 96 \ 98 \end{array}$$

$$2026$$

$$2021 \text{ year}$$

$$2022 + 50 = 2072$$

$$2 : 2$$

$$\begin{array}{c} - \\ -3 \\ -2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}$$

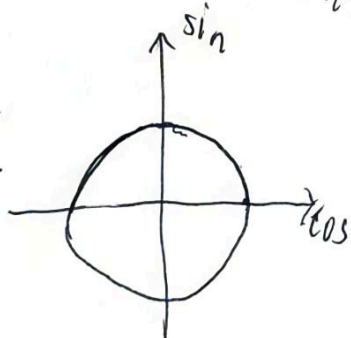
$$-1 \leq x-1 \leq 1$$

$$0 \leq x \leq 2$$

$$2 \dots$$

$$\frac{1}{2} \frac{\cos 60^\circ}{2 \cos 40^\circ}$$

$$\begin{array}{r} 266 \\ \times 266 \\ \hline 1596 \\ + 1596 \\ \hline 532 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 266 \\ \hline 1596 \\ + 1596 \\ \hline 532 \end{array}$$

$$\frac{\cos 30^\circ}{2 \cos 50^\circ}$$

$$\sqrt{7} < \frac{8}{3}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{3} < \frac{8}{9}$$

$$\frac{16}{18} \cos 50^\circ$$

$$2(4x^2 - 5)(x + \frac{1}{2}) = 8(2x - 3)(x + 3)(2x + 1)$$

$$\frac{13}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 30^\circ \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 8(x - \frac{3}{2})(x + \frac{3}{2})$$

$$\begin{array}{r} 8x^3 + 4x^2 - 18x - 9 \mid x + \frac{1}{2} \\ 8x^3 + 4x^2 \\ \hline -18x - 9 \\ -18x - 9 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(8x^2 - 18)(x + \frac{1}{2}) =$$

$$= 8x^3 + 4x^2 - 18x - 9$$

$$(x + \frac{1}{2})$$

$$\frac{\sin 45^\circ \sin 40^\circ}{2 \cos 40^\circ \sin 40^\circ}$$

$$2\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sin 80^\circ}{\sin 50^\circ + \sin 40^\circ}$$

$$\begin{array}{r} 2 \ 44 \\ \times 2 \ 44 \\ \hline \end{array}$$

$$C_1$$

$$\arccos\left(\frac{1}{4\cos 40^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4\cos 50^\circ}\right)$$

4 FPHOBNA

$$\frac{1}{4\cos 40^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4\cos 50^\circ}$$

cos

$$\frac{\cos 30^\circ}{2\cos 40^\circ} + \frac{\cos 30^\circ}{2\cos 50^\circ}$$

$$\frac{\cos 30^\circ}{2\cos 40^\circ} + \frac{\cos 30^\circ}{2\cos 50^\circ}$$

$$\frac{1}{2\sin 50^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4\sin 40^\circ} = \frac{\sin 30^\circ}{2\sin 50^\circ} + \frac{\sin 60^\circ}{2\sin 40^\circ}$$

$$= \frac{\sin 30^\circ \cos 40^\circ + \sin 60^\circ \cos 50^\circ}{2\sin 50^\circ \cos 40^\circ}$$

$$\frac{\sin 30^\circ}{2\cos 40^\circ} + \frac{\sin 60^\circ}{2\cos 50^\circ}$$

$$\frac{\sin 30^\circ}{2\sin 50^\circ} + \frac{\cos 30^\circ}{2\cos 50^\circ} =$$

$$= \frac{\sin 30^\circ \cos 50^\circ + \cos 30^\circ \sin 50^\circ}{2\sin 50^\circ \cos 50^\circ}$$

$$= \frac{\sin 80^\circ}{\sin 100^\circ} = 1$$

$$\frac{2p^2}{2x} = \frac{p^2}{x}$$

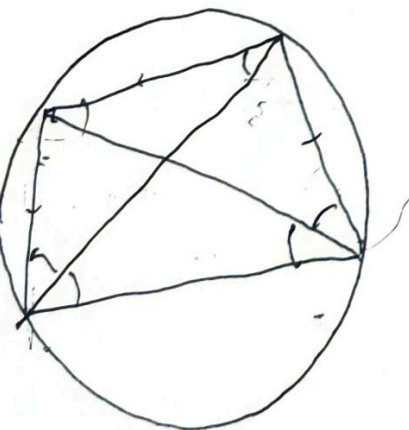
$$y^2 - 2px \cos \alpha + p^2 - x^2 = 0$$

$$x^2 + p^2 - 2xp \cos \alpha = a^2$$

$$p^2 - 2xp \cos \alpha$$

$$p = 2x \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{p}{2x}$$



$$x^2 = p^2 + y^2 - 2py \cos \alpha$$

$$\Rightarrow x^2 = p^2 + y^2 - \frac{2p^2}{2x}$$

$$2x^2 = p^2 + y^2 - \frac{2p^2}{2x}$$



ЧЕРНОВИК.

~~scribbles~~

$$xy^2 - p^2y + p^2x^3 = 0$$

$$\frac{p^2}{2x}$$

$$p^4 - 4x(p^2x - x^3) =$$

$$= p^4 - 4x^2(p^2 - x^2) =$$

$$= p^4 - 4x^2p^2 + 4x^4$$

$$(p^2 - 2x^2)^2$$

$$\boxed{p^2 - 2x^2}$$

$$2x^2 - p^2$$

$\boxed{4x}$

~~scribbles~~

~~scribbles~~

~~scribbles~~

$$\frac{p^2x(p^2 - 2x^2)}{2x} = \frac{p^2}{2} - x^2$$

~~scribbles~~

~~scribbles~~

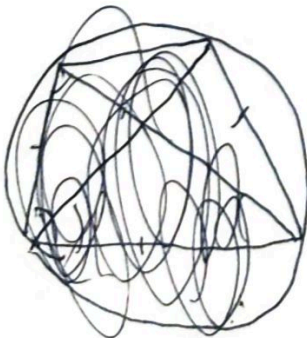
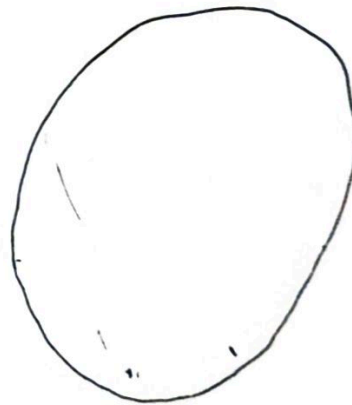
x x a a

$$2x + \frac{p^2}{x} = 4 \quad x=4$$

$$p^2 = 2$$

$$4 \frac{2^2}{4} = 1$$

$$p = \sqrt{4x}$$



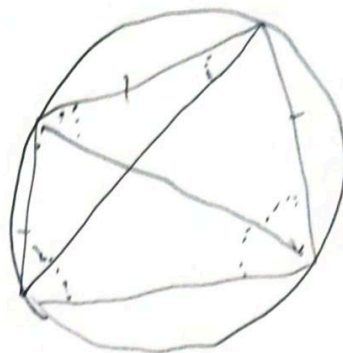
УФ ПМОБНК

$$x^2 = x^2 + p^2 - 2xp \cos \alpha$$

$$p^2 = 2xp \cos \alpha$$

$$p = 2x \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{p}{2x}$$



$$x^2 = y^2 + p^2 - 2py \cos \alpha$$

$$y^2 = 2p \cos \alpha y + p^2 - x^2 = 0$$

$$y^2 - \frac{2p^2}{2x} y + p^2 - x^2 = 0$$

$$y^2 - \frac{p^2}{x} y + p^2 - x^2 = 0$$

$$x y^2 - p^2 y + p^2 x - x^3 = 0$$

$$p = p^4 - 4x(p^2 x - x^3) \quad p^4 - 4x^2(p^2 - x^2) = p^4 - 4x^2 p^2 + 4x^4 =$$

$$= (p^2 - 2x^2)^2 =$$

$$\pm (p^2 - 2x^2)$$

$$\frac{p^2 - p^2 + 2x^2}{2x} = x$$

$$\frac{p^2 + p^2 - 2x^2}{2x} = \frac{p^2}{x} - x$$

4

$$p = 6$$

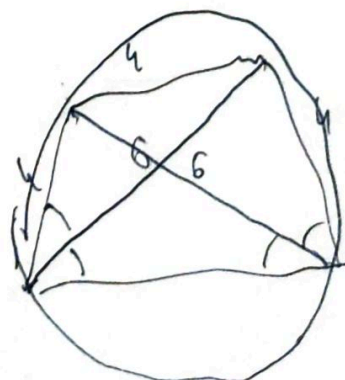
$$\frac{6^2}{4} - 4 = 5$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{4}$$

$$42 \sqrt{6^2 + 5^2} = 42 \cdot 6.5 = \frac{3}{4}$$

$$36 + 25 - 45 = 16$$



ЧЕРНОБН.

$$a_{n+1} = a_n^2 - 3a_n + 3$$

$$a_n(a_n^2 - 3a_n + 3) =$$

$$\lim(2$$

$$\lim x_n = \lim x_n$$

$$2,25 - 4,5 + 3 = 2,25 - 1,5 = 0,75$$

вариант 9

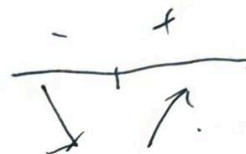
$$\lim a_n = \lim a_n(a_n^2 - 3a_n + 3)$$

$$a_n \rightarrow 1$$

$$a_n \rightarrow 2$$

$$x = 1, \lim(a_n^2 - 3a_n + 3)$$

$$\lim(a_n^2 - 3a_n + 3) = 1$$



$$2a-3$$

$$a = \frac{3}{2}$$

$$\lim a_n = \lim(a_n^2 - 3a_n + 3)$$

$$3a^2 - 6a + 3$$

$$3(a^2 - 2a + 1)$$

$$(a_n^2 - 3a_n + 3) \rightarrow 1$$

$$a_n^2 - 3a_n + 3 = 0$$

$$(a-1)(a-1) = 0$$

$$a_n^2 - 3a_n + 3 = 1$$

$$a_n^2 - 3a_n + 2 = 0$$

$$(a-2)(a-1) = 0$$

$$3(a-1)^2$$

$$3(a-1)^2$$

$$\frac{a^3 - 3a^2 + 3a - 1}{(a-1)^3}$$

$$\lim(a^3 - 3a^2 + 3a - 1)$$

$$a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = 0$$

$$a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = 0$$

$$x = (x^2 - 3x + 3)x$$

$$x^2 - 3x + 3 = 1$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-2)(x-1) = 0$$

$$\lim(a^3 - 3a^2 + 3a + 1)$$

$$\lim a_n =$$

u ∈ MURUK.

$$(x^3 + 2x^2 + 2x + 1) + (x^3 - 2x^2 + 2x - 1) < 4x^2 + 8x$$

$$2x^3 + 4x < 4x^2 + 8x$$

~~2x^3 + 4x < 4x^2 + 8x~~

~~(2x^3 + 4x - 4x^2 - 8x) < 0~~

~~2x^3 + 4x - 4x^2 - 8x < 0~~

~~2x^3 - 4x^2 - 4x < 0~~

~~2x^3 - 4x^2 - 4x < 0~~

~~2x^3 - 4x^2 - 4x < 0~~

~~2x^3 - 4x^2 - 4x < 0~~

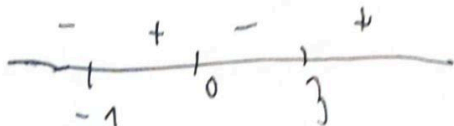
$$2x^3 + 2x < 4x^2 + 8x$$

$$x^3 + x < 2x^2 + 4x$$

$$x^3 - 2x^2 - 3x < 0$$

$$x(x - 2x - 3) < 0$$

$$x(x - 3)(x + 1) < 0$$



$$-2x^3 - 2x < 4x^2 + 8x$$

$$2x^3 + 4x^2 + 10x > 0$$

$$2x^3 + 2x^2 + 5x > 0$$

$$2x^2(x + 1 + 2.5) > 0$$

at 0

$$4x^2 + 2x < 4x^2 + 8x$$

$$-4x^2 - 2x < 4x^2 + 8x$$

$$8x^2 + 6x > -2x$$

$$4(x^2 + x) > -x$$

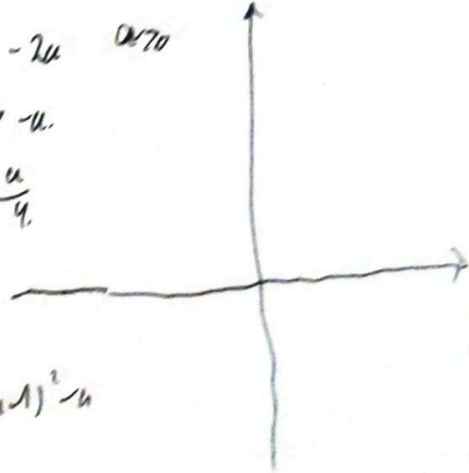
$$x^2 + x > -\frac{x}{4}$$

$$2(x^2 + (x+1)^2) > 0$$

$$2(2+1)^2 > 0$$

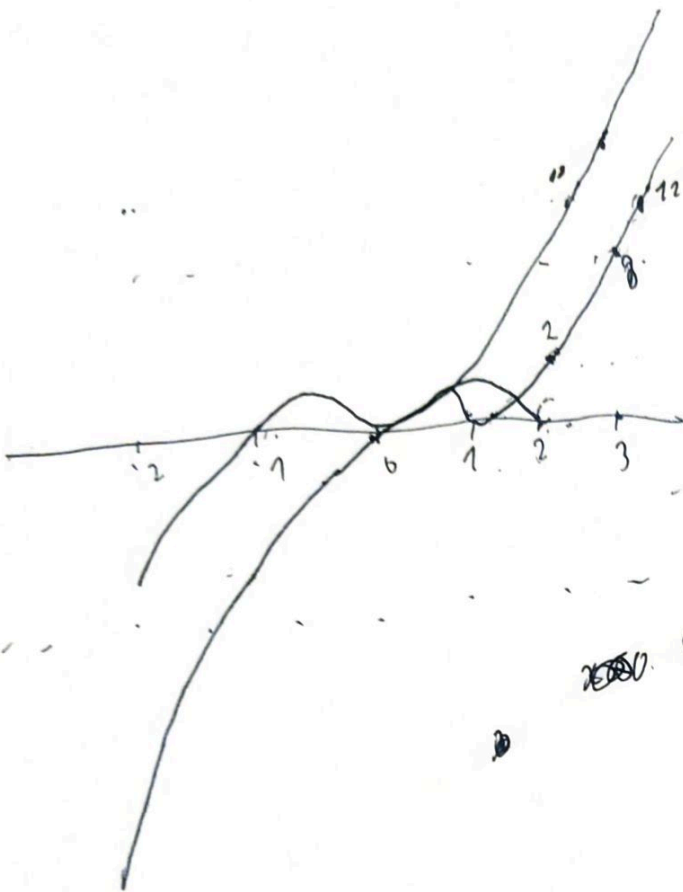
$$2x < 8x$$

$$x > \frac{a}{4}$$



УФРНОБНК.

$$a = 10.$$



WLO.

$$2^2 + 12 = -6.$$

$$-29.$$

$$2^2$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ 163 \\ \times 13 \\ \hline 507 \\ 169 \\ \hline 2197 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 66 \\ 96 \\ \hline 276 \\ 184 \\ \hline 2116 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ \times 12 \\ \hline 288 \\ 144 \\ \hline 1728 \end{array}$$