



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: «Покори Воробьевы Горы!»

Профиль олимпиады: **ФИЗИКА**

ФИО участника олимпиады: **Бускина Анжелика Витальевна**

Класс: 11

Технический балл: **99**

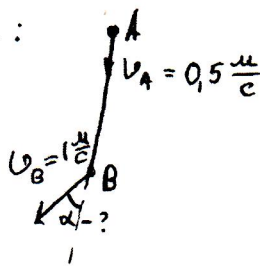
1	2	3	4	Σ	итог
5	5	5	4	19	99
20	20	20	20	80	

Дата проведения: **26 марта 2021 года**

УЧСТОВИК

Задача 1.

Вопрос:



П.к. стержень - твердое тело, расстояние между двумя любыми точками должно быть одинаково постоянно при любом движении (по определению). Именно поэтому проекции скорости точек на любую, их соединяющую, должны быть одинаковы в любой момент ($\Delta x_1 = \Delta x_2$, $v_{1p} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t} = v_{2p}$). Это неверно для перпендикулярных составляющих, т.к. стержень может вращаться.

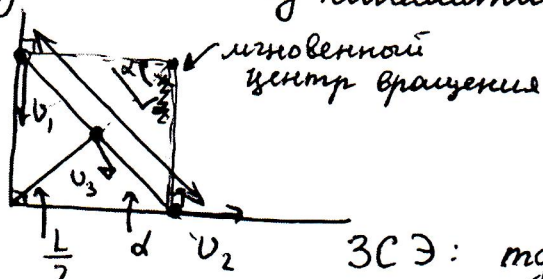
Ответ: 60°

Тогда

$$v_A \cdot \cos 90^\circ = v_A = v_B \cos \alpha \Rightarrow \alpha = \arccos \left(\frac{v_A}{v_B} \right) = \arccos \left(\frac{1}{2} \right) = 60^\circ$$

Задача:

У кинематической связи $v_2 \cos \alpha = v_1 \sin \alpha$



$$v_2 = v_1 \tan \alpha$$

$$\omega = \frac{v_2}{L \sin \alpha} = \frac{2v_3}{L} \Rightarrow v_3 = \frac{v_2}{2 \sin \alpha}$$

$$v_3 = \frac{v_1}{2 \cos \alpha}$$

$$3CЭ: mgl + \frac{mgl}{2} = mgl \sin \alpha + \frac{mgl \sin \alpha}{2} + \frac{m}{2}(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2)$$

$$\frac{3}{2} mgl = \frac{3}{2} mgl \sin \alpha + \frac{m}{2} (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2)$$

$$3gL(1 - \sin \alpha) = v_1^2 + v_1^2 \tan^2 \alpha + \frac{v_1^2}{4 \cos^2 \alpha} = v_1^2 \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{4 \cos^2 \alpha} \right)$$

$$3gL(1 - \sin \alpha) = v_1^2 \frac{5}{4 \cos^2 \alpha}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{12gL \cos^2 \alpha (1 - \sin \alpha)}{5}} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{12gL \sin^2 \alpha (1 - \sin \alpha)}{5}}$$

$$a_2 = \frac{dv_2}{dt} = \sqrt{\frac{12gL}{5}} \cdot \frac{d(\sin \alpha \sqrt{1 - \sin \alpha})}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{12 \cdot 10 \cdot 0.8 \cdot \frac{3}{4} \cdot (1 - \frac{\sqrt{3}}{2})}{5}} = 3 \sqrt{\frac{8}{5} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \right)^2} = 3 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \right) \sqrt{\frac{8}{5}}$$

$$v_2 \approx 1.4 \frac{m}{c}$$

$$\frac{d(\sin \alpha \sqrt{1 - \sin \alpha})}{d\alpha} = \cos \alpha \cdot \sqrt{1 - \sin \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{d\alpha} + \sin \alpha \cdot \frac{-\cos \alpha}{2\sqrt{1 - \sin \alpha}} \cdot \frac{d\alpha}{d\alpha} =$$

$$= \frac{d\alpha}{d\alpha} \cdot \left(\frac{2 \cos \alpha (1 - \sin \alpha) - \sin \alpha \cos \alpha}{2 \sqrt{1 - \sin \alpha}} \right) = \frac{d\alpha}{d\alpha} \cdot \left(\frac{2 \cos \alpha - 3 \sin \alpha \cos \alpha}{2 \sqrt{1 - \sin \alpha}} \right)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}{L} = -\frac{v_2 \sqrt{1 + \frac{v_1^2}{v_2^2}}}{L} = -\frac{v_2}{L \cos \alpha}$$

$$a_2 = -\left(\sqrt{\frac{12gL}{5}} \right) \cdot \sqrt{\frac{12gL \sin^2 \alpha (1 - \sin \alpha)}{5}} \cdot \frac{1}{L \cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha (2 - 3 \sin \alpha)}{2 \sqrt{1 - \sin \alpha}}$$

①

$$a_2 = -\frac{12g}{5} \cdot \frac{\sin \alpha (2 - 3 \sin \alpha)}{2} = \boxed{\frac{6}{5} g \sin \alpha |2 - 3 \sin \alpha|}$$

$$a_2 = \frac{6}{5} \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \left| 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2} \right| = 6 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \left(4 - 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \left| 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2} \right| \right) =$$

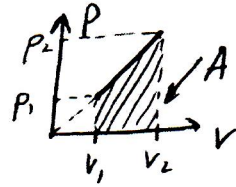
$$= 6 \left(2\sqrt{3} - \frac{9}{2} \right) = \boxed{6^2 \frac{m}{c^2}}$$

Задача 2

Вопрос: Построим график в коорд. pV :

$$A = \frac{p_1 + p_2}{2} \cdot (V_2 - V_1) = \frac{\alpha (V_1 + V_2)(V_2 - V_1)}{2} =$$

$$= \frac{\alpha (V_2^2 - V_1^2)}{2}$$



Сравнение показателей: $pV^n = \text{const}$, где $n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$

в нашем случае $n = -1$

$$C_v - C = C - C_p \Rightarrow C = \frac{C_v + C_p}{2}$$

Но $C_p = C_v + R$ — где означают
нога газа $C_v = \frac{3}{2}R$; $C_p = \frac{5}{2}R \Rightarrow$

$$C = 2R$$

Многа $Q = C \Delta T$; $p_1 V_1 = \nu R T_1$; $p_2 V_2 = \nu R T_2$

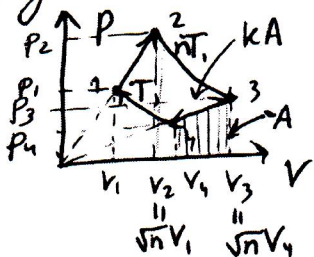
$$Q = C \left(\frac{p_2 V_2}{R} - \frac{p_1 V_1}{R} \right) = 2(\alpha V_2^2 - \alpha V_1^2) = 2\alpha (V_2^2 - V_1^2) = 4A$$

И нар. термодинамика: $Q = A + \Delta U \Rightarrow \Delta U = Q - A = 3A$

Означает $\Delta U = 3 \text{ кДж}$

Ответ: 3 кДж

Задача:



Пусть газ 1-2

$$p = \alpha V$$

3-4

$$p = \beta V$$

$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$p_2 V_2 = \nu R \cdot n T_1$$

$$\alpha V_1^2 = \nu R T_1$$

$$\alpha V_2^2 = \nu R \cdot n T_1$$

$$\frac{V_1^2}{V_2^2} = \frac{1}{n}$$

$$V_1 = V_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}$$

аналогично, $V_3 = \sqrt{n} V_4$

$$kA = \nu R \cdot n T_1 \cdot \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right) = n \nu R T_1 \cdot \ln \left(\frac{V_4}{V_1} \right) \Rightarrow \text{на прямой изотермическая работа} = \frac{kA}{n}$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R T_1 (n-1) = 3A_{12}$$

$$A_{12} = \frac{\nu R T_1}{2} (n-1);$$

$$A_{12} = A$$

$$A_{34} = \frac{1}{3} \Delta U_{34}, \text{ но}$$

$$\Delta U_{34} = -\Delta U_{12} \Rightarrow A_{12} = -A_{34}$$

$$Q_{12} = 4A; Q_{23} = kA; Q^+ = Q_{12} + Q_{23}$$

$$\eta = \frac{A_{12}}{Q^+} = \frac{A + kA - A - \frac{kA}{n}}{4A + kA} = \boxed{\frac{k(1 - \frac{1}{n})}{k+4}} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2}}{2+4} \approx \frac{1}{6} \approx \boxed{16.7\%}$$

(2)

ЧИСТОВИК

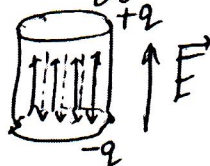
Задача 3

Вопрос: т.к. цилиндр проводящий, то заряды в нем будут перераспределены так, чтобы внутри проводника напряженность электрического поля равнялась нулю (свойство проводников). $\Delta\varphi = -\int \vec{E} d\vec{r}$ по определению, а т.к. E всюду внутри 0, то и $\Delta\varphi$ между двумя точками в объеме цилиндра равно 0. Такое распределение зарядов будет аналогично такому в плоском конденсаторе (обкладками выступают основание цилиндра), но из-за невыполнения условия $\sqrt{S} \ll d$ ($S = \pi r^2$, $d = 2r$) краевыми эффектами пренебречь будет нельзя, и распределение заряда будет сложнее. По т. Гаусса $E_{внеш} \cdot \pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$

$$\Rightarrow q = E_{внеш} \cdot \pi r^2 \cdot \epsilon_0 = \frac{E_{внеш} r^2}{4k} \approx 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Кл} - \text{индуцируется на каждой основанной так:}$$

Во внешнем поле разность потенциалов между основаниями

$$\text{была бы } E \cdot h = 60 \cdot 0,4 = 24 \text{ В}$$



Ответ: 0 В

Задача: Как уже было показано, объем цилиндра эквипотенциален, то есть все равно имеет смысл считать разность потенциалов осей. Если все заряды на поверхности, что верно для такой ситуации, т.к. это проводники, $\varphi = \varphi_{внеш} + \frac{\alpha q}{R}$, где q - заряд, а R - радиус цилиндра

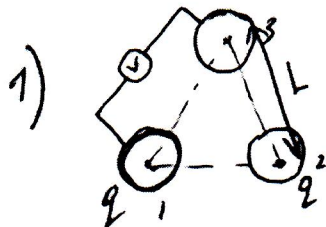
Пусть $\varphi_{соед} = \alpha \varphi_{соед}$
 $\varphi_{внеш} = \beta \varphi_{внеш}$

$$\varphi = \varphi_{внеш} + \frac{\alpha q}{R}$$

где q - заряд, а R - радиус цилиндра

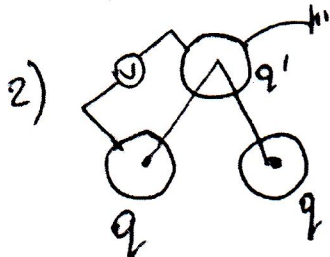
$$\varphi_1 = \alpha q + \beta q$$

$$\varphi_3 = 2\beta q \Rightarrow u = (\alpha - \beta)q$$



$$\varphi_3 = \varphi_1 = \frac{\alpha q}{R} + \frac{\beta q}{L}$$

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{\alpha q}{R} + \frac{\beta q}{L} \\ \varphi_3 &= \frac{2\beta q}{L} \Rightarrow \Delta\varphi = u = q' \left(\frac{\alpha}{R} - \frac{\beta}{L} \right) \\ \varphi_3 &= \frac{2\beta q}{L} + \frac{\alpha q'}{R} = 0 \Rightarrow q' = - \frac{2\beta q}{L} \cdot \frac{R}{\alpha} \\ \varphi_1 &= \frac{\alpha q}{R} + \frac{\beta (q + q')}{L} = \frac{\alpha q}{R} + \frac{\beta}{L} \left(q - \frac{2\beta R}{\alpha} q \right) \end{aligned}$$



$$\varphi_3 = \alpha q' + 2\beta q = 0 \Rightarrow q' = - \frac{2\beta q}{\alpha} = - \frac{q}{2}$$

$$\varphi_1 = \alpha q + \beta (q + q') = \alpha q + \beta q \left(1 - \frac{2\beta}{\alpha} \right) = q \left(\alpha + \beta - \frac{2\beta^2}{\alpha} \right) \quad (3)$$

ЧИСТОВИК

$$u' = q(\alpha + \beta - \frac{2\beta^2}{\alpha})$$

$$u = q(\alpha - \beta)$$

3)

$$\bigcirc q'_3$$

$$\alpha q'' + \beta(q + q') = 0$$

$$1 \bigcirc q$$

$$2 \bigcirc q''$$

$$q'' = -\frac{\beta}{\alpha}(q - \frac{2\beta}{\alpha}q) = -\frac{\beta}{\alpha}q(1 - \frac{2\beta}{\alpha})$$

$$q'' = -\frac{1}{4} \cdot \frac{q}{2} = -\frac{q}{8}$$

4)

$$\bigcirc q'_3$$

$$\alpha q''' + \beta(q' + q'') = 0$$

$$q''' = -\frac{\beta}{\alpha}(q' + q'') = -\frac{1}{4}(-\frac{q}{2})$$

$$1 \bigcirc q'''$$

$$2 \bigcirc q''$$

$$q''' = -\frac{\beta}{\alpha}(-\frac{\beta}{\alpha}q(1 - \frac{2\beta}{\alpha}) - \frac{2\beta q}{\alpha}) = -\frac{1}{4}(-\frac{q}{2} - \frac{q}{8})$$

$$= (\frac{\beta}{\alpha})^2 q (1 - \frac{2\beta}{\alpha} + 2) = (\frac{\beta}{\alpha})^2 q (3 - \frac{2\beta}{\alpha})$$

$$u_3 = -\varphi_3$$

$$\varphi_3 = \alpha q' + \beta(q''' + q'')$$

$$q''' = -\frac{1}{4}(-\frac{q}{2} - \frac{q}{8}) = -\frac{1}{4}(\frac{q}{2} + \frac{q}{8}) = -\frac{5q}{32}$$

$$\varphi_3 = -2\beta q + \beta q((\frac{\beta}{\alpha})^2(3 - \frac{2\beta}{\alpha}) + \frac{\beta}{\alpha}(1 - \frac{2\beta}{\alpha})) = \frac{1}{4} \frac{5q}{8} = \frac{5}{32}q$$

$$\varphi_3 = q(-2\beta + \beta \cdot \frac{\beta}{\alpha}(\frac{3\beta}{\alpha} - \frac{2\beta^2}{\alpha^2} - 1 + \frac{2\beta}{\alpha}))$$

$$\alpha = \frac{u}{q} + \beta$$

$$\frac{u'}{q} = 1 + \beta - \frac{2\beta^2}{(\frac{u}{q} + \beta)}$$

$$\frac{u'}{q}(\frac{u}{q} + \beta) = \frac{u}{q} + \beta +$$

$$\frac{u'}{u} = \frac{\alpha + \beta - \frac{2\beta^2}{\alpha}}{\alpha - \beta} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$5\beta\alpha - 4\beta^2 = \alpha^2$$

$$\alpha^2 - 5\beta\alpha + 4\beta^2 = 0$$

$$\alpha = \beta \text{ или } \alpha = 4\beta$$

не уг. условие, $\alpha \approx \frac{k}{R}$; $\beta \approx \frac{k}{L} \Rightarrow$ по условию $L > R$
и $\beta < \alpha$

тогда $\varphi_3 = q(\alpha q' + \beta(q''' + q''))$

$$\varphi_3 = -\frac{q\alpha}{2} + \beta(\frac{5}{32}q - \frac{q}{8})$$

$$\varphi_3 = -2q\beta + \frac{\beta}{8}q(\frac{5}{4} - 1) =$$

$$= -2q\beta + \frac{q\beta}{32}$$

(4)

Чистовик

$$\varphi_3 = \varphi_B \left(\frac{1}{32} - 2 \right) = \varphi_B \cdot \frac{-63}{32} = \frac{u}{3} \left(-\frac{63}{32} \right) = -\frac{21u}{32}$$

$$u = 3\varphi_B$$

$$u_3 = \frac{21u}{32} = \frac{21 \cdot 40}{32} = \frac{21 \cdot 5}{4} = \boxed{26,25 \text{ В}}$$

Задача 4.

Вопрос: тонкая линза — участок ~~среды~~ ^{поверхности} оптически однородной среды с некоторым показателем преломления, ограниченный двумя сферическими поверхностями (оптический центр и центр кривизны лежат на одной прямой, оба радиуса не равны бесконечности одновременно), толщиной которой можно пренебречь (оптический путь внутри линзы, как и его отражение, пренебрежимо мало). Оптическая сила находится по формуле $D = \left(\frac{n_L}{n_{\text{ср}}} - 1 \right) \left(\pm \frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \right)$, где:

n_L — показатель преломления линзы

$n_{\text{ср}}$ — показатель преломления внешней среды

R_1, R_2 — радиусы кривизны поверхностей линзы. Знак перед ними

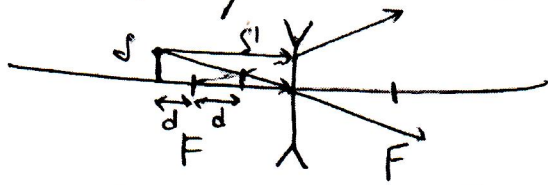
выбирается в зависимости от положения центров кривизны (если по одну сторону от другой поверхности — линза, иначе — менiskus). Из формулы ясно, что оптическая сила может быть положительной или отрицательной.

Другое определение оптической силы — $D = \frac{1}{F}$, F — фокусное расстояние линзы (точка, в которой пересекаются продолжения лучей или сами лучи при падении на линзу параллельного пучка — фокус, расстояние от оптического центра до фокуса — фокусное расстояние).

Формула тонкой линзы: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$ (a, b, F — величины алгебраические, a, b, F по абсолютной величине предмет и изображение соответственно, потому они могут быть отрицательными) верна в любой линзе.

Задача: проанализируем возможные варианты (5)

а) линза рассеивающая:



УСТОЙЧИК

$$\frac{1}{F+d} - \frac{1}{F-d} = -\frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{F+d} + \frac{1}{F} = \frac{1}{F-d}$$

$$F^2 - Fd + F^2 - d^2 = F^2 + dF$$

$$F^2 - d^2 = 2dF$$

$$F^2 - 2dF - d^2 = 0$$

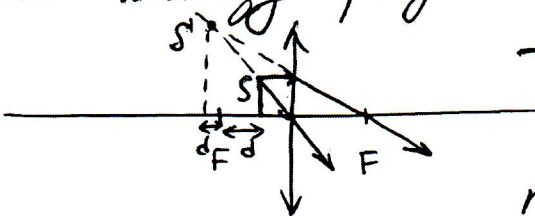
$$D = d(4+4) = 8d^2$$

$$F_1 = \frac{2d + 2\sqrt{2}d}{2} = (1+\sqrt{2})d$$

$$F_2 = (1-\sqrt{2})d < 0 - \text{но знак уже учтен в формуле} \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$F_1 = (1+\sqrt{2})d \Rightarrow D_1 = \boxed{-\frac{1}{(1+\sqrt{2})d}} = -\frac{1}{2,41 \cdot 0,15} \approx \boxed{-2,8 \text{ ДПТР}}$$

б) линза собирающая: эта линза дает прямое изображение только в одном случае: предмет находится между фокусом и линзой

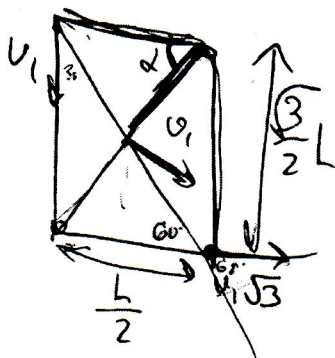


$$-\frac{1}{F+d} + \frac{1}{F-d} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{F-d} = \frac{1}{F} + \frac{1}{F+d}$$

то же уравнение, что и в случае а). Получается, $D_2 = -D_1 = 2,8 \text{ ДПТР}$

$$D_2 = \boxed{\frac{1}{(1+\sqrt{2})d}}$$



ЦЕРНОВИК

$$\frac{m}{2}(u_1^2 + u_2^2 + 8u_3^2) = \frac{3}{2}mgL - mg\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)L$$

$$\frac{1}{0,36} = \frac{100}{36}$$

$$= \frac{25}{9} \approx 2,8$$

$$\frac{25,2}{2} \cdot \frac{m}{2} \cdot 5u_1^2 = mgL\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2}\right) - \frac{3}{2}mgL\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \frac{3}{2}mgL$$

$$= mgL\left(\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$5u_1^2 = 3gL\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

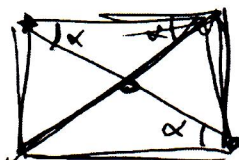
или

$$u_2 = \sqrt{\frac{3gL\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{5}} \cdot 3$$

$$\sqrt{\frac{3 \cdot 10 \cdot 0,8 \cdot 3 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{5}}$$

$$= 3 \sqrt{\frac{8}{5} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} =$$

$$= 3 \sqrt{\frac{4}{5} (2 - \sqrt{3})}$$



$$\frac{3 \cdot 10 \cdot 0,8 \cdot 3 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{5}$$

$$3 \cdot 10 \cdot 0,8 \cdot 3$$

$$3 \sqrt{\frac{8}{5}} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right) \cdot 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$3(\sqrt{3} - 1) \cdot \frac{\sqrt{2}}{5}$$

$$3 \cdot 0,73 \cdot \sqrt{0,4}$$

$$3 \cdot 0,73 \cdot 0,63$$

$$3 \cdot 0,73 \cdot 0,63$$

$$1,73$$

$$3,46$$

$$4,5$$

$$4,50$$

$$3,46$$

$$1,04$$

$$6,24$$

$$1 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1}{4} - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{4}$$

$$0,62$$

$$62$$

$$62$$

$$124$$

$$3720$$

$$0,73$$

$$0,63$$

$$219$$

$$4380$$

$$0,4599$$

$$0,4599$$

$$1,3797$$

$$1,25$$

$$1,25$$

$$2500$$

$$26,25$$

$$2048$$

$$4096$$

$$0,63$$

$$0,63$$

$$189$$

$$3780$$

$$0,3969$$

$$2,41$$

$$0,15$$

$$1205$$

$$2410$$

$$3,615$$

$$0,3615$$

$$1$$

$$100$$

$$6$$

$$40$$

$$36$$

$$4$$

$$0,3615$$

$$u_2(\alpha) = k \cdot \sin \alpha \sqrt{1 - \sin \alpha}$$

$$u_2^2 = k \cdot \sin^2 \alpha (1 - \sin \alpha)$$

$$f' = 2 \sin \alpha \cos \alpha (1 - \sin \alpha) + \sin^2 \alpha (-\cos \alpha) = 0$$

$$\sin \alpha = 0$$

$$2 \cos \alpha (1 - \sin \alpha) - \sin \alpha \cos \alpha = 0$$

$$2 \cos \alpha - 3 \sin \alpha \cos \alpha = 0$$

$$\cos \alpha = 0$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{r} 105 \overline{) 4} \\ -8 \\ \hline 25 \\ -24 \\ \hline 10 \\ -8 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$105$$

$$24$$

$$1,25$$

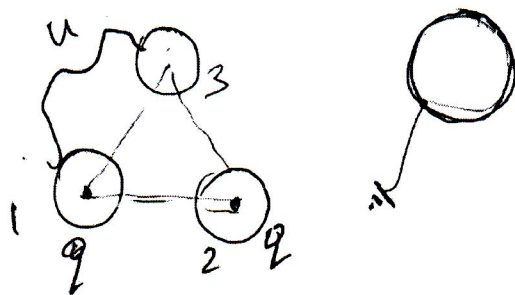
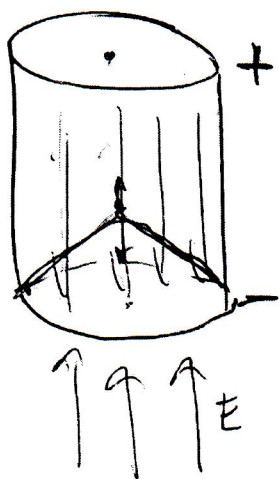
$$21$$

$$1,25$$

$$2,50$$

7

ЦЕРКОВНИК

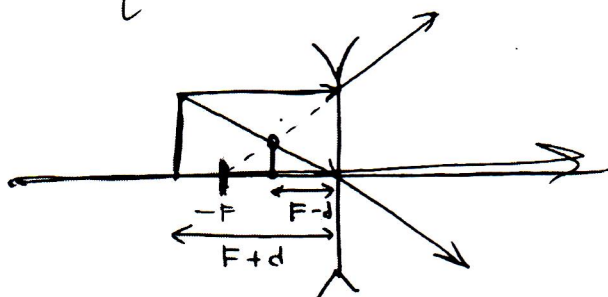
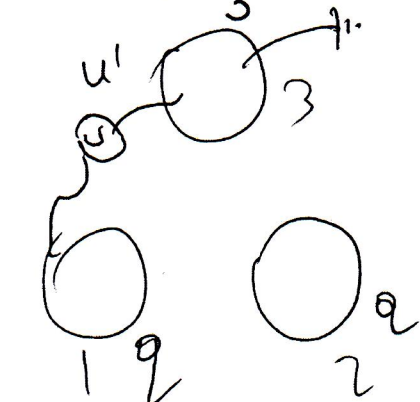
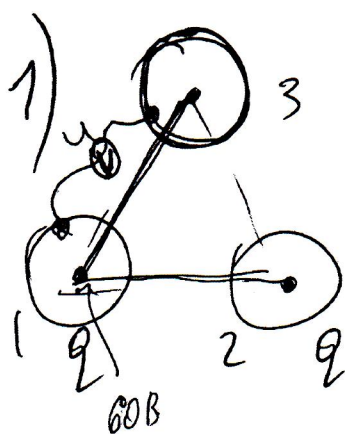


$$\frac{60 \cdot q_2^2}{4 \cdot q} \cdot 10^{-9}$$

$$\frac{2}{3} \approx 0,67$$

$$0,067 \cdot 10^{-9}$$

$$\frac{2 \cdot 2 \cdot 0,2}{4 \cdot 3} \cdot 10^{-9}$$



$$\frac{1}{F+d} - \frac{1}{F-d} < 0$$

$$\frac{1}{F+d} + \frac{1}{F-d}$$

