МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори ВоробьевыГоры!»**

Профиль олимпиады: **ФИЗИКА**

ФИО участника олимпиады: **Ледров Антон Юрьевич**

Класс: 11

Технический балл: **87**

1	2	3	4	Σ	итог
5	5	5	5	20	87
15	20	12	20	67	

Дата проведения: **26 марта 2021 года**

№1

Дополн.: ①

Вопрос:

$v_1 = 0{,}5\ \frac{м}{с}$

$v_2 = 1\ \frac{м}{с}$

Пр-ции ск-ей вдоль стержня равны

$v_2 \cdot \cos\alpha = v_1 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{2}$ и $\alpha = \frac{\pi}{3}$

Ответ: 60°

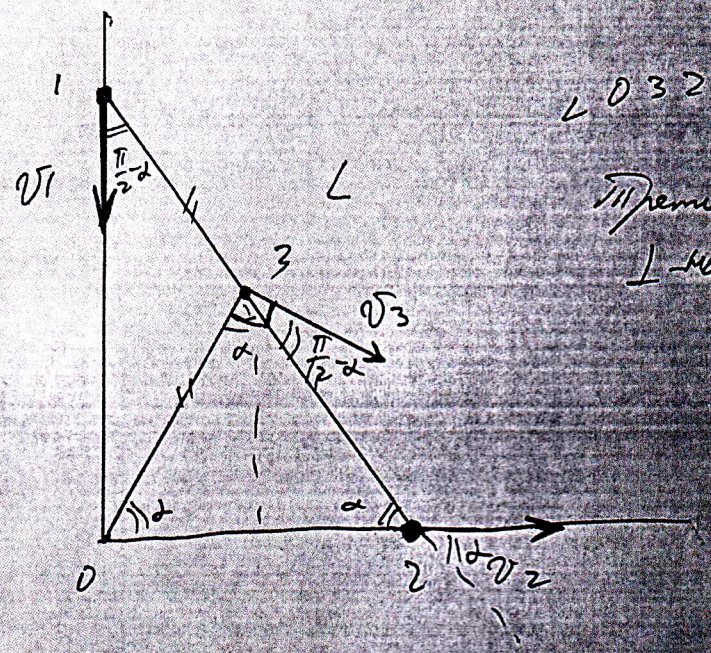
Задача:

$L = 80$ см

$\alpha = 60°$

v_2 - ?

a_2 - ?



$\angle 032 = \alpha$, т.к. $\alpha = 60°$

Третий двигается ⊥-но 03 !

ЗСЭ:

$mgL + \frac{mgL}{2} =$

$= \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + mgL\sin\alpha + \frac{mgL}{2}\sin\alpha$

$\frac{3}{2}mgL(1-\sin\alpha) = \frac{m}{2}(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2)$

Из перпендикулярности отрезков:

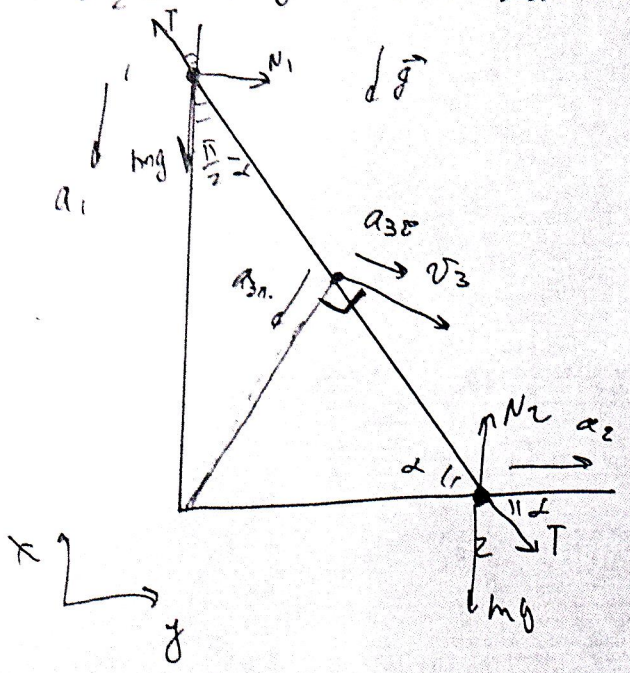
$v_1 \cdot \sin\alpha = v_3 \cdot \sin\alpha = v_2 \cdot \cos\alpha$

$v_2 = v_1 \operatorname{tg}\alpha = v_3 \operatorname{tg}\alpha \rightarrow v_1 = v_3 = v_2 \operatorname{ctg}\alpha$

Имеем: $3gL(1-\sin\alpha) = v_2^2(1 + 2\operatorname{ctg}^2\alpha)$

$v_2 = \sqrt{\frac{3gL(1-\sin\alpha)}{1+2\operatorname{ctg}^2\alpha}}$

$v_2 = v_1 \operatorname{tg}\alpha$ – в $\forall$ момент. $\Rightarrow$ $a_2 = a_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha$ – в $\forall$ момент.



Пусть T – сила натяж. вдоль стержня;

2ЗН для 1-ого (OX)

$T \cdot \sin\alpha = mg = -ma_1$

для 2-ого: (OY):

$T \cdot \cos\alpha = ma_2$

$a_1 = a_2 \operatorname{ctg}\alpha$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{g - a_1}{a_2} = g - \frac{a_2 \operatorname{ctg}\alpha}{a_2}$

$a_2 = \frac{g}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha}$

Ответ:

$v_2 = \sqrt{\frac{3gL(1-\sin\alpha)}{1+2\operatorname{tg}^2\alpha}}$

$a_2 = \frac{g}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha}$

№2

Делович

③

Вопр:

$i=3 \Rightarrow C_\mu = 2R$ – известная мол. теп. емк газа для $p \sim V$

$Q = C_\mu \cdot \nu \cdot \Delta T = A' + \frac{3}{2}\nu R \Delta T$ – I нач. термодинамики

$2\nu R\Delta T - \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{1}{2}\nu R\Delta T = A'$

$\nu R\Delta T = 2A' \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = 3A' = 3$ кДж.

Ответ: увелич на 3 кДж

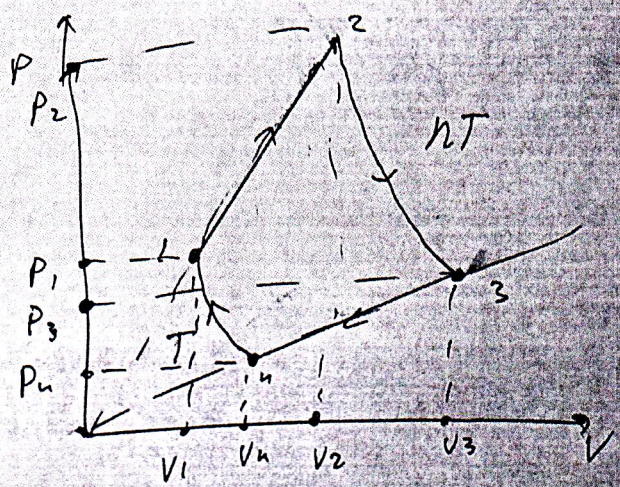
Задача:

$i=3$

$T_{max} = nT_{min}$

$A'_{23} = k \cdot A_{34}$

$\eta \to ?$



$C_\mu = 2R$ – мол. теп. емк для $p \sim V$

$$\eta = \frac{A'}{Q_+}$$

$Q_+ = Q_{12} + Q_{23}$

$Q_{12} = C_\mu \cdot \nu \cdot T(n-1)$

$Q_{23} = A'_{23}$ – I нач. тер-ки для 2-3

$A'_{23} = k \cdot A_{34} = k \cdot \frac{1}{2}\nu RT(n-1) \Rightarrow$

$\Rightarrow Q_{23} = \frac{k(n-1)}{2}\nu RT$

$A' = A'_{12} + A'_{23} + A'_{34} + A'_{41} = \underbrace{\frac{1}{2}\nu RT(n-1)}_{A'_{12}} + \underbrace{\frac{k(n-1)}{2}\nu RT}_{A'_{23}} - \underbrace{\frac{1}{2}\nu RT(n-1)}_{A'_{34}}$

$+ A'_{41} = \frac{k(n-1)\nu RT}{2} + A'_{41}$

Деловик (4)

Найдем A_{41}':

$$A_{41}' = \nu RT \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right)$$

$$A_{23}' = \nu RnT \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right)$$

Из Менделеева – Клапейрона и процессов $p \sim V$ имеем:

$$(1)\begin{cases} \dfrac{P_1}{V_1} = \dfrac{P_2}{V_2} \\ \dfrac{P_4}{V_4} = \dfrac{P_3}{V_3} \end{cases} \qquad \begin{cases} P_3V_3 = P_2V_2 \\ P_1V_1 = P_4V_4 \end{cases} \rightarrow \frac{V_2}{V_3} = \frac{P_3}{P_2} \qquad \frac{V_1}{V_4} = \frac{P_4}{P_1}$$

из (1): $\dfrac{P_4}{V_4}\dfrac{V_1}{P_1} = \dfrac{P_3}{V_3}\dfrac{V_2}{P_2}$

$$\left(\frac{V_1}{V_4}\right)^2 = \frac{P_3}{P_2}\frac{V_2}{V_3} = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_4} = \frac{V_2}{V_3} \Rightarrow$$

$$A_{41}' = \nu RT \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) = -\frac{A_{23}'}{n} = -\frac{\nu RT(n-1)k}{2n}$$

Имеем:

$$\eta = \frac{k\frac{(n-1)\nu RT}{2} - \frac{k(n-1)\nu RT}{2n}}{2\nu RT(n-1) + k\frac{\nu RT(n-1)}{2}} = \frac{k\frac{(n-1)}{2}\left(1-\frac{1}{n}\right)}{2(n-1) + \frac{k(n-1)}{2}} = \frac{1}{6}$$

Ответ: $\eta = \frac{1}{6}$

№4

Деловик (5)

Вопрос: Приближение тонкой линзы: радиусы кривизны пов-тей линзы много больше толщины линзы (+) параксиальность световых лучов, падающих на линзу ($\operatorname{tg}\alpha \approx \sin\alpha \approx \alpha$). В тонкой линзе мы пренебрегаем смещением лучей внутри линзы;

D – опт. сила $\qquad D = \frac{1}{F}$ – по отраж.

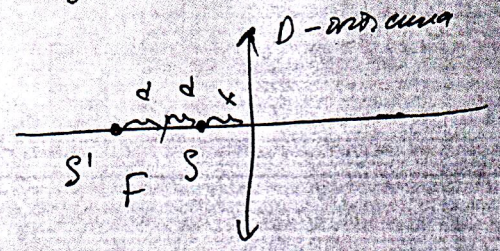
$[D] = \text{дптр} = \frac{1}{м}$

Задача:

$d = 15$ см

$D \to ?$

(1) Линза соб.:



Ф-ла линзы (везде пишу по модулю!)

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2d} = D$$

$$x = F - d = \frac{1}{D} - d$$

Имеем:

$$\frac{2d}{\left(\frac{1}{D}-d\right)\left(\frac{1}{D}-d+2d\right)} = D$$

$$\frac{2d}{\left(\frac{1}{D}-d\right)\left(\frac{1}{D}+d\right)} = D$$

$$\frac{2d}{\frac{1}{D^2}-d^2} = D$$

$$\left(\frac{1}{D^2}-d^2\right)D = 2d$$

$$\frac{D}{D^2} - d^2 D = 2d$$

$$\frac{1}{D} - d^2 D - 2d = 0$$

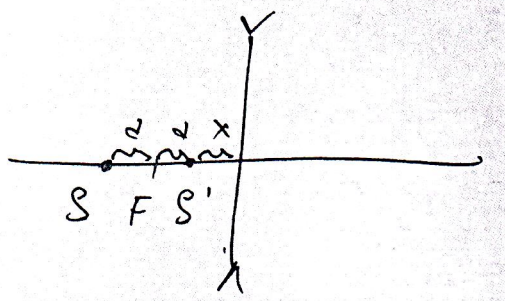
$$-(dD)^2 - 2(dD) + 1 = 0$$

$$D^2 d^2 + 2Dd - 1 = 0$$

Дискр. $= d^2 + d^2 = d^2 \cdot 2$

$$D_{1,2} = \frac{-d \pm d\sqrt{2}}{d^2} = \begin{cases} \frac{1}{d}(\sqrt{2}-1) \text{ – для нашего случ. соб. линзы} \\ -\frac{1}{d}(\sqrt{2}+1) \text{ – не подх.} \end{cases}$$

Для (2) соб. линзы:



$$\frac{1}{x+2d} - \frac{1}{x} = -D$$

$$D = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2d}$$ – то же самое ур-ие для модуля опт. силы рас. линзы

Имеем: $D = \pm \frac{1}{d}(\sqrt{2}-1)$

Ответ: $D = \pm \frac{1}{d}(\sqrt{2}-1)$

Толовина (8)

Деловик (7)

№3

Вопрос: Любой проводник во внешнем поле эквипотенциален $\Rightarrow \Delta\varphi = 0$

Ответ: 0, т.к. металл проводник (если, конечно, шар не движется)

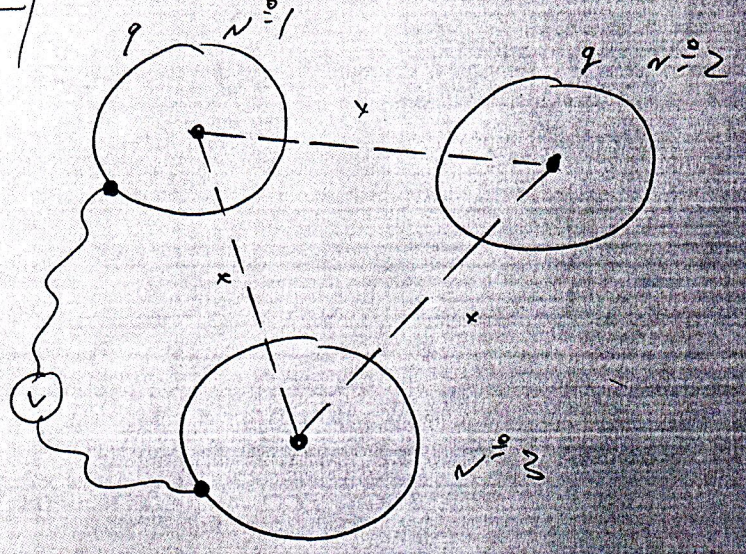
Задача:

$U = 40В$

$U' = 60В$

$U'' - ?$

Вид сверху:

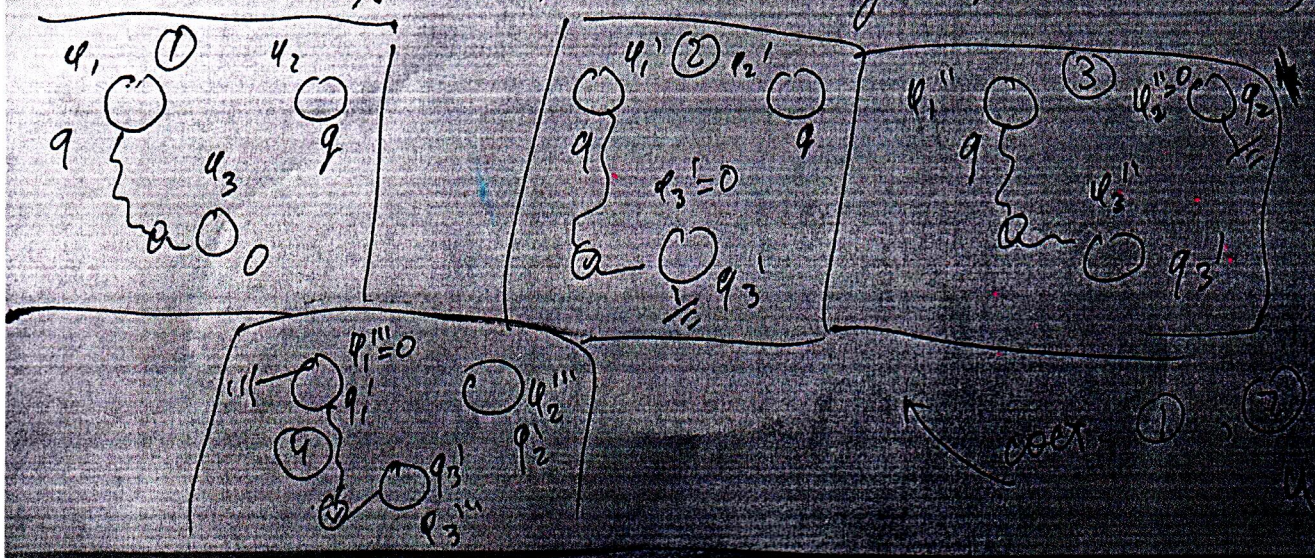


$\varphi = \varphi_{соб.} + \varphi_{внеш.}$

$\varphi_{соб} \sim \frac{q_{соб.}}{r_{шар}} \Rightarrow \varphi_{соб} = m q_{соб.}$ — т.к. шар одинакового радиуса

$\varphi_{внеш.} = k \cdot q_{внеш.}$

$\varphi_{внеш} \sim \frac{q_{внеш.}}{x} \sim q_{внеш}$ (т.к. в нашем случае все на один. расстоянии)



-ов

Геловит (8)

$U = \varphi_1 - \varphi_3 = mq + kq - (kq + kq) = mq - kq = U$

$U' = \varphi_1' - \varphi_3' = \varphi_1' = mq + kq + kq_3' = U'$

$U'' = \varphi_3''' = mq_3' + kq_2' + kq_1'$

метод суперпозиции потенциалов

При этом:

$mq_3' + 2kq = 0 \to mq_3' = -2kq$

$$\begin{cases} mq_2' + kq_3' + kq = 0 \\ mq_1' + kq_3' + kq_2' = 0 \end{cases}$$

— усл. нуля потенциалов

Решая систему из 3 ур-ий, должны получить выражение для U'': $U'' = \frac{U' + U}{2} = 50В$

Ответ: $50В = \frac{U' + U}{2}$

черн. (2)

черн. (1)

$$U'' = mq_3' + \frac{kq_1'}{x} + \frac{kq_2'}{x} = q_3' + \alpha q_1' + \alpha q_2$$

$$mq_3' = -\frac{2kq}{x} = -2\alpha q.$$

$$\frac{k}{x} = \alpha.$$

$$mq_3' = -2kq.$$

$$kq_3' = U' - mq - kq$$

$$mq = U + kq.$$

$$kq_3' = U' - mq - kq = U' - U - kq - kq = U' - U - 2kq$$

$$kq_3' = U' - U + mq_3'$$

$$kq_3' = U' - U - 2kq$$

$$mq_2' + kq + mq_1' + kq_2' = 0$$

$$mq_3' = -2kq. \rightarrow q_3' = -\frac{2k}{m}q$$

$$mq_1' = -kq_3' - kq_2'$$

$$q_1' = -\frac{k}{m}q_3' - \frac{k}{m}q_2'$$

$$kq_1' = -\frac{k^2}{m}(q_2' + q_3')$$

$$mq_2' = \frac{2k^2}{m}q + kq = 0$$

$$mq_2' = \frac{2k^2}{m}q - kq$$

$$q_2' = 2\frac{k^2}{m^2}q - \frac{k}{m}q$$

$$mq_1' + kq_2' = mq_2' + kq.$$

$$\frac{2}{2} \quad \frac{1}{2}$$

$$2 + \quad 5\frac{1}{6}$$

черн ②

$X = -2kq + kq_2' + kq_1'$

$mq = 40 + kq.$

$kq_3' = 60 - mq - kq$

$kq_3' = 60 - 40 - 2kq.$

$kq_3' = 20 - 2kq.$

$kq_3' - mq_3' = 20$

$q_3'(k-m) = 20$

$mq_2' + kq + 20 - 2kq = 0$

$mq_2' = -20 + kq = kq - 20$

$mq_1' + kq_2' = 2kq - 20$

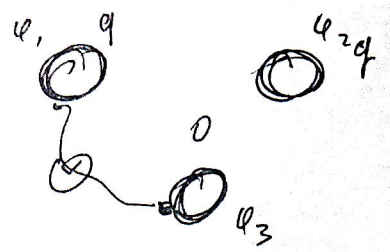
$kq_2' = X - mq_3' - kq_1' = X + 2kq - kq_1'$

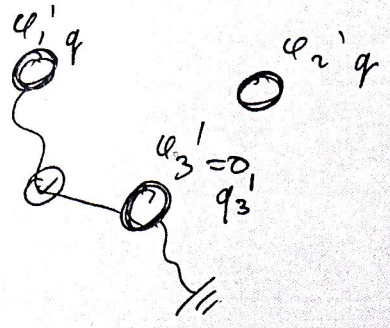
$mq_1' + X + \cancel{2kq} - kq_1' = \cancel{2kq} - 20$

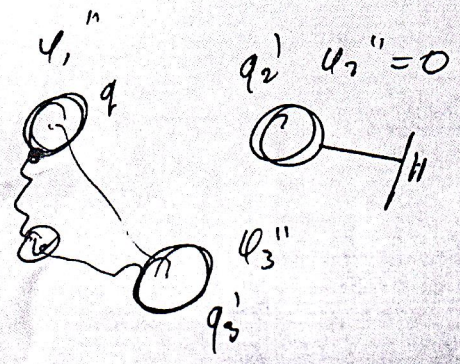
$X + mq_1' - kq_1' = -20$

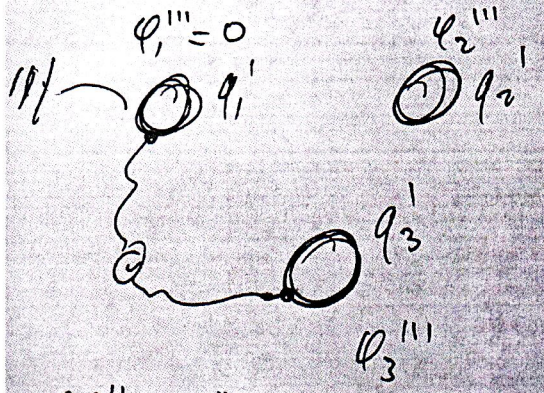
$mq_2' - mq_1' - kq_2' = -kq.$

черн. 2









$U'' = \varphi_3'''$

черн 3

пост. коэфф.

$$\frac{kq}{x} + \varphi_{соб.} = \frac{kq}{x} + \frac{mq_{соб.}}{x} = \frac{kq}{x} + mq_{соб.}$$

$$\varphi_1 = mq + \frac{kq}{x}$$

$$\varphi_3 = 0 + 2\frac{kq}{x} \rightarrow$$

$$\varphi_1' = U' = \frac{kq_3'}{x} + \frac{kq}{x} + qm$$

$$\varphi_3''' = mq_3' + \frac{kq_2'}{x} + \frac{kq_1'}{x} = U'' = ?$$

$$\varphi_1 = mq + \frac{kq}{x}$$

$$\varphi_3 = \frac{2kq}{x} \rightarrow mq - \frac{kq}{x} = U$$

$$\varphi_1' = m \cdot q + \frac{kq_3'}{x} + \frac{kq}{x} = U'$$

$$mq_3' + \frac{kq}{x} + \frac{kq}{x} = 0$$

$$\frac{kq}{x} + \frac{kq_3'}{x} + mq_2' = 0$$

$$\frac{kq_3'}{x} + \frac{kq_2'}{x} + mq_1' = 0$$

№4

черн. (4)

Вопрос: Приближение тонкой линзы: радиусы кривизны пов-тей линзы много больше толщины линзы + + параксиальность световых лучей, падающих на линзу (когда $tg\alpha \approx \sin\alpha \approx \alpha$). Т.е. в тонкой линзе мы пренебрегаем смещением св. лучей, пока они проходят внутри линзы

D - опт. сила линзы $D = \frac{1}{F}$ - опт. сила линзы по определению

$[D] = дптр = \frac{1}{м}$

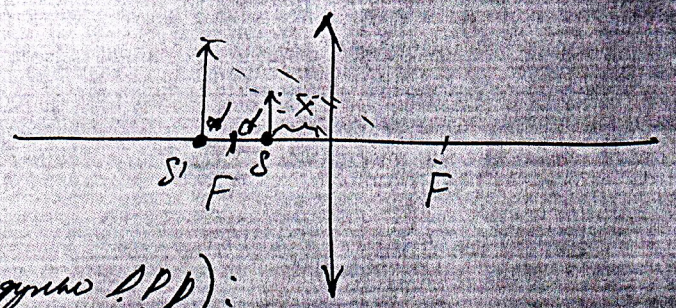
Задача:

Прямое изобр. ! (1) Линза соб. или (2) линза расс. !

$d = 15$ см

$D - ?$

(1)



$D_{соб} = \frac{2d+x}{d}$

1) Ф-ла линзы (всё по модулю !!!):

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2d} = D_{соб.}$$

$$\Gamma = \frac{2d+x}{x}$$

$x \in (0; F)$

$x \in (0; \frac{1}{D_{соб.}})$

$$\frac{x+2d-x}{x(x+2d)} = D_{соб.}$$

$$\frac{2d}{x(x+2d)} = D_{соб.}$$

$$x_{1,2} = \frac{-d \pm \sqrt{d^2 + \frac{2d}{D_{соб}}}}{1}$$

Отриц. кор. не подх.

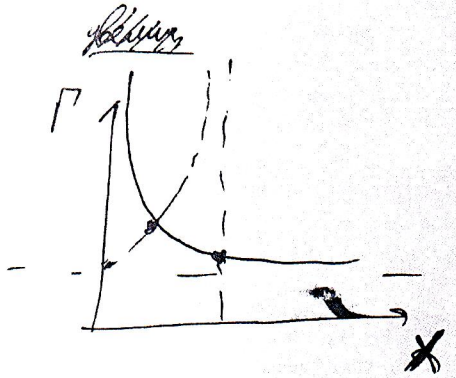
$$(x^2 + 2dx) D_{соб} = 2d$$

$$x^2 + 2x \cdot d - \frac{2d}{D_{соб.}} = 0$$

$$D_1 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = d^2 + \frac{2d}{D_{соб}}$$

Черн. 4

$$\Gamma = 1 + \frac{2d}{x} = 1 + \frac{2d}{x}$$



Черн. 5

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{\Gamma d} = D$$

$$\frac{1}{d}\left(1 + \frac{1}{\Gamma}\right) = D$$

$$1 + \frac{1}{\Gamma} = D \cdot d$$

$$\frac{1}{\Gamma} = Dx - 1$$

$$\Gamma = \frac{1}{Dx - 1} = 1 + \frac{2d}{x} = \frac{x + 2d}{x}$$

$$(Dx - 1)(x + 2d) = x$$

$$Dx^2 - x + 2dDx - 2d = x$$

$$Dx^2 + 2d \cdot Dx - 2d - 2x = 0$$

$$Dx^2 + 2x(Dd - 1) - 2d = 0$$

$$D_1 = (Dd - 1)^2 + 2dD = (Dd)^2 - 2Dd + 1 + 2Dd = (Dd)^2 + 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-(Dd - 1) \pm \sqrt{(Dd)^2 + 1}}{D} =$$

$$\frac{\sqrt{(Dd)^2 + 1} - (Dd - 1)}{D} < \frac{1}{D}.$$

$$\sqrt{(Dd)^2 + 1} < (Dd - 1)^2$$

$$\cancel{(Dd)^2} + \cancel{1} < \cancel{(Dd)^2} - 2Dd + \cancel{1}$$

$$-2Dd > 0 \quad !$$

$$2p^2 - 2Dp^2 = 1$$

$$2p^2 - 2Dp^2 = 1$$

$$p^2 = \frac{1}{2}$$

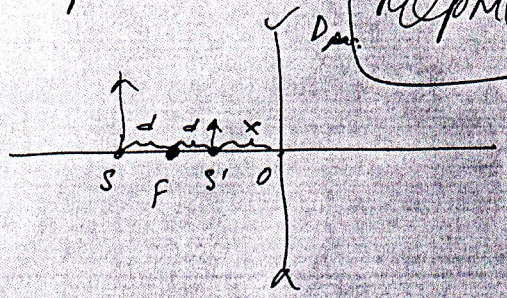
$$p = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Линза расс:

МОРМ 6

$$\sqrt{d^2+\frac{2d}{D_{соб}}}-d=X$$

$\frac{1}{D_{соб}}>X>0$ — точно



$$\sqrt{d^2+\frac{2d}{D_{соб}}}-d<\frac{1}{D_{соб}}$$

$$\sqrt{d^2+\frac{2d}{D_{соб}}}<\frac{1}{D_{соб}}+d$$

$$\Updownarrow$$

$$\cancel{d^2}+\frac{2d}{D_{соб}}<\frac{1}{D_{соб}^2}+\frac{2d}{D_{соб}}+\cancel{d^2}$$

$$\frac{1}{D_{соб}^2}>0 \quad ✓$$

$$\frac{1}{x+2d}-\frac{1}{x}=-D_{рас}$$

$$\frac{\cancel{x}-\cancel{x}-2d}{x(x+2d)}=-D_{рас}$$

$$D_{рас}=\frac{2d}{x(x+2d)}$$

$$2d\cdot D=x^2+2dx$$

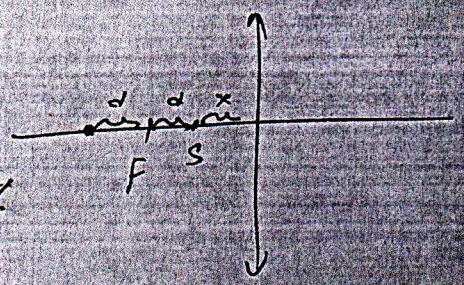
Д>0 т.к. всё по модулю

$$x^2+2dx-2d\cdot D=0$$

$$x^2+2x\cdot d-2d\cdot D=0$$

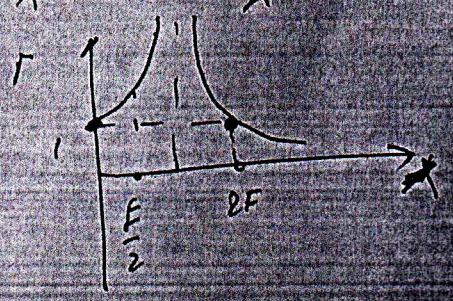
$$D_1=d^2+2d\cdot D>0 \text{ при } \forall D \text{ и } d.$$

$$x_{1,2}=-d\pm\sqrt{d^2+2d}$$



$$\Gamma=\frac{2d+x}{x}=1+\frac{2d}{x}$$

$$(x^2+2x\cdot d)D=2d$$



$$x^2D+2dDx-2d=0$$

$$D_1=(Dd)^2+2dD>0 \text{ при } \forall D$$

$$x_{1,2}=\frac{-Dd\pm\sqrt{(Dd)^2+2dD}}{D}$$ отриц. кор не подх.

$$x=\frac{\sqrt{(Dd)^2+2dD}-Dd}{D}<\frac{1}{D}$$

недостаточно

усл.

$$\sqrt{(Dd)^2+2dD}-Dd<1$$

$$\sqrt{(Dd)^2+2dD}<1+Dd$$

$$(Dd)^2+2dD<(Dd)^2+2dD+1$$

$$1>0 \quad ✓$$

Gauss Modelle

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+2d}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+2d}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{x+2d+x}{x(x+2d)}$$

$$x = \frac{f}{2} - d$$

Aufg. 2

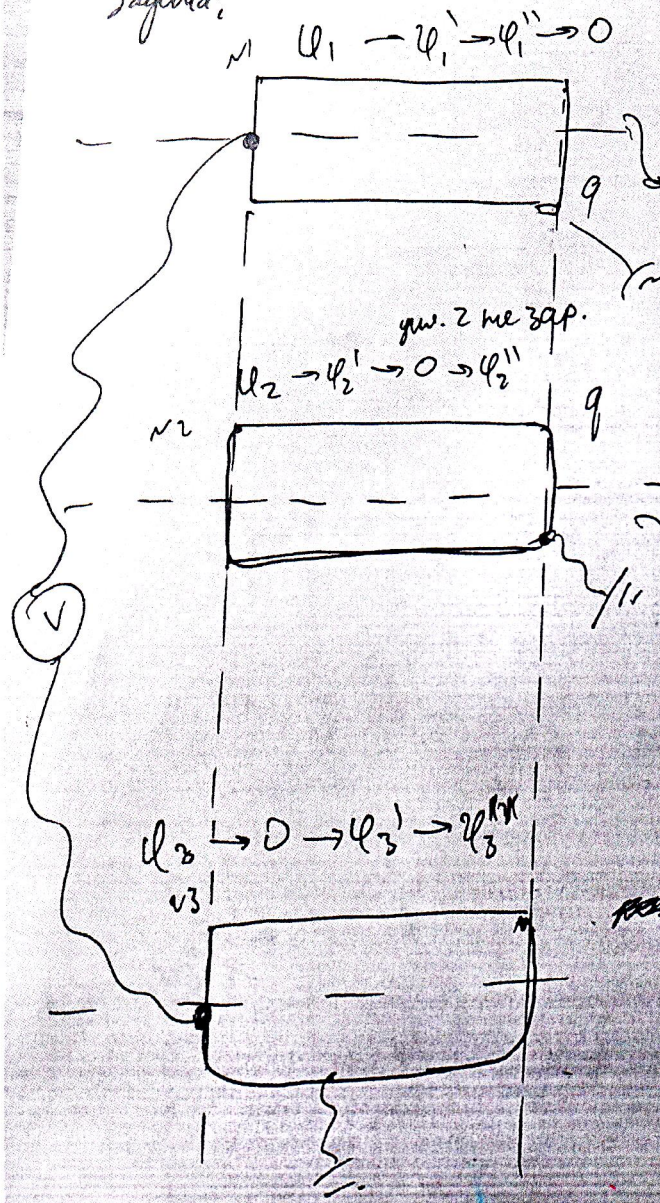
№3

(норм 8)

Вопрос:

Т.к. цилиндр мет., то разность потенциалов равна 0 (пов-ть проводника эквипотенциальна)

Задача:



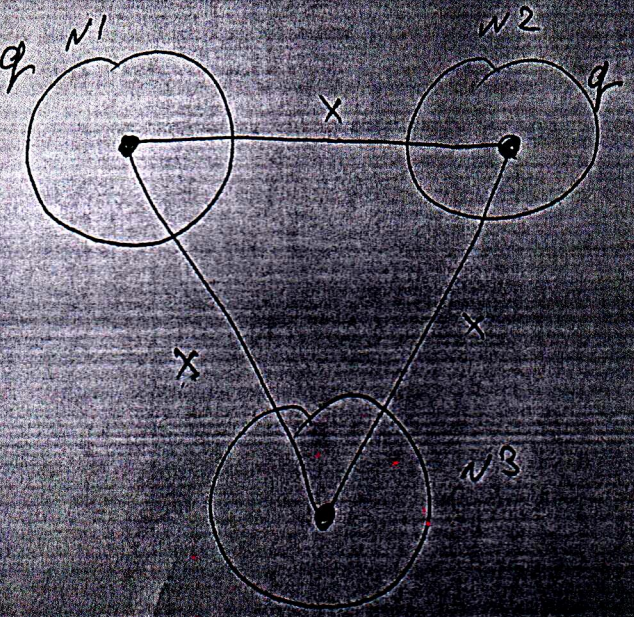
$\varphi_1 - \varphi_{\text{пов}} = U = 40$ В

$\varphi = \alpha \cdot \frac{q}{r}$,

α - коэфф. из геометрии

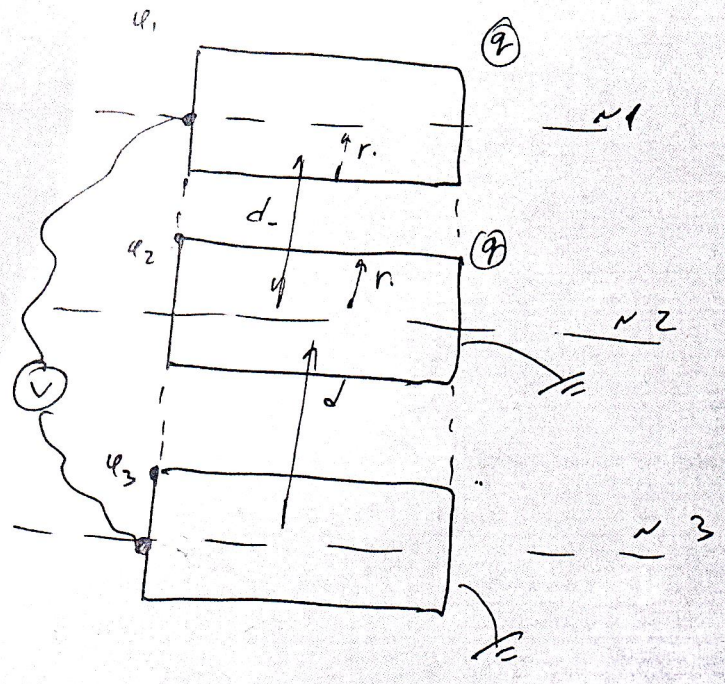
$\varphi_1' - 0 = U' = 60$ В

$U'' = \varphi_3''$



№3

черн. (9)



$U = \varphi_1 - \varphi_3$

$U' = \varphi_1 - 0 = \varphi_1$

$\varphi_2 = 0$

$\varphi_1 = 0,\ \varphi_2 \neq 0.$

$\varphi_1 - \varphi_3 = U$

зад 3: $U' = \varphi_1' - 0$

зад 2: $\varphi_2 = 0$

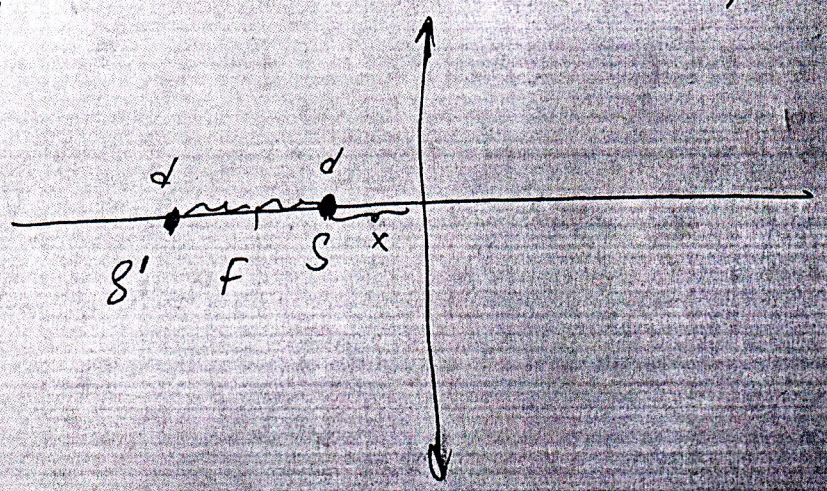
$\varphi_3'',\ \varphi_1''$

зад 1: $\varphi_2'',\ \varphi_1'' = 0,\ \varphi_3''$

$\varphi_3''' - ?$

$\varphi_c = \varphi_{осн.}$ $\varphi_{соб.} = k \cdot \frac{q}{r}$, k – пост. коэфф.

Соб.:



ф-ла линзы:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2d} = D_{соб.}$$

$$x = \frac{f}{D} - d$$