



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: «Покори Воробьевы Горы!»

Профиль олимпиады: **ФИЗИКА**

ФИО участника олимпиады: **Желяпов Алексей Кириллович**

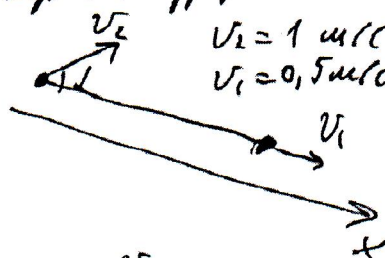
Класс: 11

Технический балл: 77

1	2	3	4	Σ	итог
5	5	5	4	19	77
10	20	8	20	58	

Дата проведения: **26 марта 2021 года**

Вопрос. Из условия жесткости (нерастяжимости стержня) мы знаем, что проекции скоростей любой точки стержня, на ось, параллельную оси стержня должны быть равны между собой. Пусть скорость прямого конца направл. под углом α к стержню



$$V_1 = 1 \text{ м/с}$$

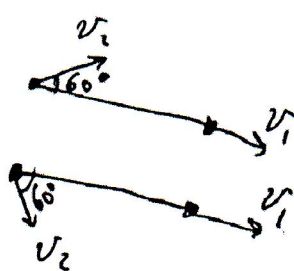
$$V_1 = 0,5 \text{ м/с}$$

Тогда $V_1 = V_2 \cos \alpha$ (ось Ox)
и стерж.

$$0,5 = 1 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} \alpha = 60^\circ \\ \alpha = 300^\circ \end{cases}$$

Т.е. 2 случая



Ответ: 60° - угол между скоростью и стержнем.

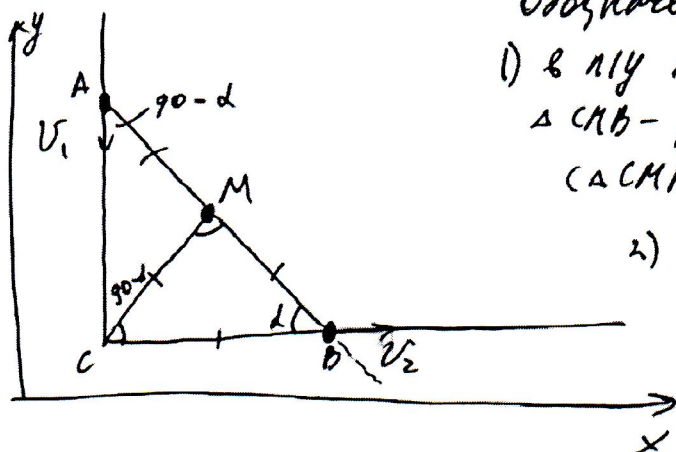
Задача

Oy - вертик ось, Ox - горизонт.

Обозначения скоростей и углов катит.

1) в т.у. $\triangle CAB$, CM - медиана $\Rightarrow CM = AM = MB$
 $\triangle CAB$ - ртб $\angle C = 60^\circ \Rightarrow CM = MB = CB$
($\triangle CMB$ - ртб)

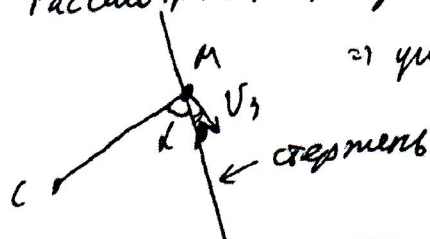
2) Из вопроса аналогичным рассуждением проекции скоростей всех 3х шариков на стержень равны.



3) Скорости шариков. А и В очевидно направлены вдоль направляющих, а скорость V_3 (шарика М) направлена перпендикулярно стержню CM , т.к. аналогично точка C стержня CM покоится $\Rightarrow$ проекция скорости V_3 на стержень $(V_3 \cos \beta = 0 \Rightarrow \beta = 90^\circ)$.

Рассмотрим шарик М (чтобы было понятнее)

$\Rightarrow$ угол между стержнем и V_3 $\beta = 90^\circ - \alpha$.



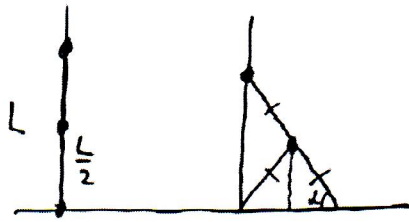
4) Заметим, что пункт 2 в уравнении:

$$\begin{cases} V_1 \cos(90-\alpha) = V_2 \cos \alpha \\ V_3 \cos \beta = V_3 \cos(90-\alpha) = V_2 \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 \sin \alpha = V_2 \cos \alpha \\ V_3 \sin \alpha = V_2 \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{V_2}{\tan \alpha}, \quad V_3 = \frac{V_2}{\tan \alpha}.$$

5) Заметим закон сохранения энергии (ЗСЭ) для указанных положений и сейчас рассматриваемого.

Пусть масса шариков m . (каждому)



$$mg \frac{L}{2} + mgL = mg \frac{L}{2} \sin \alpha + mgL \sin \alpha +$$

$$+ \frac{m V_1^2}{2} + \frac{m V_2^2}{2} + \frac{m V_3^2}{2} \quad | : m$$

$$L \cdot g \frac{3L}{2} \cdot (1 - \sin \alpha) = V_1^2 + V_2^2 + V_3^2$$

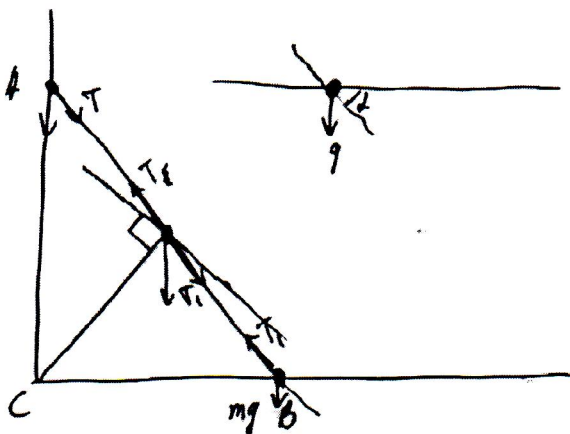
$$3gL \cdot (1 - \sin \alpha) = \frac{V_2^2}{\tan^2 \alpha} + V_2^2 + \frac{V_2^2}{\tan^2 \alpha}$$

$$3gL (1 - \sin \alpha) = V_2^2 \frac{\tan^2 \alpha + 2}{\tan^2 \alpha}$$

$$V_2^2 = \frac{3gL \cdot (1 - \sin \alpha) \tan^2 \alpha}{\tan^2 \alpha + 2} \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{3gL(1 - \sin \alpha)}{\tan^2 \alpha + 2}} \cdot \tan \alpha$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot 0,8 \cdot (1 - \frac{\sqrt{3}}{2}) \cdot 3}{5}} = 3 \cdot \sqrt{\frac{1,6(2 - \sqrt{3})}{2}} \approx 6,48 \text{ (м/с)}$$

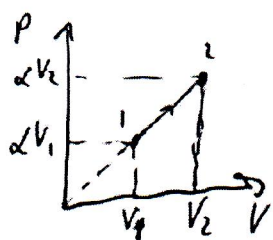
Однее ускорение $\sin \alpha \Rightarrow$ равно
время $\sin \alpha$, $\sin \alpha \approx$
ускорение $\sin \alpha \Rightarrow g \cos \alpha =$
 $= 5 \text{ м/с}^2$.



Задача 2

Чистовик

Вопрос: $p = \alpha V$. Работа в процессе - площадь под графиком



на pV -диагр. Пусть в нач. момент объема газа $V_1 \Rightarrow p_1 = \alpha V_1$, в конеч. момент $V_2 \Rightarrow p_2 = \alpha V_2$.

Тогда работа $A = (V_2 - V_1) \cdot \frac{\alpha(V_1 + V_2)}{2} = \frac{(V_2^2 - V_1^2) \alpha}{2}$

$$V_2^2 - V_1^2 = \frac{2A}{\alpha}$$

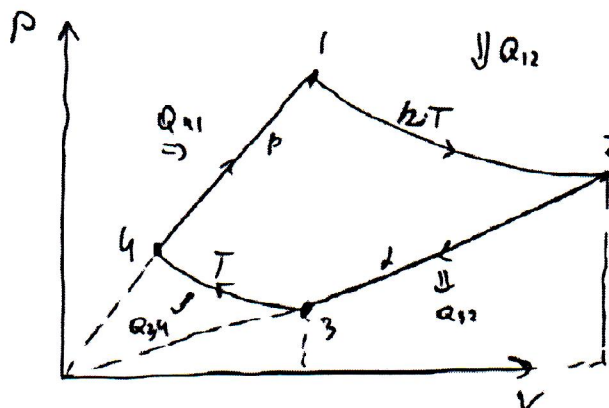
Т.к. газ одноатомный, изменение во внутр энергии

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) \quad \text{из ур-я Клапейрона-Менделеева} \quad pV = \nu RT$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} (\alpha V_2^2 - \alpha V_1^2) = \frac{3}{2} \alpha (V_2^2 - V_1^2) = \frac{3}{2} \alpha \cdot \frac{2A}{\alpha} = 3A.$$

Ответ: внутр энергия увеличилась на $3A$.

Задача.



Т.к. Тепловая машина $\rightarrow$ цикл в pV -диагр по часовой стрелке.

12, 34 - изотермы. - 1 млн молекул

T на них (оценив из картинки)

Т.к. газ идеальный $\Rightarrow i = 3$. (ср. свод)

$$A_{12} = \kappa \cdot A_{32}$$

Первое начало термодинамики (ПНТ)

$$Q = \Delta U + A^{\pm}, \quad \text{где } A^{\pm} - \text{работа газа.}$$

процесс 12: $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}^{\pm} = \frac{3}{2} \nu R (\Delta T) + A_{12}^{\pm} = A_{12} = \kappa A_{32}$

Аналогично вопросу пусть хотя бы прямая 23 - α , 4-1 - β

Работа над газом 32 $\Rightarrow A_{32} = \frac{(V_3 + V_2) \cdot \alpha (V_2 - V_3)}{2} \Rightarrow V_2^2 - V_3^2 = \frac{2A_{32}}{\alpha}$

Аналогично $A_{41} \Rightarrow V_1^2 - V_4^2 = \frac{2A_{41}}{\beta} \Rightarrow \beta (V_1^2 - V_4^2) = 2A_{41}$

$Q_{41} = A_{41} + \Delta U_{41} \Rightarrow$ Т.к. $\Delta U_{41} = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_2) = \frac{3}{2} \beta (V_1^2 - V_4^2) = 3A_{41}$

$Q_{41} = A_{41} + \frac{\Delta U_{41}}{3} = \frac{4}{3} \Delta U_{41}$

$$A_{41} = \frac{\Delta U_{41}}{3}$$

Аналогично $A_{32} = \frac{\Delta U_{32}}{3}$

$Q_{32} = \Delta U_{32} + \frac{\Delta U_{32}}{3} = \frac{4}{3} \Delta U_{32}$

Задача 2 (пропаривание)

Числовик

$$Q_{12} = K \cdot \Delta T_{12} = K \cdot \frac{\Delta U_{12}}{3} = \frac{K \cdot \Delta U_{12}}{3}$$

$Q_{34} = A_{34}$ 4p-я Клайперна-Менделеева
для изотермических процессов

$$\begin{aligned} \Delta U_1^2 &= \nu R n T \\ \Delta U_2^2 &= \nu R n T \\ \Delta U_4^2 &= \nu R T \\ \Delta U_3^2 &= \nu R T \end{aligned} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{V_4}{V_3}$$

Работа в изотермическом процессе

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

$$pV = \nu R T \Rightarrow p = \frac{\nu R T}{V}$$

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu R T}{V} dV = \nu R T \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = \nu R n T \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

аналог.

$$A_{43} = \nu R T \left(\frac{V_3}{V_4} \right) \Rightarrow A_{43} = \frac{A_{12}}{n} = \frac{K \Delta T_{12}}{n} = \frac{K \Delta U_{12}}{3 n} = Q_{34}$$

$$\text{КПД цикла: } \eta = \frac{Q_{41} + Q_{12} - Q_{21} - Q_{34}}{Q_{41} + Q_{12}} =$$

$$= \frac{\frac{4}{3} \Delta U_{41} + \frac{K \cdot \Delta U_{12}}{3} - \frac{4}{3} \Delta U_{12} - \frac{K \Delta U_{12}}{3 n}}{\frac{4}{3} \Delta U_{41} + \frac{K \Delta U_{12}}{3}} =$$

$$\begin{aligned} T, K, \Delta U_{12} &= \Delta U_{41} = \\ &= \frac{3}{2} \nu R T (n-1) \end{aligned}$$

$$= \frac{\frac{K}{2} \cdot \frac{n-1}{n}}{\frac{(n+K)}{2}} = \frac{K \cdot (n-1)}{n(n+K)} = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 6} = \frac{1}{6} \approx 0,167$$

$$\text{Ответ: } \eta = \frac{1}{6} \approx 0,167$$

Гр 4 уз 9

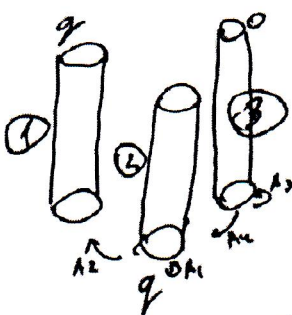
Задача 3.

Чистовик

Вопрос Т.к. металлический цилиндр - проводящий $\Rightarrow$ внутри проводника поле (напряженность $= 0$) $\Rightarrow$ потенциал проводника (любой его точки) везде одинаков. Т.к. $\Delta U = E \cdot d$, где d - шаг. вдоль поля E . Но тогда разность потенциалов оснований одного проводящего цилиндра равна 0.

Ответ: 0

Задача



φ_1 - потенциал соотв 1-го цилиндра из вопроса ясно, что потенциал на всей поверхности $= \text{const}$.

Тогда т.к. в 1-м измерении вольтметр показал $U \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_3 = U$.

После заземления №3, φ_3 стал равен 0. (берем нуль как бесконечности) Тогда $\varphi_1 = U$. Пусть A_1 - потенциал, который создает цилиндр сам на себе, A_2 - который создает соседний стоящий цилиндр, заряд. q . В нас может, т.к. 3-й заряжен $\Rightarrow$ его потенциал $\varphi_3 = 2A_2$. Создаст группой двух цилиндров. Потенциал φ_1 создан самим цилиндром, плюс соседним. ~~Этот потенциал зависит от расстояния?~~

В первом случае $\varphi_1 = A_2 + A_1 \Rightarrow U = A_2 + A_1 - 2A_2 = \boxed{A_1 - A_2 = U}$

После заземления 3, пусть на него надетый заряд Q_1 :

он сам на себе компенсирует потенциал $\neq 0$ нуль

$2A_2 + A_3 = 0 \Rightarrow A_3$ - сам на себе компенсирует $\Rightarrow A_3 = -2A_2$ для всех цилиндров, как-то от расстояния зависит от расст. ~~зависит от расст.~~

Потенциал что потенциал A_4 - потенциал теперь создаваемый 3-м цилиндром на 2

группы $\frac{A_4}{A_3} = \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow A_4 = \frac{A_3 A_2}{A_1} = \frac{-2A_2^2}{A_1}$

Теперь потенциал 1 столба $U' = A_1 + A_2 + A_4 = A_1 + A_2 + \frac{-2A_2^2}{A_1}$

$A_1 U' = A_1^2 + A_2 A_1 - 2A_2^2 = (A_1 - A_2) + A_2(A_1 - A_2) = U \cdot (A_1 + A_2) + A_2 \cdot U$

Ср 5 из 9

№3 (продолжение)

Числовые.

$$A_1 u' = u A_1 + 2 A_2 u$$

$$A_1 (u' - u) = 2 A_2 u \quad A_2 = A_1 - u$$

$$A_1 (u' - u) = 2 A_1 u - 2 u^2$$

$$A_1 = \frac{2 u^2}{2 u - u' + u} = \frac{2 u^2}{3 u - u'} \approx \frac{2 \cdot 40^2}{3 \cdot 40 - 60} = 80 \text{ В.}$$

$$= \frac{160}{3} \text{ В}, \quad A_2 = \frac{160}{3} - 40 = \frac{40 - 120}{3} = \frac{40}{3}; \quad A_3 = -\frac{80}{3}$$

Все заземления 2-го контура на всем протяжении 0.

$$0 = A_2 + A_4 + A_5 \quad \text{т.к. } A_5 - \text{собств. ток}$$

$$A_5 = -A_2 - A_4 = -\frac{40}{3} + \frac{20}{3} = -\frac{20}{3}$$

Тогда не пренебрегаем 2-м током, A_6

$$\frac{A_6}{A_5} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{40}{160} = \frac{1}{4} \Rightarrow A_6 = -\frac{4}{3}$$

$$\text{По } \varphi_1: A_1 + A_6 + A_4 = \frac{160}{3} - \frac{4}{3} + \frac{20}{3}$$

$$\varphi_3: A_3 + A_2 + A_6 = -\frac{80}{3} + \frac{40}{3} - \frac{4}{3}$$

$$\varphi_1 - \varphi_3 = \frac{160}{3} - \frac{20}{3} + \frac{80}{3} = \frac{40}{3} = \frac{160 + 20}{3} = 60$$

Ответ: 60 В

Заземление №2 не влияет на разность потенциалов (и 3 из симметрии картины, поэтому можно, что показывая вольтметра все значения были измерены и остались равны 60 В.

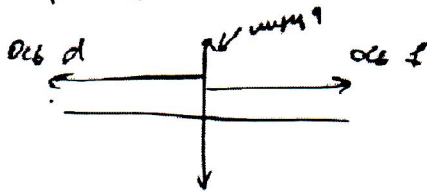
Србиз 9

Задание 4

Чистовик

Вопрос Тонкая линза - это линза, радиус кривизны поверхностей, которой линза образована, много больше ее фокусного расстояния. Тогда можно считать линзу тонкой. Для тонкой линзы выполняются следующие ур-я

$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$ - ур-е тонкой линзы
 f - расст от изобр до линзы (оси)
 d - расст от предм до линзы
 F - фокус расст. (у расщелин оптик)



Поперечное увелич $\Gamma = -\frac{f}{d}$ (толщина)

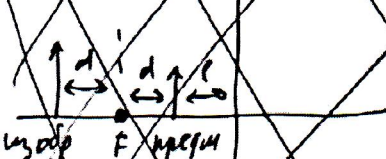
Продольное увелич $\Gamma_{пр} = \Gamma^2 = \frac{f^2}{d^2}$

Связь от толщины и фокусного расст: $\frac{1}{D} = \frac{1}{F}$

⊗ Смотр. вставлю в конце 2-го листа этой задачи

Задача Рассмотрим 2 случая:

1) Изображение менее предмета. ($d < F$ (т.е. изобраз. сущ.))
 Пусть расст от предмета до линзы e .



ур-е тонк. линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{e} + \frac{1}{f+2d}$$

$$\frac{e+2d-e}{e(e+2d)} = \frac{1}{F} = D$$

$$D = \frac{2d}{e^2 + 2de} = \frac{1}{F} \Rightarrow F = \frac{e^2 + 2de}{2d}$$

$e^2 + 2de$ - парабола, ветви ↑ (оттв), вершина в $e = -\frac{2d}{2} = -d \Rightarrow$

т.е. на e интервал $e \in (0; d)$ (т.е. по правой стороне не может быть, т.е. тогда правой фокус - ближайший к та же ситуация симметрична). $\Rightarrow F \notin \text{на } (e \in (0; d)) \Rightarrow$

1) Изображение менее предмета. ($d < F$), $d \neq F$ т.е. тогда нет изобраз.

Пусть фокус линзы F :

ур-е тонк. линзы: у расщел $\otimes F \geq 0$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F-d} + \frac{1}{F+d} = \frac{F+d-F+d}{F^2-d^2} = \frac{2d}{F^2-d^2}$$

$$F^2-d^2 = 2dF \Rightarrow F^2 - 2dF - d^2 = 0$$

Парабола, ветви ↑, от e вершина в $F \geq d$ с

т.е. мы расст $F < d \Rightarrow$ монотонно убывает
 но и $F \geq 0$, т.е. иначе правой фокус - ближайший

вр 7 из 9

Задача 4 (продолжение)

Числовик

$$(F-d)^2 - 2d^2 = 0 \quad \text{т.к. } F > d, d > 0$$

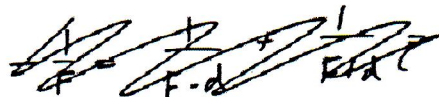
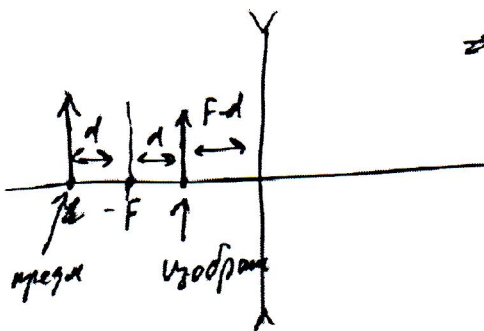
$$(F-d)^2 = 2d^2$$

$$F-d = \sqrt{2}d \Rightarrow$$

$$F = d(1+\sqrt{2})$$

$$D = \frac{1}{F} = \frac{1}{d(1+\sqrt{2})} = \frac{1}{0,15(1+\sqrt{2})} \approx 2,76 \text{ (Дтр)}$$

2) Изображение правее предмета. из расчит в формуле линзы $-\frac{1}{F} > 0 \Rightarrow$



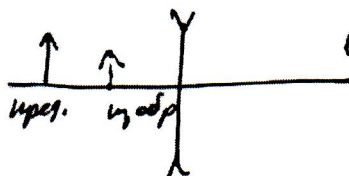
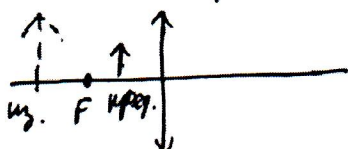
$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{F-d} - \frac{1}{F-d} = \frac{F-d-F+d}{F^2-d^2} = -\frac{2d}{F^2-d^2}$$

$$F^2-d^2 = 2Fd \Rightarrow (F-d)^2 = 2d^2$$

$$\Rightarrow \text{получаем } F = d(1+\sqrt{2}) \Rightarrow D = 2,76 \text{ (Дтр)}$$

Ответ: $D = \frac{1}{0,15(1+\sqrt{2})} \approx 2,76 \text{ Дтр}$

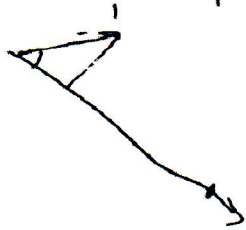
⊗ Т.к. прямое изображение точкой линзы создает только в 2х случаях - это собирающая линза и изображение тогда левее предмета, для этого $d < F$. (ближе фокус расст.) или это рассеивающая линза, но тогда предмет левее изобр.



в 99% случаев изобр. перевернуто, поэтому нам достаточно рисун 2.

стр 8 из 9

Страны отлетя
3 лава

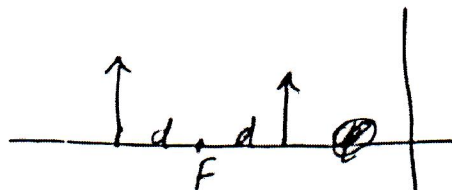


$$\begin{aligned} 1. \cos \alpha &= 0,5 \\ \cos \alpha &= \frac{1}{2} \\ \alpha &= 60^\circ \end{aligned}$$

$$D = \frac{1}{F} \quad \text{Толщина}$$

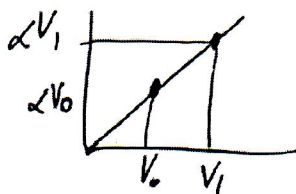
Черновики

(.) периметр
крив. $\Rightarrow F$
 $\sqrt{D}$
1 (2)



$$P = \alpha V \quad A = 1 \mu \text{Дм}$$

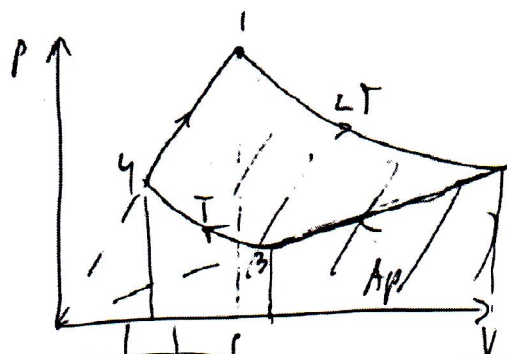
$$Q = A' + \Delta U \Rightarrow Q - A' =$$



$$(V_1 - V_0) \cdot \frac{\alpha(V_0 + V_1)}{2} = A$$

$$V_1^2 - V_0^2 = \frac{2A}{\alpha}$$

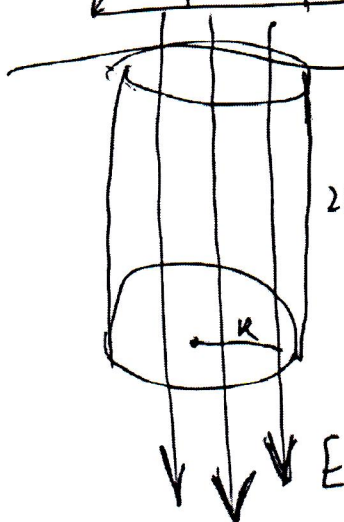
$$\Delta U = \frac{i}{2} \alpha (V_1^2 - V_0^2) = \frac{i}{2} \alpha \cdot \frac{2A}{\alpha} = iA$$



He i=3 тановая $\Rightarrow$ по рас!

$$A_{12} = R A_{23}$$

$$l = - \frac{2d}{(F-d)^2 - 2d^2}$$



$$u = E \cdot d$$

$$2R = h$$

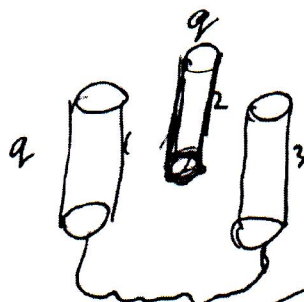
0!

закрыть котел?

котелу 3 цилиндра в кат 20

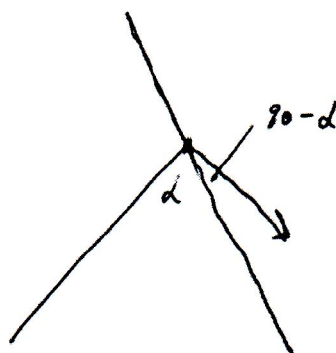
но не закрыв 0

у каму (1 и 2) - 60 км



КПД ищел

$$\frac{1,6(2-\sqrt{3})}{2}$$



$$A_2 + A_1 = P_1$$

$$2A_1 = P_3$$

$$A_2 + A_1 = u'$$

$$A_2 + A_1 - 2A_1 = u$$

$$A_2 - A_1 = u$$

$$A_2 = \frac{u + u'}{2} = 250$$

$$A_1 = \frac{u' - u}{2} = 10$$

Гр 900

9