



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: «Покори Воробьевы Горы!»

Профиль олимпиады: **ФИЗИКА**

ФИО участника олимпиады: **Герасимов Илья Александрович**

Класс: 11

Технический балл: **81**

1	2	3	4	Σ	итог
5	5	5	4	19	81
16	20	8	18	62	

Дата проведения: **26 марта 2021 года**

Условие 1.

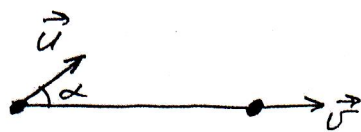
N1

Вопрос:

$$V = 0,5 \frac{m}{c}$$

$$U = 1 \frac{m}{c}$$

$\angle = ?$



равны $\Rightarrow V = U \cos \alpha$.

Т.к. стержень не растяжим и не сжимаем, т.е. он жесткий $\Rightarrow$ Проекция U -той на ось стержня

$$\text{Т.е. } \cos \alpha = \frac{V}{U} = \frac{0,5}{1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Т.е. } \alpha = 60^\circ$$

Ответ! $\alpha = 60^\circ$

3: Дано:

$$L = 0,8 \text{ м.}$$

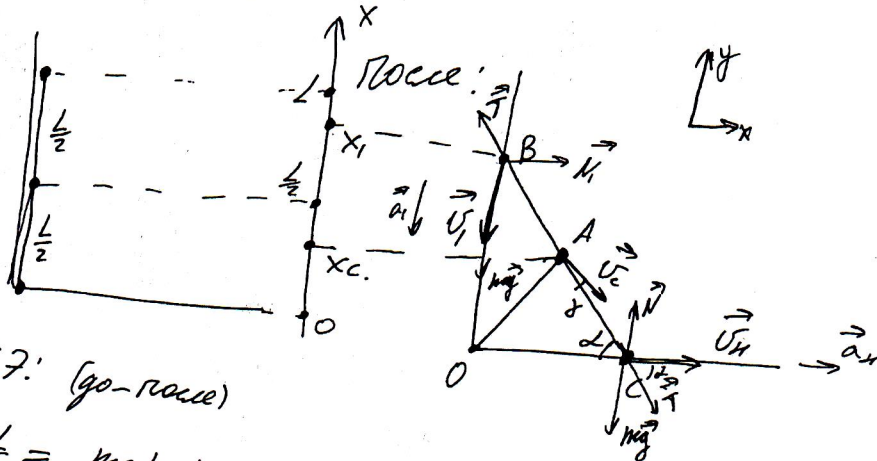
$$\alpha = 60^\circ$$

$$V_H = ?$$

$$\alpha_H = ?$$

Решение:

го:



Зап-м ЗСГ: (го-россе)

$$mgL + mg \frac{L}{2} = mgL \cdot \sin \alpha + mg \frac{L}{2} \sin \alpha + \frac{mV_1^2}{2} + \frac{mV_H^2}{2} + \frac{mV_C^2}{2}$$

$$\text{Т.е. } \frac{3}{2}gL(1 - \sin \alpha) = \frac{1}{2}(V_1^2 + V_H^2 + V_C^2) \quad (1)$$

$$\text{где } x_1 = L \sin \alpha$$

$$x_c = \frac{L}{2} \sin \alpha$$

Т.к. стержень жесткий, то проекции скоростей на эту ось = 0.

$$\Rightarrow V_1 \sin \alpha = V_H \cos \alpha = V_C \cdot \cos \gamma = V_C \cdot \cos \frac{\pi}{2}$$

Т.к. центральный груз соединен жестко с стержнем $\frac{L}{2}$, и т.к. стержень с др. стороны жестко закреплен $\Rightarrow V_C \perp OA$.

и $\Rightarrow$ из геометрии $\gamma = 90 - \alpha = 30^\circ$

Подставим все в ур-е (1):

$$\frac{3}{2}gL(1 - \sin \alpha) = \frac{1}{2}(V_H^2 + V_H^2 \cdot \cos^2 \alpha + V_H^2 \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \frac{\pi}{2}}\right)^2)$$

Условие 2.

№1 продолжение

$$\frac{3}{2} gL(1 - \sin \alpha) = \frac{1}{2} v_H^2 \left(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha + \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \frac{\pi}{2}} \right)^2 \right)$$

Тогда $3 \cdot 10 \cdot 0,8 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = v_H^2 \left(1 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \right)$

$$24 \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2} \right) = v_H^2 \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \right)$$

$$v_H^2 = 12 \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2} \right) \cdot \frac{3}{5}$$

$$v_H = 6 \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{5}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Т.к. верхний и нижний шарик всегда касаются на направляющих $\Rightarrow$ и ось-2 также направлена вдоль направляющих

Также т.к. стержень жесткий, то и проекции a_H и a_1 стержня $\Rightarrow a_1 \sin \alpha = a_H \cos \alpha$ (2)

Затем 23 Н для верхнего шара:

(Oy): $ma_1 = mg - T_1 \sin \alpha$ (3)

для нижнего:

(Ox): $ma_H = T_2 \cos \alpha$ (4)

$T_1 = T_2 = T$ т.к. стержень жесткий

Из ур-н (2); (3); (4); (5) $\Rightarrow m a_H \operatorname{ctg} \alpha = mg - T \sin \alpha$

$$T = \frac{ma_H}{\cos \alpha}$$

$$\Rightarrow m a_H \operatorname{ctg} \alpha = mg - m a_H \operatorname{ctg} \alpha$$

$$a_H (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha) = g$$

$$a_H = g \cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

$$a_H = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = 2,5 \sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Ответ: $a_H = 2,5 \sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $v_H = 6 \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{5}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

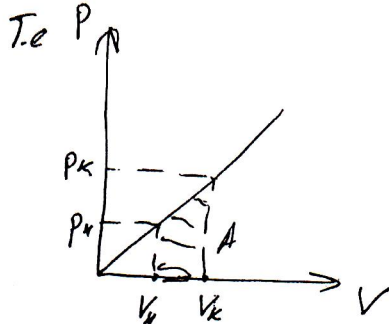
Условие 3

Вопрос. №2

$$p = \alpha V$$

$$A = 10^3 \text{ Дж}$$

$p = \alpha V$ — это прямая на графике $p(V)$ выходящая из начала координат $\Rightarrow A$ — это трапеция



$$A = \frac{p_K + p_H}{2} (V_K - V_H) = \frac{p_K V_K + p_H V_K + p_K V_H - p_H V_H}{2}$$

из упр-я прямой

$$\frac{p_H}{V_H} = \frac{p_K}{V_K} = \alpha$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2} (p_K V_K - p_H V_H)$$

$$A \Delta U = \frac{3}{2} \gamma R (T_K - T_H) = \frac{3}{2} (p_K V_K - p_H V_H) \Rightarrow \Delta U = 3A$$

Ответ: $\Delta U = 3 \cdot 10^3 \text{ Дж}$

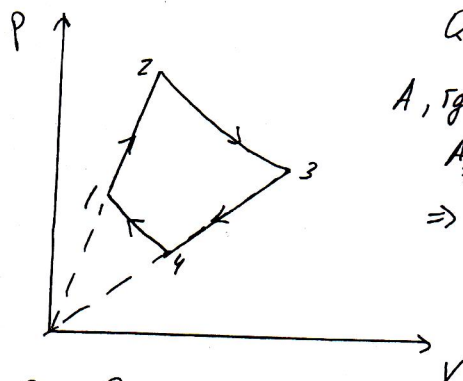
31 Дано:

$$T_H = 2 T_{мин}$$

$$A_{23} = 2 |A_{34}|$$

$\eta = ?$

Решение:



$$Q_{12} = \frac{3}{2} \gamma R \Delta T + A$$

A, где $p = \alpha V$ из вопроса

$$A = \frac{1}{2} (p_K V_K - p_H V_H) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_{12} = 2 (p_K V_K - p_H V_H)$$

$$Q_{23} = A_{23}, \text{ т.к. } \Delta U_{23} = 0$$

$T_{23} = \text{const.}$

$$Q_{34} = \Delta U_{34} + A_{34} = 2 (p_H V_H - p_K V_K)$$

$$Q_{41} = A_{41}, \text{ т.к. } \Delta U_{41} = 0$$

$T_{41} = \text{const.}$

$$\Rightarrow \eta = \frac{Q_{12} + Q_{23} - Q_{34} - Q_{41}}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{2(p_K V_K - p_H V_H) + A_{23} - 2(p_H V_H - p_K V_K) - A_{41}}{2(p_K V_K - p_H V_H) + A_{23}} \quad (1)$$

$$dA = p dV$$

для изотермического процесса: $A = \gamma R T \ln \frac{V_K}{V_H}$

$$\frac{p_H}{V_H} = \frac{p_K}{V_K}$$

прямая

$$p_H V_H = \gamma R T_H$$

$$p_K V_K = \gamma R T_K$$

$$\Rightarrow 2 p_H V_H = p_K V_K \text{ т.к. } T_H = T_{23}, \text{ а } T_{мин} = T_{14}$$

$$\text{где } A_{14} = -\gamma R T_{14} \ln \frac{V_H}{V_K} \quad (2)$$

$$\text{где } A_{23} = \gamma R T_{23} \ln \frac{V_K}{V_H} \quad (3)$$

$$\Rightarrow 2 p_K \frac{V_H}{V_K} V_H = p_K V_K \quad 2 V_H^2 = V_K^2 \quad (4)$$

Условие 4

№ продолжения

Аналогично:

$$\frac{p_{K4}}{V_{K4}} = \frac{p_{H3}}{V_{H3}} \quad \left| \begin{array}{l} p_{K4} V_{K4} = \nu R T_{24} \\ p_{H3} V_{H3} = \nu R T_{23} \end{array} \right. \Rightarrow p_{H3} V_{H3} = 2 p_{K4} V_{K4} \Rightarrow V_{H3}^2 = 2 V_{K4}^2 \quad (5)$$

Тогда из ур-н (2) и (3):

$$\frac{A_{14}}{A_{23}} = \frac{T_{14}}{T_{23}} \cdot \frac{\ln \frac{V_{K4}}{V_{H1}}}{\ln \frac{V_{H3}}{V_{K2}}} \Rightarrow \text{из ур-н (5) и (4)} \Rightarrow \frac{A_{14}}{A_{23}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ln \frac{V_{H3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{V_{H1}}}{\ln \frac{V_{H3}}{V_{H1} \sqrt{2}}} = \frac{1}{2}$$

Подставим все в ур-е (1):

$$\eta = \frac{4A_{12} + A_{23} - 4|A_{34}| - \frac{A_{23}}{2}}{4A_{12} + A_{23}} = \frac{4A_{12} + A_{23} - \frac{A_{23}}{2} \cdot 4 - \frac{A_{23}}{2}}{4A_{12} + A_{23}} = \frac{4A_{12} - \frac{3}{2}A_{23}}{4A_{12} + A_{23}}$$

$$\left. \begin{array}{l} p_{K2} V_{K2} = \nu R T_{23} \\ p_{H3} V_{H3} = \nu R T_{23} \end{array} \right\} \Rightarrow p_{K2} V_{K2} = p_{H3} V_{H3} \quad A_{12} = \frac{1}{2} (p_{K2} V_{K2} - p_{H1} V_{H1})$$

$$\left. \begin{array}{l} p_{H1} V_{H1} = \nu R T_{14} \\ p_{K4} V_{K4} = \nu R T_{14} \end{array} \right\} \Rightarrow p_{H1} V_{H1} = p_{K4} V_{K4} \quad A_{34} = \frac{1}{2} (p_{K4} V_{K4} - p_{H3} V_{H3}) \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow A_{12} = -A_{34} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow A_{23} = 2 A_{12}$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{2A_{23} - \frac{3}{2}A_{23}}{2A_{23} + A_{23}} = \frac{1}{6}$$

Ответ: $\eta = \frac{1}{6}$.

Условие 5.

N/4

Вопрос: Толщина линзы. Эта линза в которой толщина много меньше радиуса кривизны линзы и в которой рассматриваются только параллельные лучи. Изменением лучей в самой линзе пренебрегают.

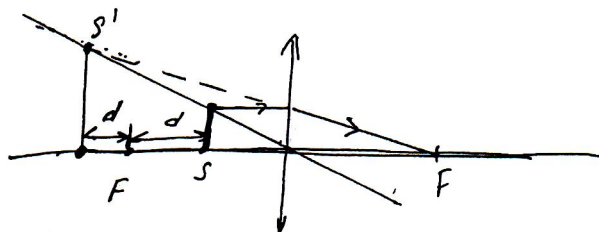
$$D = \frac{1}{F}, \text{ т.к. } F \in (-\infty; +\infty) \Rightarrow \text{и } D \in (-\infty; +\infty) \text{ при } F=0 \text{ Делится на ноль}$$

З: Дано:
 $d = 15 \text{ см}$
 $D = ?$

Решение:

Т.к. изображение прямое, то изображение мнимое $\Rightarrow$ либо линза рассеивающая, либо это собирающая линза у которой $d < F$.

[Собирающая]



$$\text{Тогда } \frac{1}{F} = \frac{1}{k} + \frac{1}{f}$$

$$\text{где } k = F - d, \text{ а } f = F + d.$$

$$\text{Т.е. } \frac{1}{F} = \frac{1}{F-d} - \frac{1}{F+d} \Rightarrow F = \frac{(F-d)(F+d)}{2d} \quad 2Fd = F^2 - d^2$$

$$F^2 - 2 \cdot 15F - 225 = 0$$

$$F_{1,2} = 15 \pm \sqrt{225 + 225}$$

$$\begin{cases} 15 + 10\sqrt{2} \\ 15 - 10\sqrt{2} \end{cases}$$

$$F^2 - 30F - 225 = 0$$

$$F_{1,2} = 15 \pm \sqrt{450}$$

$$\begin{cases} 15 + 15\sqrt{2} \\ 15 - 15\sqrt{2} \end{cases}$$

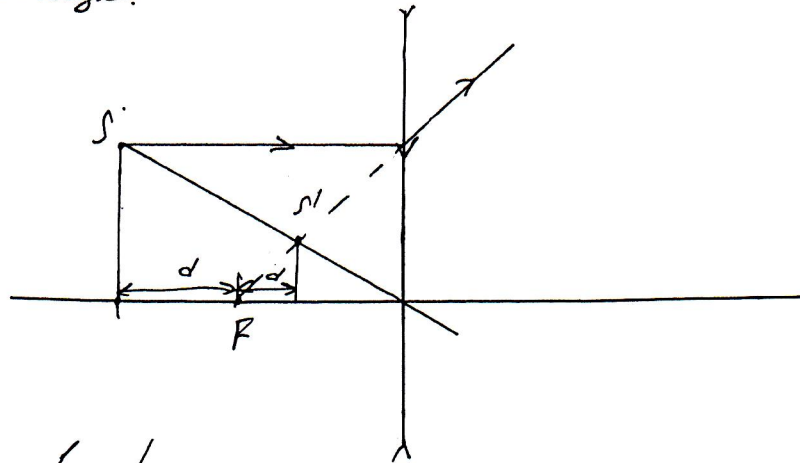
$$F > 0, \text{ т.к. линза собирающая } \Rightarrow F = (15 + 15\sqrt{2}) \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

$$\text{и } D = \frac{10^2}{15(1+\sqrt{2})} \text{ гнтр} = \frac{20}{3(1+\sqrt{2})} = \frac{20(\sqrt{2}-1)}{3(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{20(\sqrt{2}-1)}{3} \text{ гнтр.}$$

Условие 6.

№4 продолжение:

] линза рассеивающая.



Тогда $-\frac{1}{F} = \frac{1}{k_1} - \frac{1}{f_1}$

$$k_1 = F + d$$

$$f_1 = F - d$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{F} = \frac{1}{F+d} - \frac{1}{F-d} \quad +F = \frac{(F+d)(F-d)}{+2d}$$

Получаем ту же систему уравнений с теми же корнями

Только теперь нам понадобится корень $F_2 = 15 - 15\sqrt{2}$, так как линза рассеивающая $\Rightarrow D_2 = \frac{10^2}{15(1-\sqrt{2})} = \frac{20 \cdot (1+\sqrt{2})}{3(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = \frac{20(1+\sqrt{2})}{-3}$

Ответ: $D = \frac{20}{3}(\sqrt{2}-1) \text{ гнр}$; $D_2 = -\frac{20}{3}(\sqrt{2}+1) \text{ гнпр}$.

Чистовик 7.

№3.

Вопрос:

$$R = 0,2 \text{ м}$$

$$H = 0,4 \text{ м.}$$

$$E = 60 \frac{\text{В}}{\text{м.}}$$

Она равна 0, т.к. это металлический цилиндр, т.е. проводник внутри которого поле = 0.
 $\Rightarrow$ и разность потенциалов м/у любыми двумя точками проводника $= 0$

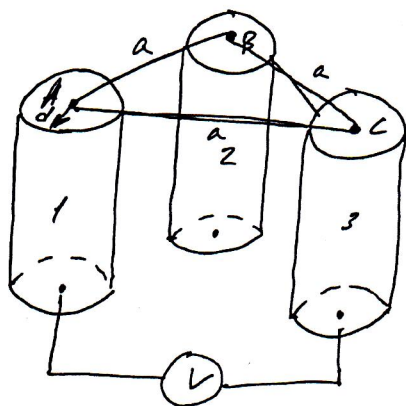
3: Дано:

$$U_{13} = 40 \text{ В}$$

$$U'_{13} = 60 \text{ В}$$

$$U_k = ?$$

Решение:



Т.к. система симметрична относительно ~~ц~~ ~~и~~ т. А медиан $\triangle ABC$, то вклад потенциал цилиндра в др. цилиндры =

$$\Rightarrow \text{можно сказать, что } U_{13} = \varphi_1 - \varphi_3 = k \frac{q}{d} + k \frac{q}{r} - 2k \frac{q}{r} = k \frac{q}{d} - k \frac{q}{r}$$

Когда 3 заземлим $U' = k \frac{q}{d} + k \frac{q}{r} - 0$

Т.е. $U' - U_{13} = 2k \frac{q}{r}$

$$U' + U_{13} = 2k \frac{q}{d}$$

$$U_3 = 0, \text{ т.е. } 2k \frac{q}{r} = -k \frac{q'}{d} \quad -q' = 2qd$$

$$q' = -2qd$$

Когда заземлим цилиндр 2

$$k \frac{q}{r} + k \frac{q'}{r} + k \frac{q_2'}{d} = 0 \quad q_2' = (q' - q)d \quad q_2' = \frac{d}{r} (2qd - q) =$$

$$= 2qd \frac{d}{r^2} - q \frac{d}{r} =$$

$$= \frac{q}{r} (2 \frac{d}{r} - 1)$$

Когда заземлим цилиндр 1:

$$U_x = 0 - (k \frac{q'}{d} + k \frac{q_2'}{r}) = \frac{k}{d} \cdot 2qd - \frac{k}{r} \cdot \frac{q}{r} (2 \frac{d}{r} - 1)$$

$$U_x = \frac{kqd}{r} \left(\frac{2}{d} - \frac{1}{r} (2 \frac{d}{r} - 1) \right) = \frac{kq}{r} \left(2 - \frac{d}{r} (2 \frac{d}{r} - 1) \right) = \frac{kq}{r} \left(3 - 2 \frac{d^2}{r^2} \right)$$

$$U_x = \frac{U' - U_{13}}{2} \left(3 - 2 \left(\frac{U' - U_{13}}{U' + U_{13}} \right)^2 \right) = \frac{20}{2} \left(3 - 2 \left(\frac{20}{100} \right)^2 \right) = 10 \left(3 - \frac{2 \cdot 4}{25} \right) = \frac{73 \cdot 2}{5} = 29,2 \text{ В}$$

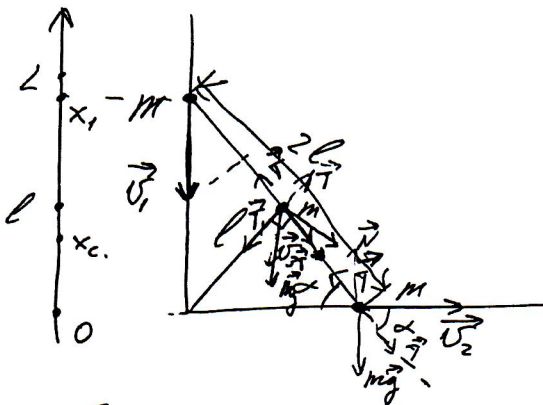
N1

$$L = 0,8 \text{ м}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$l = \frac{L}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$



$$3\text{Ц: } mgL + mgl = mgx_1 + mgx_2 + \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2}$$

$$gL + g\frac{L}{2} = gL \sin \alpha + g\frac{L}{2} \sin \alpha + \frac{v_1^2}{2} + \frac{v_2^2}{2} + \frac{v_3^2}{2}$$

$$v_1 \cdot \sin \alpha = v_2 \cos \alpha = v_3 \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$450 = 9 \cdot \frac{L}{2}$$

$$N2. 450 = 9 \cdot 50$$

$$450 = 2 \cdot 9 \cdot 25$$

$$\beta = 30^\circ$$

$$\frac{3}{2}gL - \frac{3}{2}gL \sin \alpha = \frac{1}{2} \left(v_H^2 \cdot \cot^2 \alpha + v_H^2 + v_H^2 \cos^2 \alpha \right)$$

$$\frac{3}{2}gL(1 - \sin \alpha) = \frac{1}{2} v_H^2 \left(\cot^2 \alpha + 1 + \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \frac{\alpha}{2}} \right)^2 \right)$$

$$mgL + mg\frac{L}{2} = mgL \sin \beta + mg\frac{L}{2} \sin \beta + \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2}$$

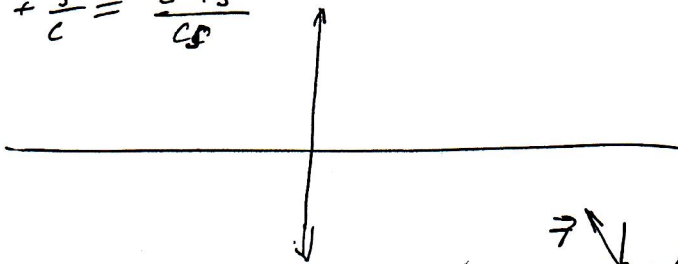
$$\frac{3}{2}gL(1 - \sin \beta) = \frac{1}{2} \left(v_H^2 + v_H^2 + v_H^2 \cot^2 \beta \right)$$

$$\frac{3}{2}gL \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = v_H^2 \left(\frac{1}{2} + 1 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 \cdot \frac{4}{3} \right) = \frac{3}{2}gL \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2} \right) = v_H^2 \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{3} \right) = v_H^2 \left(\frac{5}{3} \right)$$

N3.

N4.

$$\frac{c}{s} + \frac{s}{c} = \frac{c^2 + s^2}{cs}$$



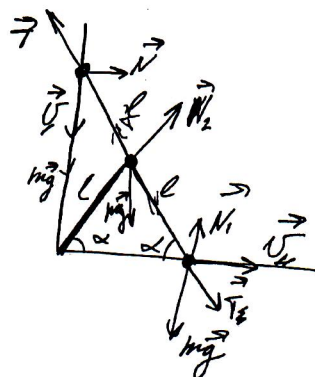
$$v_c = v_H \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = v_H \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{3}{2}gL \left(1 - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} v_H^2 \left(2 + 3 \right)$$

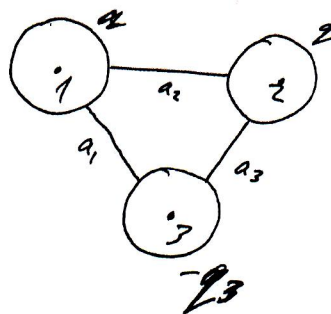
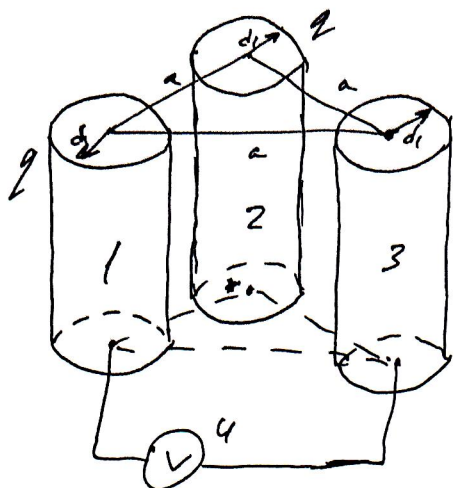
N2.

Кинетическая энергия

$$\eta =$$

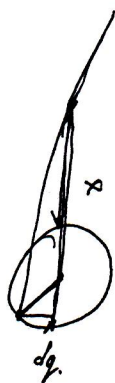
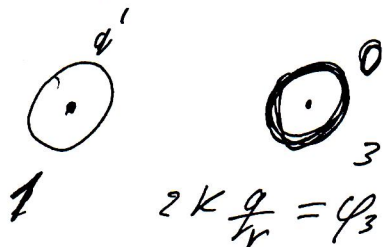


Упражнение 2.



$$\varphi_1 = k \frac{q}{r}$$

$$\varphi_3 = 2k \frac{q}{a_3}$$



$$d\varphi_x = k \frac{dq}{x+r}$$

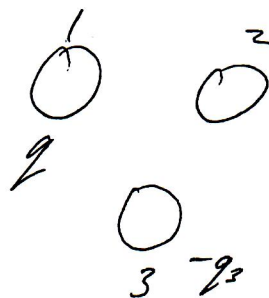
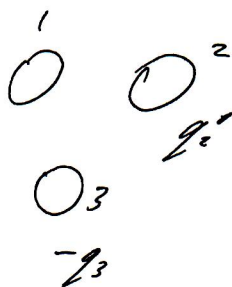
$$U' = \varphi_1 - 0 = \varphi_1$$

$$\varphi_1 = \varphi_1 + \varphi_2$$

$$U' = \varphi_1' - \varphi_3'$$

$$\varphi_1' = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3$$

$$U' = \varphi_1 - \varphi_3 =$$



$$\varphi_1 - \varphi_3' + \varphi_2 = 0.$$



$$U = k \frac{q}{d} + k \frac{q}{r} - 2k \frac{q}{r} = k \frac{q}{d} - k \frac{q}{r}$$

$$U' = k \frac{q}{d} + \frac{kq}{r}$$

~~U~~

$$\frac{U - U_{13}}{U + U_0} = \frac{d}{r}$$

$$\sqrt{(x+r+r\cos\alpha)^2 + (r\sin\alpha)^2}$$

$$\frac{x \cdot \frac{1}{46}}{29^2}$$