



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: «Покори Воробьевы Горы!»

Профиль олимпиады: **ФИЗИКА**

ФИО участника олимпиады: **Зиганшин Шамиль Асхатович**

Класс: 11

Технический балл: **75**

1	2	3	4	Σ	итог
5	3	0	1	9	75
15	19	12	20	66	

Дата проведения: **26 марта 2021 года**

№ 1

Улитовик

центр масс шестенки

в централизованной шарике = ?

его скорость и есть скорость

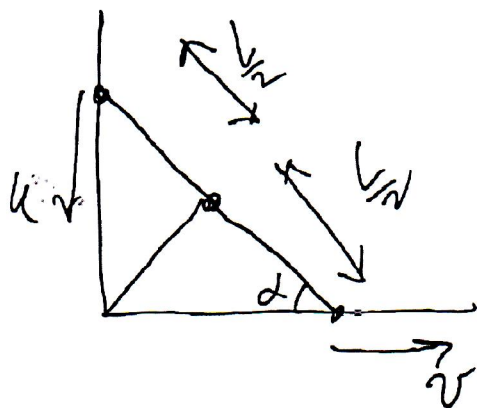
и и $\sqrt{3}$ скорости у.м.

шариков

$$\alpha = 60^\circ$$

m - масса шарика

$$g = 10 \frac{m}{c^2}$$



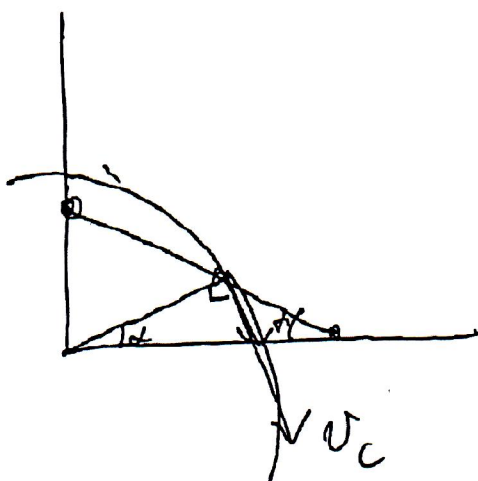
т. к. центр шарика соединяет шариком, то его скорость направлена по касательной с шариком

v_c - его скорость

из кин. связей

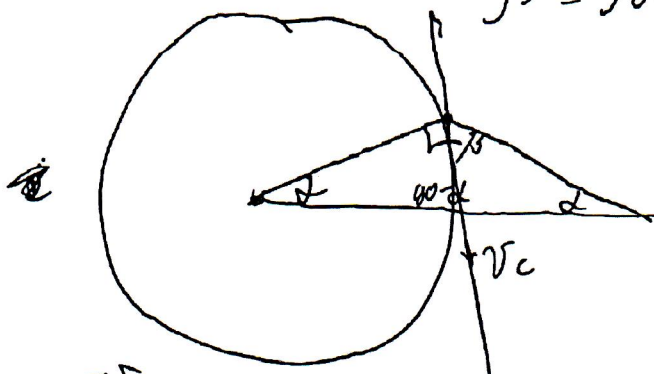
$$v = v_c \sin \alpha \quad \alpha = \frac{\pi}{3}$$

м. к скорости на стержень = const.



$$\beta + \alpha = 90^\circ - \alpha$$

$$\beta = 90^\circ - 2\alpha$$



$$v_c \cos \beta = v \cos \alpha$$

$$v_c \sin 2\alpha = v \cos \alpha$$

$$v_c = v \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{v}{\sqrt{3}}$$

1

Числовик

3 C ∅ от начального положения до вершины (угол 60°)

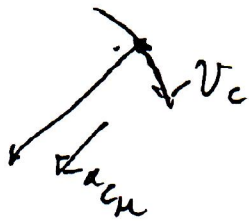
$$mgL + mg \frac{L}{2} = mgL \frac{\sqrt{3}}{2} + mg \frac{L}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{6} + \frac{mv^2}{6}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{9}{5} g L (1 - \frac{\sqrt{3}}{2})} = \sqrt{\frac{9}{5} \cdot 10 \cdot 0,8 (1 - \frac{\sqrt{3}}{2})}$$

α_c - ускорение центра масс.

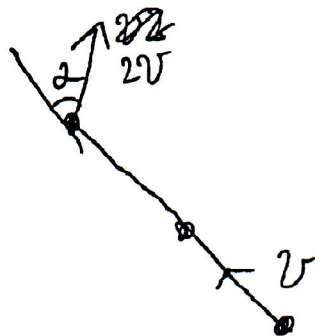
α_c в пределе на ~~всех~~ шарнире = $\frac{v_c^2}{L} = \frac{2v^2}{3L}$

$\alpha_{сн} = \frac{2v^2}{3L}$



Ответ: $v = \sqrt{\frac{9}{5} g L (1 - \frac{\sqrt{3}}{2})}$

Вопрос



т.к. есть кинемат. связь
то скорость на стержне
в пределе на стержне
в любой точке одинакова
 $\Rightarrow v = 2V \cos \alpha$
 $\cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$
Ответ: под углом = 60°

Продолжение задачи 1 на листе 14

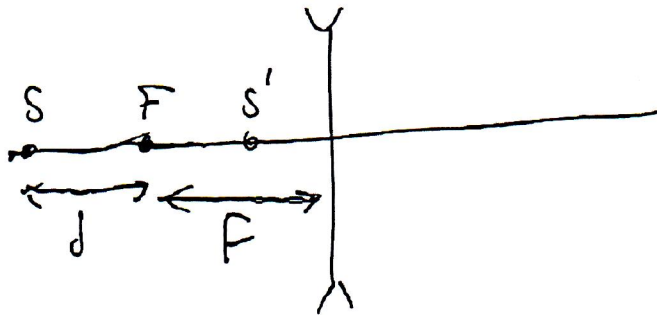
(2)

н 4

Эмиттеры

т.к у нас предмет и Прямое изображение
 $\Rightarrow$ линза рассеивающая или собирающая
 (в качестве линзы)

1) линза рассеивающая



S - предмет

S' - изображение

пр т. линзы

$$\frac{1}{d+F} - \frac{1}{F-d} = -\frac{1}{F} \quad (1)$$

$$\frac{1}{d+F} + \frac{1}{d-F} = -\frac{1}{F} \quad | \cdot (d+F)(d-F)/F$$

$$(d-F)F - (d+F)F = -(d+F)(d-F)$$

$$dF - F^2 - dF - F^2 = F^2 - d^2$$

$$-2F^2 = F^2 - d^2$$

$$F^2 = \frac{d^2}{3}$$

$$dF - F^2 + dF + F^2 = F^2 - d^2$$

$$F^2 - 2Fd - d^2 = 0$$

подставляем $d = 15 \text{ см}$

$$F^2 - 30F - 225 = 0$$

(3)

вопрос: если линза в воздухе, то $D = \pm \frac{1}{f}$

где f - фокусное расстояние

где знак зависит от типа линзы

$+$ для линзы собирающей и $-$ для линзы рассеивающей.

Если же линза не в воздухе, то эта формула может изменяться. Вместе с единицами могут появиться показатели преломления среды в конкретных случаях.

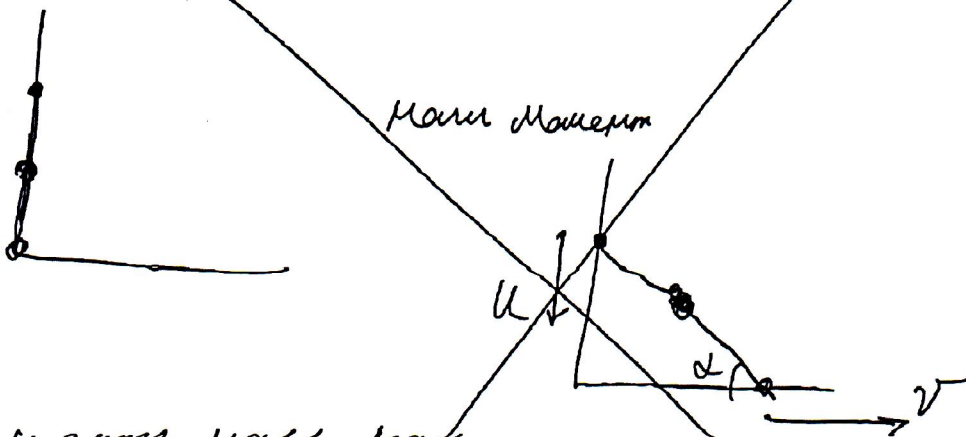
№ 1

$$\alpha = 60^\circ$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

как полет

пусть m - масса шарика.



центр масс находится в центре шарика

U - скорость в верхней точке, V - скорость в нижней

$V \cos \alpha$ - скорость шарика по стержню

т.к. стержень жесткий $\Rightarrow$ у остальных шариков такая же скорость

$$U \sin \alpha = V \cos \alpha \Rightarrow U = V \tan \alpha$$

пусть скорость центрального V_c (у него скорость

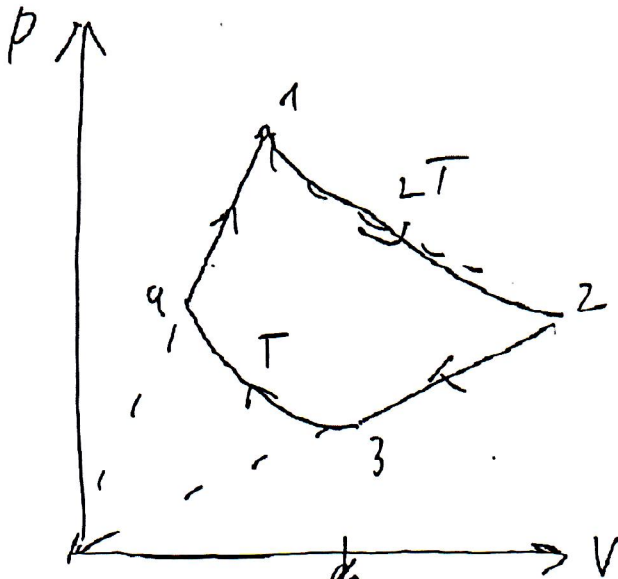
такая же как у центра масс)

(5)

N 2

Условие

T - температура
нижней изотермы
по условию
 $2T$ - температура
верхней.
по условию.



$$-\frac{A_{12}}{A_{23}} = 2$$

$$\eta = \frac{A_{\Sigma}}{Q_{\text{in}}}, \text{ где } Q_{\text{in}} = Q_{41} + Q_{12}$$

13 терм для 12

$$Q_{12} = A_{12}$$

13 терм для 23

$$Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23}$$

$$\Delta U_{23} = -\frac{3}{2} \nu R T$$

$$Q_{23} = A_{23} - \frac{3}{2} \nu R T$$

13 терм для 34

$$Q_{34} = A_{34}$$

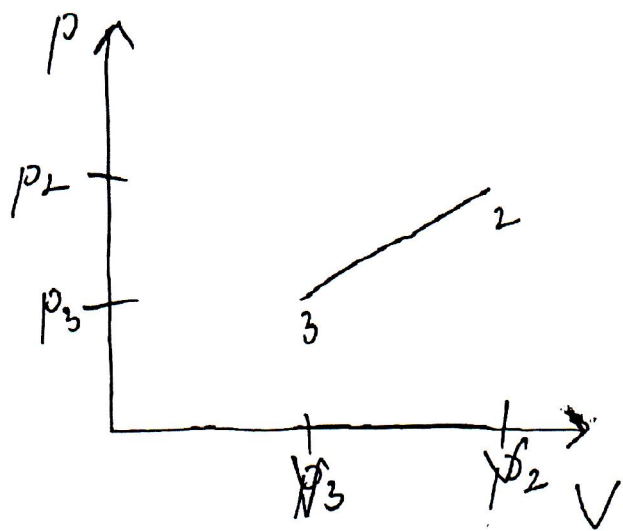
13 терм для 41

$$Q_{41} = A_{41} + \Delta U_{41} = A_{41} + \frac{3}{2} \nu R T$$

$$A_{23} = -S \text{ по треугольнику}$$

6

Замечание



$$A_{23} = S = \frac{p_2 + p_3}{2} (V_2 - V_3) =$$

$$= \frac{p_2 V_2 - p_2 V_3 + p_3 V_2 - p_3 V_3}{2}$$

$$\frac{V_2}{V_3} = \frac{p_2}{p_3} \Rightarrow p_3 V_2 = p_2 V_3$$

$$S = \frac{p_2 V_2 - p_3 V_3}{2} =$$

$$= \frac{\nu R \cdot 2T - \nu R T}{2} = \frac{\nu R T}{2}$$

$$A_{23} = - \frac{\nu R T}{2}$$

аналогично $A_{41} = + \frac{\nu R T}{2}$

$$A_{12} = - 2 A_{23} \text{ по условию}$$

$$A_{12} = \nu R T.$$

$$Q_{12} = \nu R T$$

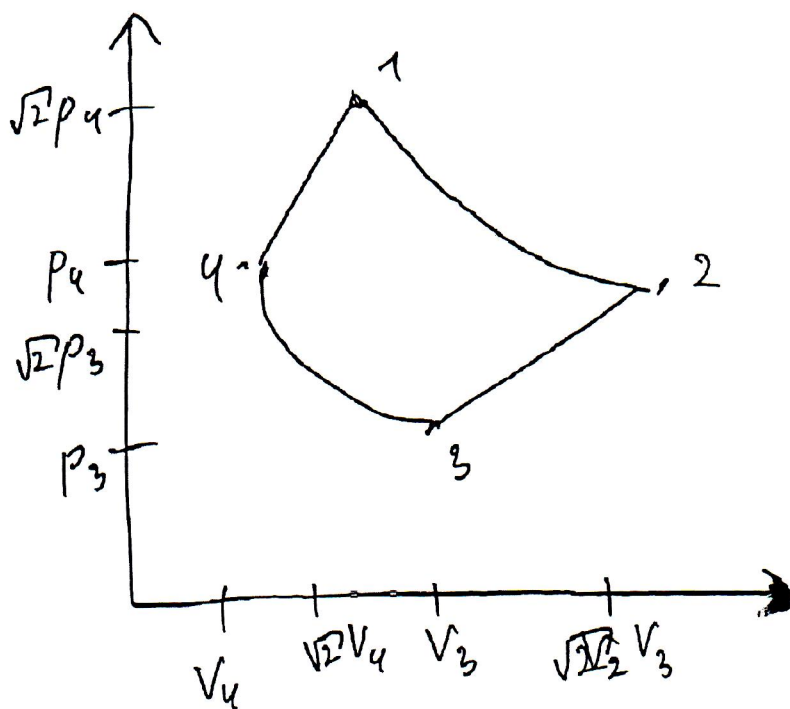
по условию

$$Q_{41} = 2 \nu R T \quad A_{41} = \frac{\nu R T}{2}$$

$$Q_{12} = \nu R T \quad A_{12} = \nu R T$$

$$\text{Итого } Q_{23} = - 2 \nu R T \quad A_{23} = - \frac{\nu R T}{2}$$

(14)



учитывая
 $\frac{p_2}{p_3} = \sqrt{\frac{2T}{T}} = \sqrt{2}$

из подобия
и М-К.

$$p_2 = \sqrt{2} p_3$$

аналогично

$$p_1 = \sqrt{2} p_4$$

отсюда с учетом

из М-К

$$p_3 V_3 = p_4 V_4$$

$$A_{12} = \gamma R T = \sum \delta A_{12} = \sum p \Delta V = \sum \frac{2 \gamma R T}{V} \Delta V =$$

$$= 2 \gamma R T \ln \frac{\sqrt{2} V_3}{\sqrt{2} V_4}$$

$$\gamma R T = 2 \gamma R T \ln \frac{V_3}{V_4}$$

$$\ln \frac{V_3}{V_4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{V_3}{V_4} = e^{\frac{1}{2}} \Rightarrow V_3 = e^{\frac{1}{2}} V_4 = \sqrt{e} V_4$$

из М-К

$$p_3 \sqrt{e} V_4 = p_4 V_4$$

$$p_4 = p_3 \sqrt{e}$$

(8)

числовик

$$A_{43} = \cancel{V} RT \ln V_3$$

$$A_{34} = \cancel{V} RT \ln \frac{V_4}{V_3} = V RT \ln \frac{1}{e^{\frac{1}{2}}} = -V RT \ln e^{\frac{1}{2}} =$$

$$= -\frac{V RT}{2} = ; Q_{34} = -\frac{V RT}{2}$$

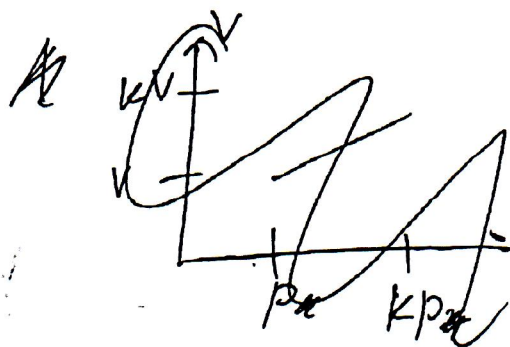
$$\eta = \frac{A_{41} + A_{23} + A_{34} + A_{41}}{Q_{41} + Q_{12}} = \frac{V RT - \frac{V RT}{2} - \frac{V RT}{2} + \frac{V RT}{2}}{3 V RT}$$

$$= \frac{1}{6}$$

Ответ: $\frac{1}{6}$

вопрос

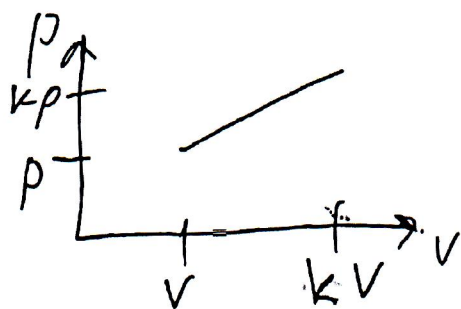
$A = 1000 \text{ Дж}$ в правой пружине.



$$k = \text{const}$$

$$A = k p V$$

$$k = \text{const}$$



$$A = \frac{kp + p}{2} \cdot V(k-1) = \frac{pV(k^2-1)}{2}$$

$$\Delta U = k^2 p V - p V =$$

$$= p V (k^2 - 1) = 2A =$$

$$= 2000 \text{ Дж}$$

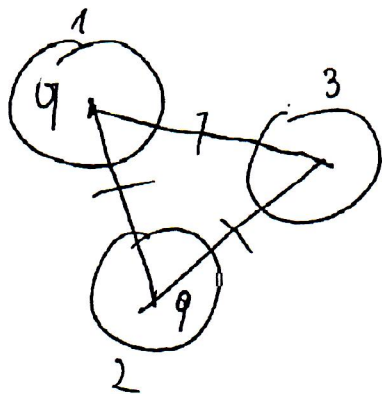
9

~~металл~~
 в металле и металле цилиндры =; от проводника
 а ~~эта~~ а в проводнике не будет поля.
 чтобы поле не было в проводнике
 создается обратное поле, которое
 по методу суперпозиции ~~с~~ используют.
 значит проводник создает в обратном
 направлении поле $E = 60 \frac{В}{м}$

$$\Delta\varphi = E h = 60 \frac{В}{м} \cdot 0,4 = 2,4 В$$

~~задача~~

Задача:
 вид сверху

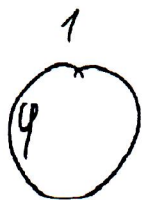


весь заряд цилиндров
 находится на внешней
 части (внутри нет
 заряда)

заземлив это значит, что
 у цилиндра потенциал
 становится как на
 бесконечности.

пусть цилиндр с зарядом q создает в себе
 потенциал ~~= $\Delta\varphi$~~ $= \frac{kq}{r}$, а в соседних $= \frac{kq}{r}$
 изначально 1 и 2 цилиндры заряжены по q

(10)



тогда

$$kq + tq - 2kq = 40$$

$$q(t - k) = 40$$

Чистовик



после заземления на 3 цилиндр подается заряд Q и его потенциал $= 0$



$$2kq + tQ = 0$$

$$Q = -\frac{2kq}{t}$$

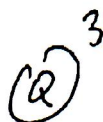


а в цилиндре 1 потенциал $= 60$

$$kq + tq + kQ = 60$$

$$kq + tq - \frac{2k^2q}{t} = 60$$

заземляем второй

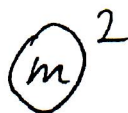


m - потенциал второй

заряд второго

$$mt + kq + kQ = 0 \quad m. \text{ если заземлен}$$

$$m = -\frac{k(q + Q)}{t}$$



заземляем 1-ый



k - заряд первого после заземления.



$$t h + m k + k Q = 0$$

Используем

$$h = - \frac{k(m+Q)}{t}$$

менее разности номеруемых систем

$$k m + k Q + t h - k m - k h - t Q =$$

$$= k(Q - h) - t(Q - h) = (k - t)(Q - h)$$

$$Q - h = Q + \frac{k(m+Q)}{t} = \frac{Q t + k m + k Q}{t} =$$

$$= \frac{Q t + k Q - \frac{k^2(Q+Q)}{t}}{t} = \frac{Q t^2 + k t Q - k^2 Q - k^2 Q}{t^2} =$$

$$= \frac{-\frac{2kQ}{t} t^2 - \frac{2kQ}{t} k t + \frac{2kQ}{t} k^2 - k^2 Q}{t^2} =$$

$$= \frac{-2kQ t - 2k^2 Q + \frac{2k^3 Q}{t} - k^2 Q}{t^2} =$$

$$= Q \frac{2k t - 3k^2 + \frac{2k^3}{t}}{t^2}$$

$$k - t = -\frac{40}{Q}$$

$$\Delta \varphi = -\frac{40}{Q} \cdot Q \cdot \frac{2k t - 3k^2 + \frac{2k^3}{t}}{t^2} = -40 \cdot \frac{2k t - 3k^2 + \frac{2k^3}{t}}{t^2}$$

(12)

Задача

$$\begin{cases} q(t-k) = 40 \\ kq + tq - \frac{2k^2q}{t} = 60 \end{cases}$$

$$\frac{40k}{t-k} + \frac{40t}{t-k} - \frac{2k^2 \cdot 40}{t(t-k)} = 60$$

$$40k + 40t - \frac{80k^2}{t} = 60t - 60k$$

$$100k - 20t - \frac{80k^2}{t} = 0 \quad | : t$$

$$100 \frac{k}{t} - 20 - 80 \frac{k^2}{t^2} = 0$$

$$x = \frac{k}{t}$$

$$80x^2 - 100x + 20 = 0$$

$$\text{D} \quad 8x^2 - 10x + 2 = 0$$

$$D = 100 - 4 \cdot 2 \cdot 8 = 36 = 6^2$$

$$x = \frac{10 \pm 6}{16} = ; \quad \left[\begin{array}{l} x = 1 \text{ не м. д. т. к. } k \neq t \\ x = \frac{1}{4} = ; \end{array} \right.$$

$$\Delta \varphi = -40 \cdot \left(2 \frac{k}{t} - 3 \frac{k^2}{t^2} + 2 \frac{k^3}{t^3} \right) =$$

$$= -40 \left(2 \cdot \frac{1}{4} - 3 \frac{1}{16} + 2 \frac{1}{64} \right) = -40 \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{16} + \frac{2}{64} \right) =$$

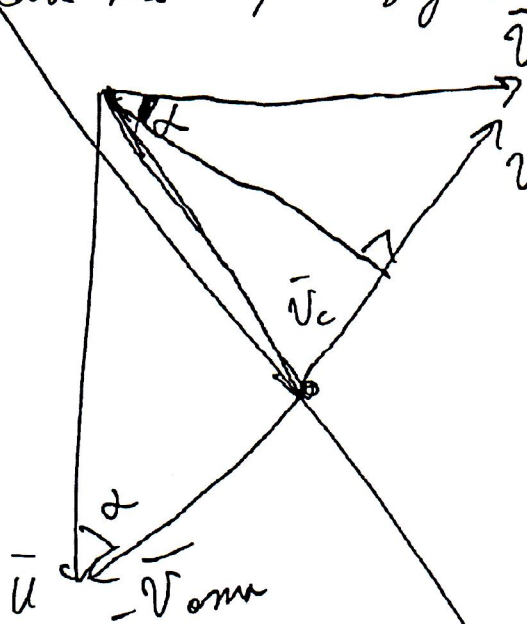
$$= -40 \cdot \frac{11}{32} = -\frac{5 \cdot 11}{4} = -\frac{55}{4} 13$$

сравниваем с результатом

$$\text{Ответ: } \frac{55}{4} 13$$

(13)

так же перейду в С.О где вращение происходит

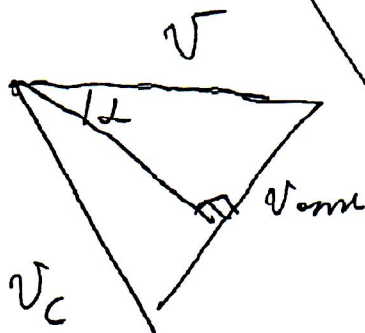


отсюда

$$V_{\text{отн}} V_{\text{отн}} = \frac{V \sin \alpha + U \cos \alpha}{2} =$$

$$= \frac{V \sin \alpha + \frac{V \cos^2 \alpha}{\sin \alpha}}{2} =$$

$$= \frac{V}{2 \sin \alpha}$$



по теореме

$$V_c = \sqrt{(V \cos \alpha)^2 + (V_{\text{отн}} - V \sin \alpha)^2} =$$

$$= \sqrt{(V \cos \alpha)^2 + \left(\frac{V}{2 \sin \alpha} - V \sin \alpha\right)^2} =$$

$$= \sqrt{V^2 \cos^2 \alpha + V^2 \left(\frac{1}{2 \sin \alpha} - \sin \alpha\right)^2}$$

$$= \sqrt{V^2 \cos^2 \alpha + V^2 \left(\frac{1}{2 \sin \alpha} - \sin \alpha\right)^2} = V \sqrt{\cos^2 \alpha + \left(\frac{1 - 2 \sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha}\right)^2} =$$

$$= V \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{1 - 2 \sin^2 \alpha}{\sqrt{3}}\right)^2} = V \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{12}} = \frac{V}{\sqrt{3}}$$

возвращаемся к 1

$$E_k = \frac{m V^2}{2} + \frac{m V^2}{6} + \frac{m V^2}{6} = \frac{5}{6} m V^2$$

$$\frac{5}{6} m V^2 = \frac{3}{2} m g L \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$V = \sqrt{\frac{9}{5} m g L \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$$

14

Черновики

3) С → от начального до нашего

$$E_{n0} = mgL + mg \frac{L}{2}$$

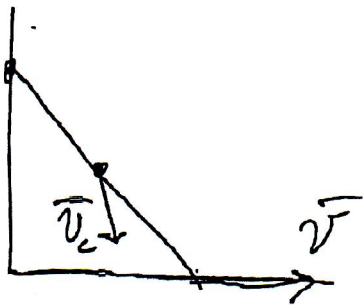
$$E_{n1} = mgL \frac{\sqrt{3}}{2} + mgL \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$E_{k1} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2 \cos^2 \alpha}{2} + \frac{mv_c^2}{2}$$

$$E_{n0} = E_{n1} + E_{k1}$$

$$mgL + mg \frac{L}{2} = mgL \frac{\sqrt{3}}{2} + mgL \frac{\sqrt{3}}{4} + E_{k1}$$

$$E_{k1} = \frac{3}{2} mgL - mgL \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{3}{2} \right) = \frac{3}{2} mgL \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) (1)$$

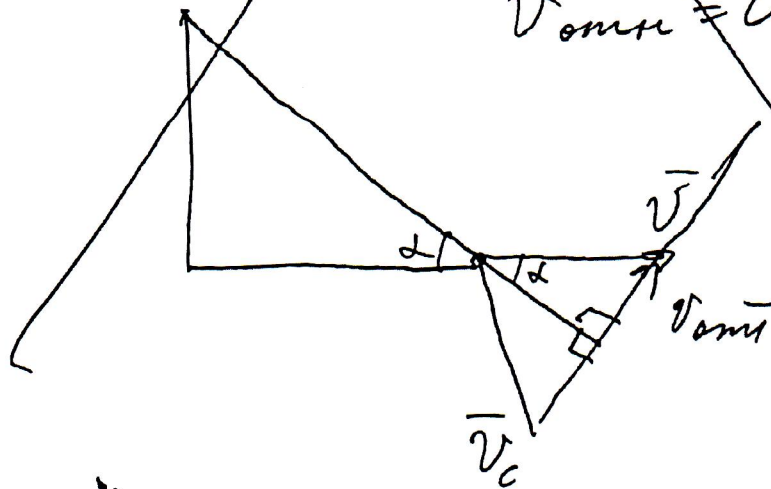


перейду в С. О. ч. м.

тогда центр шарик покажет
и другие два движутся
по окружности радиуса $\frac{L}{2}$

Вотн для нашего случая

$$\vec{v}_{отн} = \vec{v} - \vec{v}_c$$



(15)

Черновик
ускорение шарика нитки = α
 α_c - ускорение центра масса

$$\bar{\alpha}_{\text{отн}} = \bar{\alpha} - \bar{\alpha}_c$$

$$\alpha_{\text{отн}} = \frac{2V_{\text{отн}}^2}{L} = \frac{2 \cdot \cancel{25^2}}{\cancel{L \cdot 4 \text{ см}^2}} - \frac{\cancel{25^2}}{\cancel{2L \text{ см}^2}} = \frac{25^2}{2L \cdot \frac{3}{4}} = \frac{25^2 \cdot 4}{6L} = \frac{2 \cdot 25^2}{3L}$$

Ускорения

a_{cm} - тангенциальное ускорение центра.

a - ускорение нити

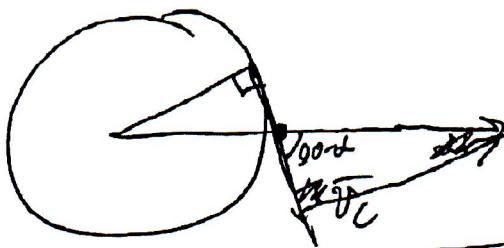
$a_{отн}$ - ускорение нити

в с.о. центра масс

$$a_{отн} = \frac{v_{отн}}{\frac{L}{2}}$$

$$\overline{v_{отн}} = \overline{v} - \overline{v_c}$$

- направлено перпендикулярно стержню из т. касания



$$v_{отн} = \sqrt{v^2 + v_c^2 - 2vv_c \cos \alpha}$$

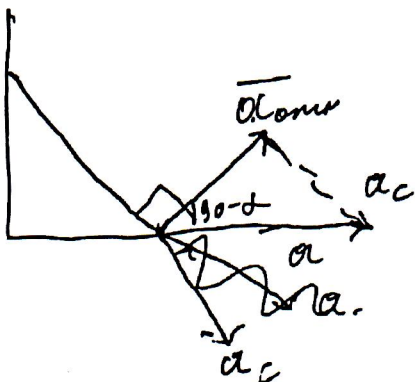
$$= \sqrt{v^2 + \frac{v^2}{3} - \frac{2v^2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{v}{\sqrt{3}}$$

$$a_{отн} = \frac{2v^2}{3L}$$

$$a_{отн} = a - a_c \Rightarrow a = a_{отн} + a_c$$

$$a \cos \alpha = a_{отн}$$

$$a = \frac{a_{отн}}{\cos \alpha} = \frac{\frac{2v^2}{3L}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4v^2}{3\sqrt{3}L}$$



$$a_{отн} = a = \frac{4v^2}{3\sqrt{3}L}$$

1.7