МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори ВоробьевыГоры!»**

Профиль олимпиады: **ФИЗИКА**

ФИО участника олимпиады: **Ермаков Сергей Станиславович**

Класс: 10

Технический балл: **84**

1	2	3	4	Σ	итог
5	5	5	4	19	84
16	20	9	20	65	

Дата проведения: **26 марта 2021 года**

Чистовик Лист 1 из [redacted]

№1

Вопрос:

- Так как стержень нерастяжим, то проекции скоростей всех его точек на ось стержня одинаковы

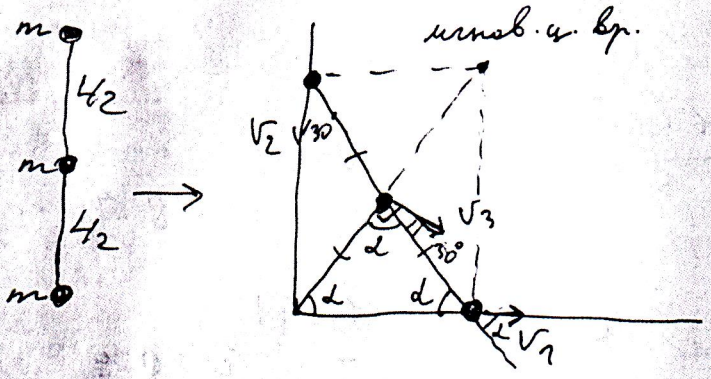


$v_1 = v_2 \cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{v_1}{v_2} = \frac{0,5}{1} = 0,5 \Rightarrow \alpha = 60°$

Ответ на вопрос: $\alpha = 60°$.

Задача:



Средний шарик может двигаться только по окружности радиусом $L/2 \Rightarrow$ его скорость должна быть в любой момент времени перпендикулярна стержню длиной $L/2$

Условие нерастяжимости длинного стержня:

$v_2 \cos 30 = v_3 \cos 30 = v_1 \cos 60 \Rightarrow v_2 = v_3$

$v_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = v_1 \cdot \frac{1}{2}$

$v_1 = \sqrt{3}\, v_2$

ЗСЭ: $mg\frac{L}{2} + mgL = mgL\sin 60 + mg\frac{L}{2}\sin 60 + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{m\cdot 3v_2^2}{2}$

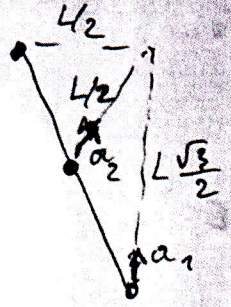
$1,5\, mgL(1-\sin 60) = 2,5\, m v_2^2$

$3gL(1-\sin 60) = 5v_2^2$

$v_2 = \sqrt{\frac{3gL(1-\sin 60)}{5}}$

$v_1 = \sqrt{3}\, v_2 = \sqrt{\frac{9gL(1-\sin 60)}{5}} = 3\sqrt{\frac{gL(1-\frac{\sqrt{3}}{2})}{5}} = 3\sqrt{\frac{gL(2-\sqrt{3})}{10}} \approx 1,4$ м/с

* Если построить перпендикуляры к скоростям каждого из шариков, то можно найти мгновенный центр вращения (точка пересечения всех перпендикуляров).



$a_2 = \frac{\sqrt{3}^2 \cdot 2}{L}$ (т.к. средний шарик всё время движется по окружности)

$a_2 = \frac{3\rho\Delta(1-\sin 60)\cdot 2}{5\cdot\Delta} = \frac{3\rho\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot 2}{5} = \frac{3\rho(2-\sqrt{3})}{5}$

$a_2 = \omega^2 \cdot L/2$

$a_1 = \omega^2 \cdot L\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \sqrt{3}$

$a_1 = a_2\sqrt{3} = \rho\frac{3\sqrt{3}(2-\sqrt{3})}{5} = \frac{\rho(6\sqrt{3}-9)}{5} = \frac{3\rho(2\sqrt{3}-3)}{5} \approx 2{,}8\ \frac{м}{с^2}$

Ответ: $v_1 = 3\cdot\sqrt{\frac{\rho L(2-\sqrt{3})}{10}} \approx 1{,}4\ м/с$; $a_1 = \frac{3\rho(2\sqrt{3}-3)}{5} \approx 2{,}8\ \frac{м}{с^2}$.

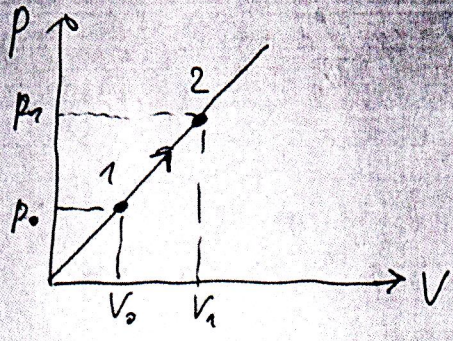
№ 8

Лист 2 из 8 Чистовик

Чистовик Лист 3 из 8

№2

Вопрос: $p = \alpha V$



$A = S_{под\ графиком} = \frac{p_1 + p_0}{2}(V_1 - V_0)$

$\Delta U = 1{,}5 \nu R \Delta T = 1{,}5 \Delta(pV)$ (т.к. $pV = \nu R T$)

$\Delta U = 1{,}5 (p_1 V_1 - p_0 V_0) = 1{,}5 (\alpha V_1^2 - \alpha V_0^2) =$

$= 1{,}5 \alpha (V_1^2 - V_0^2)$

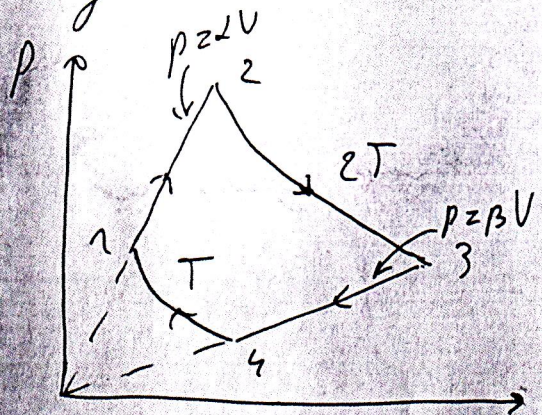
$A = \alpha \frac{V_1 + V_0}{2}(V_1 - V_0) = \frac{\alpha}{2}(V_1^2 - V_0^2)$

$\frac{\Delta U}{A} = 3$

$\Delta U = 3A = 3\ к Дж$

Ответ: $\Delta U = 3$ к Дж.

Задача:



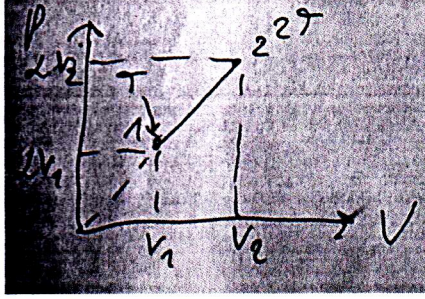
$\eta = 1 - \frac{Q_{34} + Q_{14}}{Q_{12} + Q_{23}}$

$Q_{23} = A_{23}$ ($T = const$)

$Q_{41} = A_{41}$ ($T = const$)

$\eta = 1 - \frac{Q_{34} + A_{41}}{Q_{12} + A_{23}}$

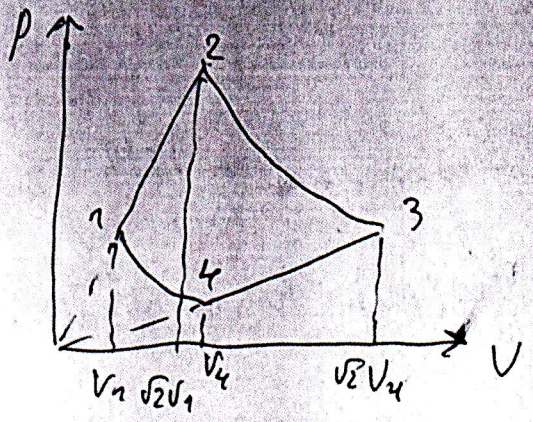
Рассмотрим процесс 1–2:



$p_1 V_1 = \nu R T$ $\quad \alpha V_1^2 = \nu R T$

$p_2 V_2 = 2\nu R \cdot 2T$ $\quad \alpha V_2^2 = 2\nu R T \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{2}$

Аналогично, $\frac{V_3}{V_4} = \sqrt{2}$



Работа в изотермическом процессе: $A = \nu R T \ln\frac{V_2}{V_1}$

$A_{23} = 2A_{14}$.

Из условия: $A_{23} = 2A_{34}$ $\Rightarrow$ $A_{34} = A_{14}$

$$\eta = 1 - \frac{A_{41} + \Delta U_{34} + A_{12}}{A_{12} + \Delta U_{12} + 2A_{14}}$$

$\Delta U_{34} = \Delta U_{12} = 1{,}5\nu R(2T - T)$

$\Delta U_{34} = 3A_{34} = 3A_{14}$ (используя вопрос и задачу)

$\Delta U_{12} = 3A_{14} \Rightarrow A_{12} = \frac{\Delta U_{12}}{3} = A_{14}$

$$\eta = 1 - \frac{A_{41} + 3A_{41} + A_{41}}{A_{41} + 3A_{41} + 2A_{41}} = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \text{ или } \eta \approx 18\%$$

Ответ: $\eta = \frac{1}{6}$.

– в решении задачи Q, A, ΔU везде брались по модулю.

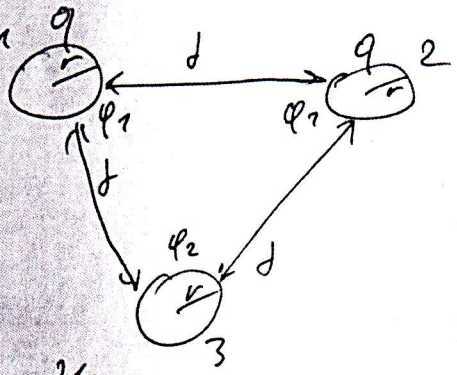
Вопрос:

Так как цилиндр проводящий, то он эквипотенциален

Ответ: 0.

Задача:

Для упрощения себе жизни временно заменим цилиндры на одинаковые проводящие шары.



$$\varphi_1 = \frac{kq}{r} + \frac{kq}{d}$$

$$\varphi_2 = \frac{2kq}{d}$$

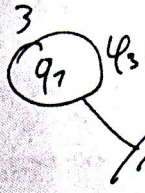
$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{kq}{r} - \frac{kq}{d} \quad (1)$$

Шар
Цилиндр 3 заземлили:



$$\varphi_3 = \frac{kq_1}{r} + \frac{2kq}{d} = 0.$$

$$q_1 = -\frac{2q \cdot r}{d}$$



$$\varphi_1' = \frac{kq}{r} + \frac{kq}{d} - \frac{k \cdot 2qr}{d^2}$$

(2) $U' = \varphi_1' = \frac{kq}{r} + \frac{kq}{d} - \cancel{\frac{k2qr}{d^2}}^{\to 0}$ (2 порядка малости).

3 отсоединили от земли, 2 заземлили:

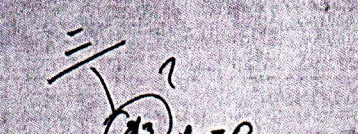


$$\varphi_3 = \frac{kq_2}{r} + \frac{kq}{d} + \cancel{\frac{kq_1}{d}}^{\to 0 \text{ (мало)}} = 0.$$

$$q_2 = -\frac{qr}{d} = \frac{1}{2} q_1$$

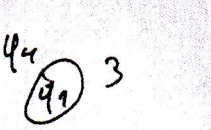


Заземлим шар цилиндр 1:



$\varphi_3 = \frac{kq_3}{r} + \frac{kq_2}{d} + \frac{kq_1}{d} = 0$ (шар) (цилиндр)

$\varphi_3 \approx 0.$



$\varphi_4 \approx \frac{kq_1}{r} = \frac{-2kq}{d} = -2\varphi_2$ (остальные слагаемые малы)

Пусть $\frac{kq}{r} = \varphi_1$; $\frac{kq}{d} = \varphi_2$, тогда

$$\begin{cases} \varphi_1 - \varphi_2 = U \\ \varphi_1 + \varphi_2 = U' \end{cases}$$

$\varphi_1 = \frac{U+U'}{2} = 50\,В$

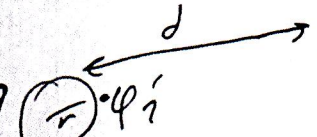
$\varphi_2 = 10\,В.$

$U_{кон} = 0 - \varphi_4 = 2\varphi_2 = 20\,В.$

Ответ: $U_{кон} = 20\,В$.

Теперь докажем, что временная замена цилиндра на шар справедлива:

Пусть есть шар с зарядом q, радиуса r:



φ_1' - можно было обозначить за φ_1' и φ_2' потенциалы, которые создаёт шар на расстояниях r и d от своего центра и работают дальше с ними $\Rightarrow$ в таком случае электрические свойства шара вообще бы не учитывались $\Rightarrow$ верно и для цилиндра.

Чистовик Лист 7 из ~~8~~ 9

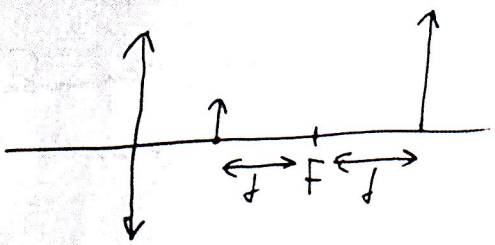
№4

Вопрос:

Оптическая сила обратно пропорциональна фокусному расстоянию. $D = \frac{1}{F}$.

Задача:

Пусть линза собирающая:



$$\frac{1}{F-d} - \frac{1}{F+d} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{F+d-F+d}{F^2-d^2} = \frac{1}{F}$$

$$2dF = F^2 - d^2$$

$$F^2 - 2dF - d^2 = 0$$

$$D = 4d^2 + 4d^2 = 8d^2$$

$$F = \frac{2d \pm 2\sqrt{2}d}{2} \qquad F = d + \sqrt{2}d = (1+\sqrt{2})d \approx 36\,см$$

$$D \approx \frac{1}{F} \approx 2{,}8\ дптр$$

Если линза рассеивающая, то d в уравнении линзы просто знаки поменяются $\Rightarrow$ значение фокуса по модулю не изменится. Но для рассеивающей линзы $F<0$ и $d<0$, поэтому F и D просто поменяют знак

Ответ: если линза собирающая, то $D = \frac{1}{(1+\sqrt{2})d} \approx 2{,}8$ дптр,

если рассеивающая, то $D = -\frac{1}{(1+\sqrt{2})d} \approx -2{,}8$ дптр.

Дополнения к вопросу: лист 8 из 8. Читаем

- при выводе формулы тонкой линзы используется то, что все лучи идут под малыми углами к главной оптической оси линзы; для таких углов верно $\alpha \approx \sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha$. Также используется то, что пока луч света идёт по линзе, он не смещается $\Rightarrow$ линза должна быть действительно тонкой; это требование можно переформулировать так, чтобы толщина линзы была много меньше радиусов кривизны её поверхностей.