



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: «Покори Воробьевы Горы!»

Профиль олимпиады: **ФИЗИКА**

ФИО участника олимпиады: **Клочков Константин Александрович**

Класс: 11

Технический балл: **99**

1	2	3	4	Σ	итог
5	5	5	4	19	99
20	20	20	20	80	

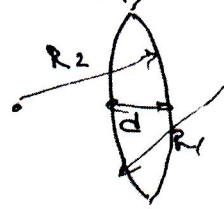
Дата проведения: **26 марта 2021 года**

Тыстович.

НЧ) Тонкой называется линза, толщина которой много меньше радиусов её сферических поверхностей

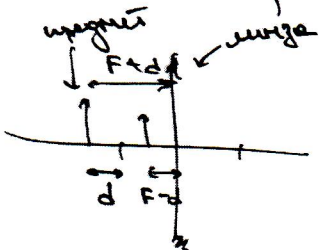
$$d \ll R_1$$

$$d \ll R_2$$



Оптическая сила $D = \frac{1}{F}$, когда линза собирающая,
 $D = -\frac{1}{F}$, когда линза рассеивающая
 (здесь я считаю F положительной величиной,
 т.к. это расстояние).

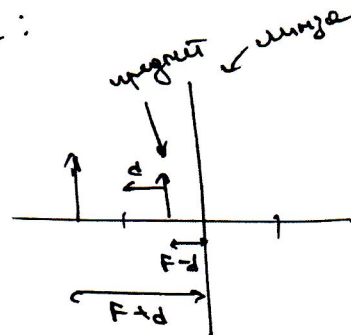
Рассмотрим случаи:



Ф-ла тонкой линзы:

$$\frac{1}{F+d} - \frac{1}{F-d} = \pm \frac{1}{F}$$

$$\begin{cases} \frac{F-d-F-d}{F^2-d^2} = \pm \frac{1}{F} \\ \frac{F+d-F+d}{F^2-d^2} = \pm \frac{1}{F} \end{cases}$$



Ф-ла тонкой линзы:

$$\frac{1}{F-d} - \frac{1}{F+d} = \pm \frac{1}{F}$$

$$\begin{cases} \frac{-2d}{F^2-d^2} = \pm \frac{1}{F} \\ \frac{2d}{F^2-d^2} = \pm \frac{1}{F} \end{cases}$$

$$\frac{2d}{F^2-d^2} = \pm \frac{1}{F}; \quad \pm 2Fd = F^2-d^2; \quad F^2 \pm 2Fd - d^2 = 0$$

$$(F \pm d)^2 = 0$$

$$\begin{cases} F^2 + 2Fd - d^2 = 0 & \Phi_1 = d^2 + d^2 = 2d^2 \\ F^2 - 2Fd - d^2 = 0 & F = -d \pm \sqrt{2d^2} \\ & F = d \pm \sqrt{2d^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F = d \\ F = -d \\ F > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F = d(\pm\sqrt{2}-1) \\ F = d(\pm\sqrt{2}+1) \end{cases}$$

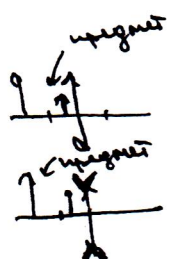
Фокус я считал положительным
 (так что $\pm \frac{1}{F}$)

$$\Rightarrow F = d(\sqrt{2}) \quad F = d(1 \pm \sqrt{2})$$

это получилось

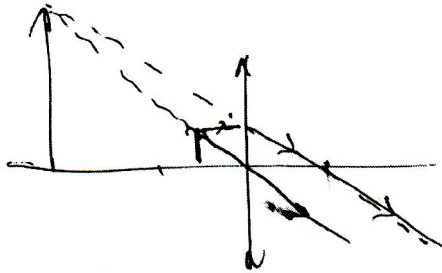
$$\text{из } \frac{2d}{F^2-d^2} = \frac{1}{F}$$

$$\text{и } \frac{-2d}{F^2-d^2} = -\frac{1}{F}$$



пешовик.

Осталось проверить, что изображение прямое:



изображение
прямое

такая конфигурация

у соб. линзы при
 $F-d > 0$,

$$\text{зн. } F = d(1+\sqrt{2})$$

$$D = \frac{1}{d(1+\sqrt{2})}$$

$$\sqrt{2} \approx 1,41; \quad 1+\sqrt{2} \approx 2,41 \quad \times \begin{array}{r} 0,15 \\ 2,41 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$D = \pm 2,766 \dots \text{гнтр}$$

$$\text{Ответ: } D = \pm 2,77 \text{ гнтр}$$

$$\begin{array}{r} + 60 \\ 30 \\ \hline 0,3615 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10000 \mid 3615 \\ - 7230 \mid 2766 \\ \hline 27700 \\ - 25305 \\ \hline 23950 \\ - 21690 \\ \hline 22600 \\ - 21690 \\ \hline \dots \end{array}$$

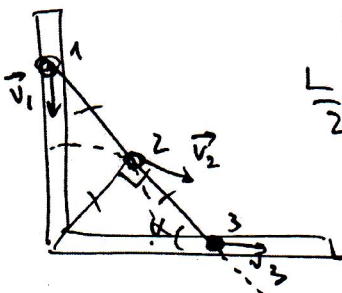
N1)

Стержень жёсткий, так что
не имеет свой длины, а это
значит, что проекции ~~на~~ скорости
любой точки стержня на стержень равны:
 ~~$V \cos \alpha$~~ $V_{||} = V \cos \alpha, \quad \cos \alpha = \frac{V_{||}}{V} = \frac{0,5}{1} = \frac{1}{2}$

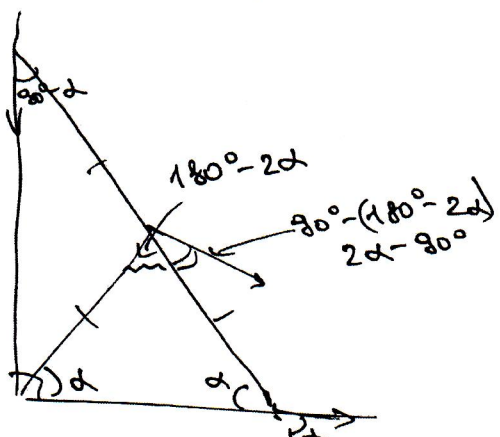
$$\alpha = 60^\circ$$

Ответ: под углом

Средний шарик соединён со стержнем
 $\frac{L}{2}$, так что ~~он~~ движется по окружности.
Для начала запишем кинематиче-
скую связь для стержня L:
(см. рис 3)



Условие.



$$V_1 \sin \alpha = V_2 \cos (2\alpha - 90^\circ) = V_3 \cos \alpha$$

$$V_1 \sin \alpha = V_2 \sin 2\alpha = V_3 \cos \alpha$$

$$\begin{cases} V_1 = V_3 \cot \alpha \\ V_2 = V_3 \frac{\cos \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{V_3}{2 \sin \alpha} \end{cases}$$

Путь на уровне нижней направленной $E_n = 0$.
Запишем полную энергию м-ки:

$$E = mgL \sin \alpha + mg \frac{L}{2} \sin \alpha + \frac{mV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2} + \frac{mV_3^2}{2}$$

m - масса шарика.

$$\frac{E}{m} = \frac{3}{2} gL \sin \alpha + \frac{1}{2} \left(V_3^2 \cot^2 \alpha + \frac{V_3^2}{4 \sin^2 \alpha} + V_3^2 \right)$$

$$\frac{E}{m} (90^\circ) = \frac{E}{m} (\alpha) \Rightarrow \frac{3}{2} gL = \frac{3}{2} gL \sin \alpha + \frac{1}{2} \left(V_3^2 \cot^2 \alpha + \frac{V_3^2}{4 \sin^2 \alpha} + V_3^2 \right)$$

$$V_{01} = V_{02} = V_{03} = 0$$

$$3gL(1 - \sin \alpha) = V_3^2 \left(\frac{1}{4 \sin^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha} \right) = \frac{5}{4} \frac{V_3^2}{\sin^2 \alpha}$$

$$V_3 = \sqrt{\frac{12gL(1 - \sin \alpha) \sin^2 \alpha}{5}}$$

$$V_3 = \sqrt{\frac{12 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 98 \text{ м} \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{5}} = \sqrt{24 \cdot 98 \cdot \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{4}} =$$

$$= \sqrt{7,2 \cdot (2 - \sqrt{3})} \approx \sqrt{1,39 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}$$

$$\sqrt{3} \approx 1,73; \quad 2 - \sqrt{3} \approx 0,27$$

$$\begin{array}{r} 1,42 \\ \times 0,27 \\ \hline 50,4 \\ + 114 \\ \hline 1,944 \end{array}$$

$$1,4^2 \approx 1,96$$

$$1,39^2 \approx 1,9321$$

$$\frac{E}{m} = \frac{3}{2} gL \sin \alpha + \frac{1}{2} V_3^2 \cdot \frac{5}{4} \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$\frac{E}{m} = \text{const.}$ Возвратим произведение по времени
от обеих частей

Microber.

$$0 = \frac{3}{2} g L \cos \alpha \cdot \left(\alpha \right) + \frac{5}{8} \cdot 2 \frac{V_3}{\sin \alpha} \cdot \left(\frac{V_3}{\sin \alpha} \right)$$

$$\frac{3}{2} g L \cos \alpha \cdot \frac{V_2}{L} = \frac{5}{8} \cdot 2 \left(\frac{V_3}{\sin \alpha} \right) \cdot \frac{V_3}{\sin \alpha} = \frac{5}{8} \cdot 2 \cdot \frac{V_3 \sin \alpha - V_3 (\sin \alpha)}{\sin^2 \alpha} \frac{V_3}{\sin \alpha}$$

$$\frac{3}{2} g \cos \alpha \cdot V_2 \cdot \frac{8}{5} \sin^2 \alpha = \left(V_3 \sin \alpha - V_3 \left(\cos \alpha \cdot \left(-\frac{V_2}{L/2} \right) \right) \right) \frac{V_3}{\sin \alpha}$$

$$\frac{12}{5} \frac{V_3}{2 \sin \alpha} \cdot g \cos \alpha \sin^2 \alpha = \left(V_3 \sin \alpha + V_3 \cdot \frac{2}{L} \cdot \frac{V_3}{2 \sin \alpha} \cos \alpha \right) \frac{V_3}{\sin \alpha}$$

$$\frac{6}{5} V_3 g \cos \alpha \sin \alpha = \left(V_3 \sin \alpha + \frac{V_3^2 \cos \alpha}{L \sin \alpha} \right) \frac{V_3}{\sin \alpha}$$

$$\frac{6}{5} g \cos \alpha \sin \alpha = \dot{V}_3 + \frac{V_3^2}{L} \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$\dot{V}_3 = \frac{6}{5} g \cos \alpha \sin \alpha - \frac{V_3^2}{L} \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} =$$

$$= \frac{6}{5} g \cos \alpha \sin \alpha - \frac{12}{5} g (1 - \sin \alpha) \sin \alpha \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} =$$

$$= \cos \alpha \left(\frac{6}{5} g \sin \alpha - \frac{12}{5} g (1 - \sin \alpha) \right) = \frac{g \cos \alpha}{5} (6 \sin \alpha - 12 + 12 \sin \alpha) =$$

$$= \frac{g \cos \alpha}{5} (18 \sin \alpha - 12) = \left| \frac{g \cos \alpha}{5} 6 (3 \sin \alpha - 2) \right|$$

$$\dot{V}_3 = \frac{10 \text{ m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{1}{2} \left(3 \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \right) = \frac{6^3}{2} (3 \sqrt{3} - 4) = \boxed{3,57 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$\sqrt{3} = 1,73; \quad \begin{array}{r} 1,73 \\ \times 1,19 \\ \hline 5,19 \\ - 1,19 \\ \hline 1,19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,19 \\ \times 1,19 \\ \hline 3,57 \end{array}$$

$$\text{Orbit: } \begin{array}{l} V_3 \approx 1,39 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \dot{V}_3 \approx 3,57 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{array}$$

$$N2) A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \alpha V dV = \frac{\alpha}{2} (V_2^2 - V_1^2)$$

y-e mengenebe - Prinzip: $pV = \alpha RT$, $\alpha V^2 = \alpha RT$

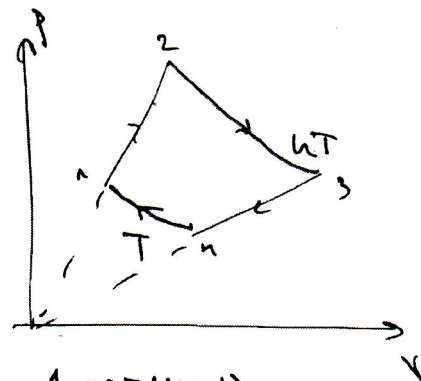
$$\Delta U = \frac{3}{2} (\alpha RT_2 - \alpha RT_1) = \frac{3}{2} (\alpha V_2^2 - \alpha V_1^2) = \frac{3}{2} \cdot 2A = 3A$$

$$\boxed{\Delta U = 3A}$$

Условие.

Ранее доказано, что в процессе
 $p = \alpha V$, $\Delta U = 3A$, а значит
 по первому началу термодинамики

$$Q = \frac{4}{3} \Delta U = 2 \alpha R T$$



Получаем $A_{12} = \frac{1}{2} \alpha R T (n-1)$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \alpha R T (n-1)$$

$$Q_{12} = 2 \alpha R T (n-1)$$

$$A_{31} = \frac{1}{2} \alpha R T (n-1)$$

$$\Delta U_{31} = \frac{3}{2} \alpha R T (n-1)$$

$$Q_{31} = 2 \alpha R T (n-1)$$

Все $A, \Delta U, Q$ для полученных
 температур одинаковы.

работы, изм.-м.-м и кал-те

$$A_{23} = K A_{31}$$

Первое начало термодинамики для $2 \rightarrow 3$: $Q_{23} = A_{23}$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \Delta U_{23} = 0$$

$$Q_{23} = A_{23} = \frac{K}{2} \alpha R T (n-1)$$

γ -е Менгелова квантисации:

$$pV = \alpha R T$$

$$\alpha V^2 = \alpha R T$$

$$\frac{\alpha V_2^2}{\alpha V_1^2} = \frac{\alpha R n T}{\alpha R T}; V_2 = V_1 \sqrt{n}$$

$$p_2 = p_1 \sqrt{n}$$

Аналогично

$$V_3 = V_1 \sqrt{n}$$

$$p_3 = p_1 \sqrt{n}$$

Работа на изотерме:

$$A_T = \int_{V_2}^{V_3} p dV = \int_{V_2}^{V_3} \frac{\alpha R T}{V} dV = \alpha R T \ln \frac{V_3}{V_2} \Rightarrow A_{23} = \alpha R n T \ln \frac{V_4}{V_1}$$

$$A_{11} = \alpha R T \ln \frac{V_4}{V_1} \Rightarrow$$

$$V_2 = V_1 \sqrt{n}$$

$$V_3 = V_1 \sqrt{n}$$

$$\Rightarrow A_{11} = \frac{A_{23}}{n} \Rightarrow Q_{11} = A_{11} = \frac{K}{2n} \alpha R T (n-1)$$

$$\eta = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H} = 1 - \frac{Q_X}{Q_H} = 1 - \frac{2 \alpha R T (n-1) + \frac{K}{2n} \alpha R T (n-1)}{2 \alpha R T (n-1) + \frac{K}{2} \alpha R T (n-1)}$$

$$= 1 - \frac{2 + \frac{K}{2n}}{2 + \frac{K}{2}} = 1 - \frac{4 + \frac{K}{n}}{4 + K} = \left| 1 - \frac{4n + K}{(4 + K)n} \right|$$

Получен.

$$\eta = 1 - \frac{4 \cdot 2 + 2}{(4+2) \cdot 2} = 1 - \frac{10^5}{2 \cdot 6} = \frac{1}{6} = 0,1(6)$$

$$\boxed{\eta \approx 16,7\%}$$

$$\text{Ответ: } \eta = \left| 1 - \frac{n+k}{n(n+k)} \approx 16,7\% \right|$$

№3) Металлический цилиндр является проводником. В установившемся режиме заряды индуцируются на поверхности цилиндра, так, чтобы поле внутри него стало 0. А раз поле 0, то $\Delta \varphi = 0$

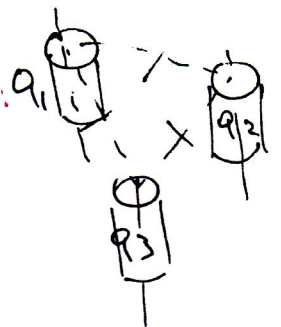
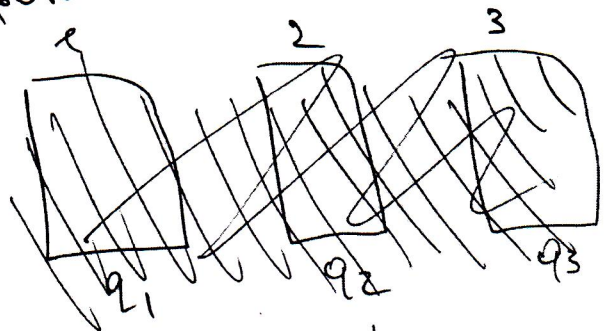
Как известно, в ~~такой~~ ^{электростатической} системе ~~зарядов~~ ^{проводников в любой точке} потенциал можно определить как $\varphi = C_1 q_1 + C_2 q_2 + C_3 q_3 + \dots$ где $C_1, C_2, C_3, \dots$ зависят ~~от зарядов~~ ^{от геометрии} геометрии нашей задачи не меняются (геометрия ~~ис-м~~ ^{ис-м} одинаковой на протяжении всей задачи)

Тогда

$$\varphi_1 = C_{11} q_1 + C_{12} q_2 + C_{13} q_3$$

$$\varphi_2 = C_{22} q_2 + C_{21} q_1 + C_{23} q_3$$

$$\varphi_3 = C_{33} q_3 + C_{31} q_1 + C_{32} q_2$$



$C_{11} = C_{22} = C_{33}$, т.к. цилиндры одинаковые и из симметрии $C_{13} = C_{31}, C_{12} = C_{21}$

$$C_{12} = C_{21} = C_{23} = C_{32} \quad C_{13} = C_{31} = C_{21} = C_{12} = C_{23} = C_{32}$$

Микрофон.

~~$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = A$~~

$$\varphi_1 = C_{11} q_1 + C_{12} q_2 + C_{13} q_3$$

$$\varphi_2 = C_{11} q_2 + C_{12} q_1 + C_{12} q_3$$

$$\varphi_3 = C_{11} q_3 + C_{13} q_1 + C_{12} q_2$$

здесь
я не понимаю,
что $C_{13} = C_{12}$,
я думаю
это опечатка

~~$u = (C_{11} q_1 + C_{12} q_2 - C_{13} q_1 - C_{12} q_2) =$~~

~~$(C_{11} q - C_{13} q) = u$~~

Корго N3 заземлим:

$$\varphi_3 = 0, \quad q_3' = \frac{-C_{13} q_1 - C_{12} q_2}{C_{11}} = -\frac{C_{13} + C_{12}}{C_{11}} q$$

$$u' = (C_{11} q_1 + C_{12} q_2 - \frac{C_{13}}{C_{11}} (C_{13} + C_{12}) q_3 -$$

$$- C_{11} (-(C_{13} + C_{12}) q + C_{13} q_1 + C_{12} q_2)) =$$

$$= (C_{11} q - \frac{C_{13}}{C_{11}} (C_{13} + C_{12}) q + C_{13} q + C_{12} q - C_{13} q)$$

$$= q (C_{11} + C_{12} - \frac{C_{13}}{C_{11}} (C_{13} + C_{12})) = u'$$

Корго N2 заземлим:

$$\varphi_2 = 0; \quad q_2' = -\frac{C_{12} q_1 + C_{13} q_3}{C_{11}} = -\frac{C_{12}}{C_{11}} \left(q - \frac{C_{13} + C_{12}}{C_{11}} q \right)$$

$$= -\frac{C_{12}}{C_{11}} q \left(\frac{C_{11} - C_{13} - C_{12}}{C_{11}} \right)$$

Корго N1 заземлим:

$$\varphi_1 = 0; \quad q_1' = -\frac{C_{12} q_2 + C_{13} q_3}{C_{11}} = +\frac{C_{12}}{C_{11}} \frac{C_{12}}{C_{11}} q \left(\frac{C_{11} - C_{13} - C_{12}}{C_{11}} \right) +$$

$$+ \frac{C_{13}}{C_{11}} \cdot \frac{C_{13} + C_{12}}{C_{11}} q$$

Проверка.

q_1, q_2

$$u'' = (C_{11}q_1' + C_{12}q_2' + C_{13}q_3' - C_{11}q_3' - C_{13}q_1' - C_{12}q_2') =$$

$$= (\cancel{C_{11}q_1'} + \cancel{C_{12}q_2'} + C_{13}q_3' - C_{11}q_3' - C_{13}q_1' - \cancel{C_{12}q_2'}) =$$

$$= (C_{11} - C_{13})(q_1' - q_3')$$

$$u'' = \frac{q}{C_{11}^3} (C_{11} - C_{13} - C_{12}) + \frac{C_{13} + C_{12}}{C_{11}} + \frac{C_{13}}{C_{11}} \frac{C_{13} + C_{12}}{C_{11}}$$

Изначально я не написал, что $C_{13} = C_{12}$. Проверим это

$$u = (C_{11} - C_{12})q$$

$$u' = q(C_{11} + C_{12} - \frac{C_{12}}{C_{11}} \cdot 2C_{12}) = q(C_{11} + C_{12} - \frac{2C_{12}^2}{C_{11}})$$

$$u'' = q(C_{11} - C_{12}) \left(\frac{C_{12}^2}{C_{11}^3} (C_{11} - 2C_{12}) + \frac{2C_{12}}{C_{11}} + \frac{2C_{12}^2}{C_{11}^2} \right)$$

Найдём $C_{11} \sim C_{12}$; $C_{11} = \frac{u}{q} + C_{12}$

$$\frac{u'}{q} = C_{12} + \frac{u}{q} + C_{12} - \frac{2C_{12}^2}{\frac{u}{q} + C_{12}}$$

$$\frac{u'u}{q^2} + \frac{C_{12}u'}{q} = C_{12}^2 + \frac{2C_{12}u}{q} + \frac{u^2}{q^2} + \frac{C_{12}u}{q} + \cancel{C_{12}^2} - \cancel{2C_{12}^2}$$

$$C_{12} \left(\frac{u'}{q} - \frac{3u}{q} \right) = \frac{u^2}{q^2} - \frac{u'u}{q^2}$$

$$C_{12} = \frac{1}{q} \frac{u(u-u')}{u'-3u}; \quad C_{12} = \frac{1}{q} \frac{40(-20)}{60-120} = \frac{1}{q} \frac{800}{60} = \boxed{\frac{40}{3} \frac{1}{q}}$$

$$c_{11} = \frac{40}{9} + \frac{40}{3} \cdot \frac{1}{9} = 40 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{9} = \frac{160}{3} \cdot \frac{1}{9} \quad \underline{\text{Питовик}}$$

Подставим c_{11} и c_{12} в u'' и найдем его:

$$u'' = \left(\frac{160}{3} - \frac{40}{3} \right) \left(\left(\frac{40}{3} \right)^2 \left(\frac{3}{160} \right)^3 \left(\frac{160}{3} - \frac{80}{3} \right)^{\frac{2}{3}} + 2 \cdot \frac{40}{3} \cdot \frac{3}{160} \right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= 40 \left(\frac{3}{13 \cdot 40} \cdot \frac{80^2}{3} + \frac{2}{4} \right) = 40 \left(\frac{2}{64} + \frac{2}{4} \right) = 40 \left(\frac{1}{32} + \frac{1}{2} + \frac{2}{16} \right) =$$

$$= \frac{17 \cdot 40^5}{32} = \frac{85}{4} = 21,25 \text{ B}$$

~~Ответ: $u'' = 21,25 \text{ B}$~~

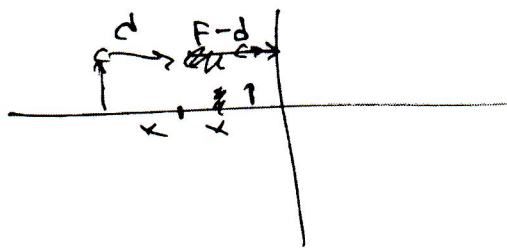
$$= 40 \left(\frac{1}{32} + \frac{1}{2} + \frac{2}{16} \right) = \frac{40}{32} (1 + 16 + 4) =$$

$$= \frac{40 \cdot 21}{32} = \frac{105}{4} = 26,25 \text{ B}$$

Ответ: $\boxed{26,25 \text{ B}}$

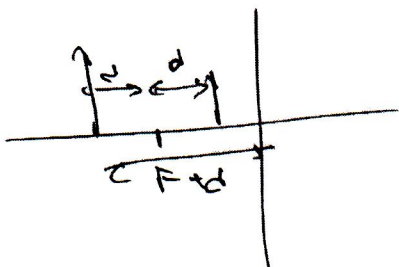
Решение.

4)



$$\frac{1}{d+F} = - \frac{1}{F-d}$$

уравнение.



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

N2 - KPO

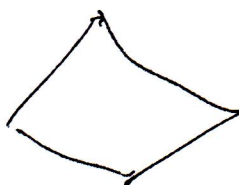
$$\begin{array}{r} 1,40 \\ \times 1,40 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,4 \\ \times 1,4 \\ \hline 56 \\ 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ 1,39 \\ \times 1,39 \\ \hline 1251 \\ 417 \\ \hline 139 \\ 19321 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,73 \\ \times 1,73 \\ \hline 519 \\ 1211 \\ \hline 29929 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,41 \\ \times 1,41 \\ \hline 141 \\ 564 \\ \hline 19881 \end{array}$$



$W =$

$$Q_{+T} = K A_{-1}$$

$$W = \frac{Q_n - Q_x}{Q_n} =$$

$$Q = \frac{4}{3} \text{ or } = \frac{3}{4}$$

$$A_{-1} = \frac{\alpha}{2}$$

Пример.

	A	M	Q
1	$\frac{1}{2} \text{ORT}(n-1)$	$\frac{3}{2} \text{ORT}(n-1)$	$2 \text{ORT}(n-1)$
2	$\frac{K}{2} \text{ORT}(n-1)$	0	$\frac{K}{2} \text{ORT}(n-1)$
3	$\frac{1}{2} \text{ORT}(n-1)$	$\frac{3}{2} \text{ORT}(n-1)$	$2 \text{ORT}(n-1)$
4		0	

$$\begin{array}{r} 10 \quad | \quad 6 \\ - 46 \quad | \quad 0,16 \\ \hline 40 \\ - 36 \\ \hline 40 \end{array}$$

0,16666...

