



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: «Покори Воробьевы Горы!»

Профиль олимпиады: **ФИЗИКА**

ФИО участника олимпиады: **Климанов Даниил Дмитриевич**

Класс: 11

Технический балл: 77

1	2	3	4	Σ	итог
5	5	0	5	15	77
13	19	10	20	62	

Дата проведения: **26 марта 2021 года**

Задача № 2

Вопрос:

Дано:

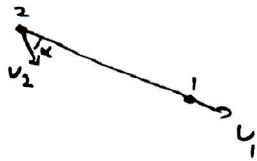
$$v_2 = 1 \text{ м/с}$$

$$v_1 = 0.5 \text{ м/с}$$

Найти:

$$\alpha = ?$$

Потому что стержень
непротяжим (по условию,
он жесткий), то в
любой момент времени проекции
скоростей концов на прямую
стержня равны $\Rightarrow v_2 \cdot \cos \alpha = v_1 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2}$



$$\cos \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

Ответ: 60° Задача № 3

Дано:

$$L = 80 \text{ см}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

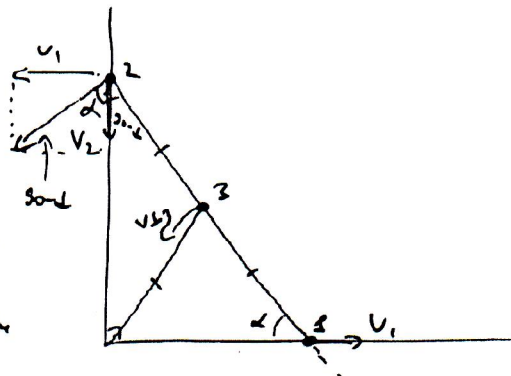
$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

Найти:

$$v_1 = ?$$

Пусть скорости имеют
точки 1 и 2 равны v_1 ; скорость
верхней точки v_2 ; скорость
средней стержня — v_3 .

Перемещение в систему отсчета
первой точки. В этот момент
2 и 3 движутся по окружности
с центром в точке 1.



1) Из условия про проекции скоростей:

$$v_2 \cdot \sin \alpha = v_1 \cos \alpha$$

$$v_2 = v_1 \cdot \cot \alpha$$

2) $v_{12} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ — перпендикулярная
сумма скорости по окружности

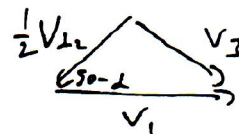
$$v_{12} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = ?$$

$$\Rightarrow v_3^2 = v_1^2 + \frac{1}{4} \cdot v_{12}^2 - v_{12} \cdot v_1 \cdot \sin \alpha =$$

$$= v_1^2 + \frac{1}{4} \cdot (v_1^2 + v_2^2) - \sin \alpha \cdot v_1 \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \frac{5}{4} v_1^2 + \frac{1}{4} \cdot v_1^2 \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} -$$

$$- \sin \alpha \cdot v_1^2 \cdot \frac{1}{\sin \alpha} =$$

$$= \frac{1}{4} \cdot v_1^2 \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$



3) По закону сохранения энергии:

$$\frac{3}{2} \cdot mgL = \frac{3}{2} \cdot mgL \cdot \sin \alpha + \frac{mv_1^2}{2} + \frac{m \cdot v_1^2 \cdot \cot^2 \alpha}{2} + \frac{m \cdot v_1^2}{8 \sin^2 \alpha}$$

$$3gL \cdot (1 - \sin \alpha) = v_1^2 \cdot \left(1 + \cot^2 \alpha + \frac{1}{4 \sin^2 \alpha}\right) = v_1^2 \cdot \frac{5}{4 \sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{3gL \cdot (1 - \sin \alpha)}{5}} \cdot 2 \sin \alpha = 3 \cdot \sqrt{\frac{gL \cdot (2 - \sqrt{3})}{10}} \approx 6 \cdot \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{10}} \text{ м/с}$$

$$\text{Ответ: } v_1 = 6 \cdot \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{10}} \text{ м/с} \approx 1.4 \text{ м/с}$$

Задача 2

Вопрос:

Дано:
A = 1 Дж
Найти:
 $\Delta U = ?$

$$p = \alpha V \Rightarrow dp = \alpha \cdot dV$$

$$1) \int_{p_1}^{p_2} p dV = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{p^2}{2} \Big|_{p_1}^{p_2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{p_2^2 - p_1^2}{2} = A$$

$$2) \Delta U = \frac{3}{2} \Delta R T = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{p_2^2}{\alpha} - \frac{p_1^2}{\alpha} \right) = 3A \Rightarrow \text{Ответ: } 3 \text{ Дж}$$

↑
из уравнения

Задача:

Открытый цикл

так, как показано на рисунке

где 2-3 и 4-1 — изотермы

Дано:
n = 2
k = 2
Найти:
 $\eta = ?$

$$1) \eta = \frac{A_{\text{цикл}}}{Q_H}$$

$$2) A_{\text{цикл}} = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41}$$

$$3) \text{ По известной паре точек: } A_{12} = \frac{1}{2} \cdot \left(p_2 \cdot \frac{p_2}{\alpha_1} - p_1 \cdot \frac{p_1}{\alpha_1} \right) = \frac{1}{2} \cdot (2RT - RT) = \frac{1}{2} RT$$

$$4) \text{ Аналогично: } A_{43} = \frac{1}{2} \cdot \left(p_3 \cdot \frac{p_3}{\alpha_2} - p_4 \cdot \frac{p_4}{\alpha_2} \right) = \frac{1}{2} RT$$

5) Пошагово A_{23} — работа газа и изотермы:

$$A_{23} = \int_{V_2}^{V_3} p dV = 2RT \cdot \int_{V_2}^{V_3} \frac{1}{V} dV = 2RT \cdot \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right)$$

$$6) \text{ Аналогично: } A_{14} = RT \cdot \ln \left(\frac{V_4}{V_1} \right)$$

$$7) \begin{cases} p_2 V_2 = \alpha_1 \cdot V_2^2 = 2RT \\ p_3 V_3 = \alpha_2 \cdot V_3^2 = 2RT \end{cases} \Rightarrow \frac{V_3}{V_2} = \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \quad \text{Аналогично} \quad \frac{V_4}{V_1} = \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}}$$

$$\eta = \frac{A_{\text{цикл}}}{Q_H} = \frac{\frac{1}{2} RT + 2RT \cdot \ln \left(\sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \right) - RT \cdot \ln \left(\sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \right) - \frac{1}{2} RT}{\frac{3}{2} RT + \frac{1}{2} RT + 2RT \cdot \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right)}$$

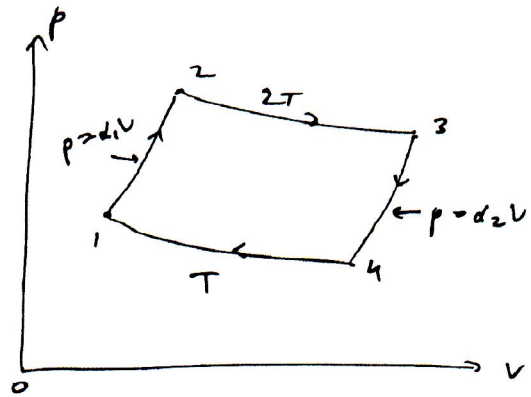
↑
 ΔU_{13}

При условии: $A_{23} = 2 \cdot A_{43}$, получаем:

$$\eta = \frac{RT \cdot \ln \left(\sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \right)}{2RT + 2RT \cdot \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right)} = \frac{1}{6}$$

↑
 $\ln \left(\sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \right) = \frac{1}{2}$

Ответ: $\frac{1}{6}$



Задача 103

Вопрос:

Дано:

$R = 20 \text{ см}$

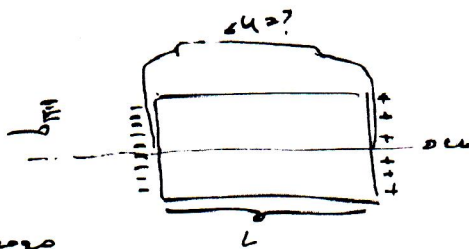
$L = 40 \text{ см}$

$E = 60 \text{ В/м}$

Найти:

$\Delta U = ?$

В равновесном состоянии отрицательные заряды будут собираться с этого края цилиндра, а положительные — с другого (см. рисунок)



$$\Delta U = \frac{A_{\text{электр.}}}{q} = \frac{\sum E \cdot q \cdot dL}{q} = \sum E dL = E \cdot L = 24 \text{ Вольт}$$

Ответ: 24 В

Задача:

Дано:

$U = 400$

$U' = 600$

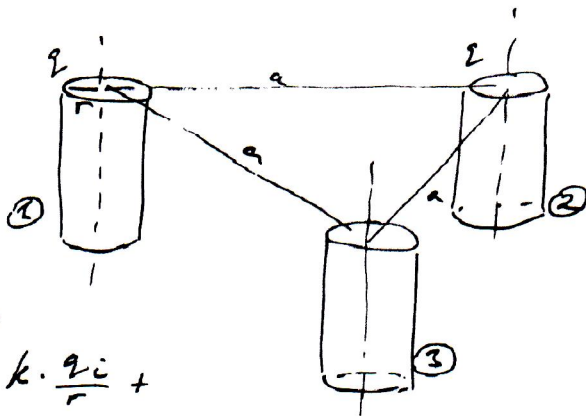
Найти:

$U_k = ?$

Две заряженные цилиндры радиус r ; расстояние между центрами цилиндров равно a . (между осями)

Две цилиндры не взаимодействуют и 1 и 2 так имеют заряд q .

Потенциал из цилиндров равен $k \cdot \frac{q_i}{r} +$



$+ k \cdot \frac{q_j}{a} + k \cdot \frac{q_k}{a}$, где q_i — заряд рассматриваемого цилиндра, а q_j и q_k — заряды двух других цилиндров (так картинку можно переписать, все три цилиндры, т.к. в плоскости сечёт через три цилиндра).

1) $U = \varphi_1 - \varphi_3 = \left(k \cdot \frac{q}{r} + k \cdot \frac{q}{a} \right) - \left(0 + 2 \cdot k \cdot \frac{q}{a} \right) = k \cdot \frac{q}{r} - k \cdot \frac{q}{a}$

2) К grounded цилиндру должен иметь такой заряд, чтобы потенциал цилиндра стал равен 0

$$\Rightarrow \begin{cases} k \cdot \frac{q'}{r} + 2 \cdot k \cdot \frac{q}{a} = 0 \Leftrightarrow q' = -2 \cdot \frac{r}{a} \cdot q \\ U' = k \cdot \frac{q}{r} + k \cdot \frac{q}{a} + k \cdot \frac{q'}{a} \end{cases}$$

3) Аналогично найти заряд цилиндра 2 и 3 тоже grounded:

$$\begin{cases} k \cdot \frac{q''}{r} + k \cdot \frac{q'}{a} + k \cdot \frac{q}{a} = 0 \Leftrightarrow q'' = -\frac{r}{a} \cdot q \cdot (1 + 2 \cdot \frac{r}{a}) \\ k \cdot \frac{q'''}{r} + k \cdot \frac{q''}{a} + k \cdot \frac{q'}{a} = 0 \Leftrightarrow q''' = \frac{r^2}{a^2} \cdot q \cdot (3 + 2 \cdot \frac{r}{a}) \end{cases}$$

4) ~~$U_k = k \cdot \frac{q'''}{r} + k \cdot \frac{q''}{a} + k \cdot \frac{q'}{a}$~~ $U_k = 0 - \left(k \cdot \frac{q}{r} + k \cdot \frac{q''}{a} + k \cdot \frac{q'''}{a} \right) =$
 $= -k \cdot \frac{q}{a} \cdot \left(2 \cdot \frac{r^2}{a^2} + 2 \cdot \frac{r^3}{a^3} - \frac{r}{a} - 2 \right)$

(продолжение решения на следующей странице)

(попробуйте решить № 3)

Таким образом: $U' = k \cdot \frac{q}{r} \cdot \left(1 + \frac{r}{a} - 2 \cdot \frac{r^2}{a^2}\right)$

$$U = k \cdot \frac{q}{r} \cdot \left(1 - \frac{r}{a}\right)$$

Пусть $x = \frac{r}{a} \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{3}{2} = \frac{1+x-2x^2}{1-x} \Leftrightarrow \frac{3-3x}{2} = \frac{2+2x-4x^2}{1-x}$

$$4x^2 - 5x + 1 = 0$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Но по условию $a > r$

$$\frac{r}{a} = \frac{1}{4}$$

$\Leftrightarrow$

$$U = k \cdot \frac{q}{r} \cdot \left(\frac{3}{4}\right) \Leftrightarrow r = \frac{k \cdot q}{U} \cdot \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = 4r = \frac{k \cdot q \cdot 3}{U}$$

$$U_k = -k \cdot q \cdot \frac{4}{3 \cdot k \cdot q} \cdot \left(2 \cdot \frac{1}{16} + 2 \cdot \frac{1}{64} - \frac{1}{4} - 2\right) = -\frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{67}{32}\right) =$$

$$= 11 \cdot \frac{67}{96} = \frac{335}{12} =$$

$$= 27 \frac{1}{12} \text{ В} \approx$$

$$\approx \underline{27,083 \text{ В}}$$

Ответ: $\underline{27 \frac{1}{12} \text{ В} \approx 27,083 \text{ В}}$

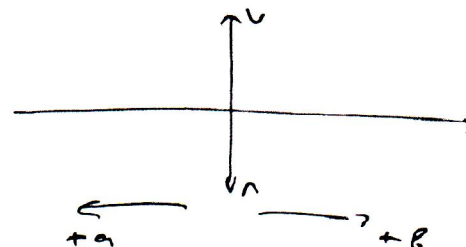
Задача № 4

Вопрос: линзу можно считать тонкой, если радиус кривизны её поверхностей много больше её фокусного и все лучи, входящие в рассматриваемую линзу, параллельны: $\begin{cases} \alpha \approx 0 \text{ так что} \\ \cos \alpha \approx 1 \end{cases}$

Для тонких линз формулы тонкой

$$\text{линзы: } \pm \frac{1}{a} \pm \frac{1}{b} = \pm \frac{1}{F}$$

↗ ↖
положительное направление отсчёта расстояний влево и вправо от линзы соответственно
"±" собирающая линза
"-" - рассеивающая линза



(измеряется в метрах $[\frac{1}{m}]$)

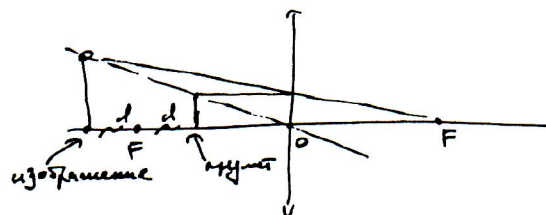
Оптический сила линзы равна $\frac{1}{F}$, где F - фокусное расстояние линзы (отрицательно для рассеивающей линзы, положительно для собирающей)

Задача:

Дано: Разберём два случая:

$d = 15 \text{ см}$ 1) Допустим, что линза собирающая.

Найти: Значит, что изображение и предмет находятся по одну сторону



линзы (т.е. симметричны относительно оптического центра)

Изображение мнимое и расположено дальше предмета; предмет - ближе к линзе $\Rightarrow \frac{1}{F-d} + \frac{1}{F+d} = \frac{1}{F} \Leftrightarrow$

$$D_1 = \frac{1}{d \cdot (1 + \sqrt{2})}$$

$$\begin{aligned} 2dF &= F^2 - d^2 \\ F^2 - 2dF - d^2 &= 0 \\ D \pm \sqrt{D^2} \\ F &= \frac{2d + 2\sqrt{2}d}{2} = d \cdot (1 + \sqrt{2}) \\ (F > 0) \end{aligned}$$

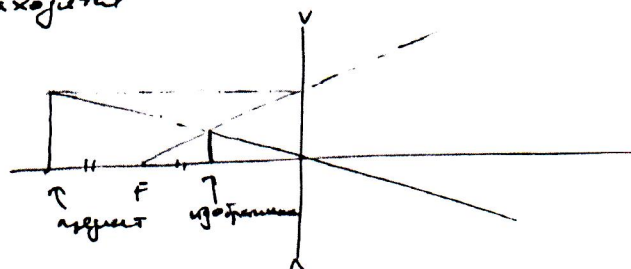
2) Допустим, что линза рассеивающая.

Аналогично изображению и предмет находятся по одну сторону линзы, но уже в обратном порядке.

$$\frac{1}{F+d} - \frac{1}{F-d} = -\frac{1}{F}$$

$$F^2 - d^2 = 2Fd$$

$$\Leftrightarrow F = d \cdot (1 + \sqrt{2}) \quad (F > 0, \text{ т.к. линза был выпуклой линзой})$$



Получаем ответ:

Ответ: $\pm \frac{1}{d \cdot (1 + \sqrt{2})} \approx \pm 2,8$ диоптрий