МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьевы горы»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Коньков Дмитрий Алексеевич**

Класс: **11**

Технический балл: **80**

Дата проведения: **4 апреля 2021 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2020/2021 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Коньков Дмитрий Алексеевич

Класс: 11

Задача 1	**Задача 2**	**Задача 3**	**Задача 4**	**Задача 5**	**Сумма***
20 баллов	20 баллов	20 баллов	0 баллов	20 баллов	80 баллов

Чистовик
вариант 2.

1

№1.

двухзначных чисел от 20 до 99 — 80 штук.

Тогда после 99 будет уже написано 160 цифр. $160 < 2021$

трёхзначных чисел от 100 до 999 — 900 штук. Тогда после 999 будет написано ~~$900 \cdot 3 = 2700$~~ $160 + 900 \cdot 3 = 2700 + 160 = 2860$ цифр.

$2860 > 2021$. Значит, 2021 цифра — это цифра написанного трёхзначного числа. Заметим, что после написания числа 719 количество цифр написанных это $160 + 620 \cdot 3 = 160 + 1860 = 2020$ цифр, ~~2020 < 2021~~

Значит, 7 — 2018 цифра, 1 — 2019 цифра, 9 — 2020 цифра. После 719 будет написано число 720, значит 7 — 2021 цифра.

Ответ: 7.

№2.

$|x| - \arcsin x + b \cdot (\arccos x + |x| - 1) + a = 0.$ (1)

$\arccos x + \arcsin x = \frac{\pi}{2}$. $\arcsin x = \frac{\pi}{2} - \arccos x$.

$|x| - \frac{\pi}{2} + \arccos x + b(\arccos x + |x|) + a - b = 0$

$(b+1)(\arccos x + |x|) + a - b - \frac{\pi}{2} = 0.$

Так как нужны значения a, при которых при любом b (1) имеет решение, значит, и при таких значениях a (1) имеет решение и при $b = -1$.

При $b = -1$: $0 \cdot (\arccos x + |x|) + a + 1 - \frac{\pi}{2} = 0.$

если $a \neq \frac{\pi}{2} - 1$, то (1) не имеет решений, значит, только $a = \frac{\pi}{2} - 1$ может удовлетворять условиям задачи.

При $a = \frac{\pi}{2} - 1$

$(b+1)(\arccos x + |x|) + \frac{\pi}{2} - 1 - b - \frac{\pi}{2} = 0.$

$(b+1)(\arccos x + |x| - 1) = 0.$ (2)

$x = 1$ является корнем (2) при любом значении b, значит, $a = \frac{\pi}{2} - 1$ удовлетворяет. Ответ: при $a = \frac{\pi}{2} - 1$.

№3

$2^{\lg(x^2-3)} = \lg 2^{x^2-2}$

$(10^{\lg 2})^{\lg(x^2-3)} = (x^2-2)\lg 2.$

$\begin{cases}(x^2-3)^{\lg 2} = (x^2-2)\lg 2\\ x^2-3>0\end{cases}$

$k = x^2-3.$

$\begin{cases}k^{\lg 2} - (k+1)\lg 2 = 0. \quad (1)\\ k>0.\end{cases}$

$f(k) = -\lg 2\, k + k^{\lg 2} - \lg 2.$ $\quad D(f) = R.$

$f'(k) = -\lg 2 + k^{\lg 2 - 1}\cdot\lg 2 = \lg 2\,(k^{\lg 2-1} - 1).$ $\quad \lg 2 - 1 < 0.$

$D(f') = R \setminus \{0\}$

$f'(k) = 0 \Leftrightarrow k^{\lg 2 - 1} = 1.$

$k = 1.$ Так как $k>0$, то нас интересует ~~эта~~ функция только на $(0;+\infty)$

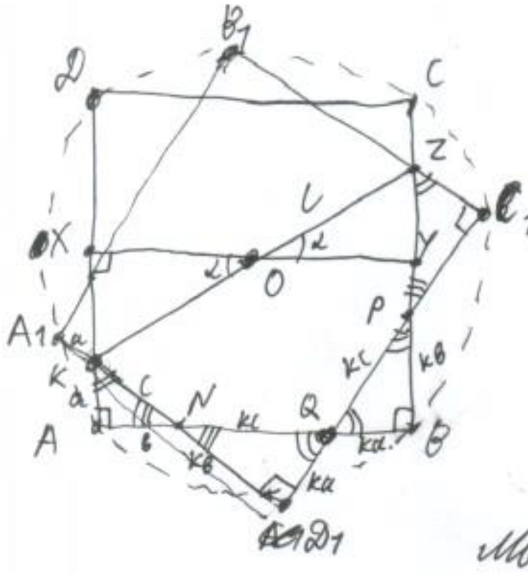
Тогда функция $y=f(k)$ возрастает на $[0;1]$ и убывает на $[1;+\infty)$.

Так как $f(0) = -\lg 2 < 0$, $f(1) = -\lg 2 + 1 - \lg 2 = 1 - 2\lg 2 = 1 - \lg 4 > 0$, $f(10) = -\lg 2\cdot 10 + 10^{\lg 2} - \lg 2 = 2 - 11\lg 2 = 2 - \lg 2^{11} = 2 - \lg 2048 < 0$, то на $[0;1]$ функция $y=f(k)$ обращается в 0, причем только 1 раз, и ~~функц~~ на $[1;+\infty)$ функция $y=f(k)$ обращается в 0, причем только 1 раз. Тогда (1) имеет 2 ~~реш~~ корня ~~а~~ k_1 и k_2, такие, что $0<k_1<1$ и $1<k_2<10$.

$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}k=k_1\\k=k_2\end{array}\right.\\ k>0\end{cases}$ $\quad \left[\begin{array}{l}x^2-3=k_1\\x^2-3=k_2\end{array}\right.$ $\quad \left[\begin{array}{l}x^2=k_1+3\\x^2=k_2+3\end{array}\right.$ $\quad \left[\begin{array}{l}x=\sqrt{k_1+3}\\x=-\sqrt{k_1+3}\\x=\sqrt{k_2+3}\\x=-\sqrt{k_2+3}\end{array}\right.$, так как $0<k_1<k_2$.

Ответ: 4 корня.

№5.



ABCD – квадрат ~~общий~~ с площадью 17.
$AD=BC=DC=AB=\sqrt{17}$.
Опишем около ABCD окружность ω.
Пусть O – центр ABCD, тогда O – центр ω.
Пусть прямая l – прямая сгиба.
Пусть $XY \parallel AB$, $O\in XY$, ~~$\angle l$~~;
угол между XY и l равен α.
Тогда в силу симметрии квадрата,
можно рассмотреть только случаи, когда α от 0° до 45° (45°, когда l совпадает с AC, 0°, когда l совпадает с XY).

1) Отразим квадрат симметрично относительно l. Тогда получим квадрат $A_1B_1C_1D_1$, также вписанный в окружность ω, так как $AO=BO=CO=DO=A_1O=B_1O=C_1O=D_1O$.
Поставим точки пересечения K, N, Q, P, Z.
Нас интересует площадь фигуры $KAND_1QBPC_1Z$. (фигура F)
Так как ABCD и $A_1B_1C_1D_1$ – квадраты, что $S(KABZ)=S(KD_1C_1Z)=\frac{17}{2}$.
Тогда $S(F)=\frac{17}{2}+S(KAN)+S(QBP)=\frac{17}{2}+S(ZC_1P)+S(ND_1Q)$.

2) ~~α~~ $\angle XKO=90^\circ-\alpha$. $\angle OKN=90^\circ-\alpha$, так как симметрично отразили.
Тогда $\angle AKN=180^\circ-(180^\circ-2\alpha)=2\alpha$. $\angle KNA=$ ~~180~~ $90^\circ-2\alpha$
Тогда $\angle D_1NQ=90^\circ-2\alpha$ (вертикальный с $\angle KNA$)
Тогда $\angle NQD_1=2\alpha$. Тогда $\angle PQB=2\alpha$ (вертикальный с $\angle NQD_1$). Тогда $\angle QPB=90^\circ-2\alpha$. Тогда $\angle ZPC_1=90^\circ-2\alpha$ (вертикальный с $\angle ZPC_1$).
Тогда $\triangle KAN$, $\triangle QD_1N$, $\triangle QBP$, $\triangle ZC_1P$ – подобные по 2 углам.
Пусть $KA=a$, $AN=b$, ~~Тогда NQ~~ $KN=c$. Тогда $ND_1=kb$, $D_1Q=ka$, $NQ=kc$; $A_1K=a$, так как симметрично отразили точку A.

Чистовик

Вариант 2.

$A_1D_1 \cap AB = N$, A_1D_1, AB — хорды w.

Тогда $AN \cdot NB = A_1N \cdot ND_1$.

$b \cdot (kc + QB) = (a+c) \cdot kb$.

$kc + QB = ka + kc$.

$QB = ka$.

Тогда $\triangle ND_1Q = \triangle PBQ$ по катету и острому углу.

Тогда $PB = kb$, $PQ = kc$.

3) Так как $\triangle PC_1Z \sim \triangle NAK$, то $PC_1 = mb$, $ZC_1 = ma$, $PZ = mc$.

Тогда $S(PZC_1) = \frac{m^2ab}{2}$.

$S(PQB) = \frac{k^2ab}{2}$. $S(ND_1Q) = \frac{k^2ab}{2}$. $S(KAN) = \frac{ab}{2}$.

Так как $S(KAN) + S(QBP) = S(ZC_1P) + S(ND_1Q)$, то

$$\frac{k^2ab}{2} + \frac{ab}{2} = \frac{k^2ab}{2} + \frac{m^2ab}{2}$$

$m^2 = 1$. $m = 1$.

Тогда $\triangle PC_1Z = \triangle NAK$.

4) $AB = b + kc + ka$. $A_1D_1 = a + c + kb$.

Так как $A_1D_1 = \sqrt{17} = AB$, то

$b + k(a+c) = \sqrt{17}$ и $kb + (a+c) = \sqrt{17}$.

$(1-k)b + (k-1)(a+c) = 0$

$(1-k)(b-a-c) = 0$. Так как $b \neq a+c$ по неравенству треугольника,

то $k = 1$. Тогда

$S(F) = \frac{17}{2} + \frac{ab}{2} + \frac{ab}{2} = \frac{17}{2} + ab$.

5) $AX = \frac{\sqrt{17}}{2}$. $XO = \frac{\sqrt{17}}{2}$. $KX = XO\, tg\,\alpha$. $KX = \frac{\sqrt{17}}{2} tg\,\alpha$.

$a = AX - KX$. $a = \frac{\sqrt{17}}{2}(1 - tg\,\alpha)$.

$b = a\, tg\, 2\alpha$ в $\triangle KAN$.

$ab = a^2 tg\, 2\alpha = \frac{17}{4}(1 - tg\,\alpha)^2 tg\, 2\alpha$.

При $\alpha = 45^\circ$ $S(F) = \frac{17}{2}$; при $\alpha = 0^\circ$ $S(F) = \frac{17}{2}$

 F

 F

Чистовик

вариант 2

при $0^\circ < \alpha < 45^\circ$

$tg\alpha = x$, $tg2\alpha = \frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$.

~~$S(F) = \frac{17}{2}$~~ $ab = \frac{17}{4} \cdot (1-x)^2 \cdot \frac{2x}{1-x^2}$.

$f(x) = \frac{(1-x)\cdot 2x}{1+x}$ $\quad f(x) = \frac{-2x^2+2x}{1+x}$.

$f'(x) = \frac{(-4x+2)(1+x) - (-2x^2+2x)\cdot 1}{(1+x)^2} = \frac{-4x-4x^2+2+2x+2x^2-2x}{(1+x)^2} =$

$= \frac{-2x^2-4x+2}{(1+x)^2} = -2\left(\frac{x^2+2x-1}{(1+x)^2}\right)$

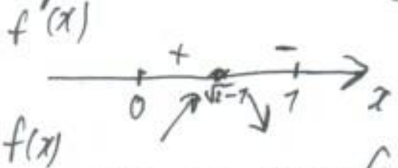
$f'(x) = 0 \iff x^2+2x-1=0$.

$D = 4+4 = 8$.

$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$.

$\left[\begin{array}{l} x = -1-\sqrt{2} \\ x = \sqrt{2}-1 \end{array}\right.$

Так как $0^\circ < \alpha < 45^\circ$, то $0 < x < 1$.



Тогда наибольшее значение функции $y = f(x)$ на $(0;1)$ достигается при $x = \sqrt{2}-1$. $\alpha = arctg(\sqrt{2}-1)$.

$ab = \frac{17}{4} \cdot (1-\sqrt{2}+1)^2 \cdot \frac{2\sqrt{2}-2}{1-(1-2\sqrt{2}+2)} = \frac{17}{4} \cdot \frac{(4-4\sqrt{2}+2)\cdot(2\sqrt{2}-2)}{1-1+2\sqrt{2}-2} =$

$= \frac{17}{4} \cdot \frac{(6-4\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)\cdot 2}{2(\sqrt{2}-1)} = \frac{17}{4} \cdot (6-4\sqrt{2}) = \frac{17(3-2\sqrt{2})}{2}$

$S(F) = \frac{17}{2} + ab = \frac{17}{2} + \frac{17\cdot 3}{2} - 17\sqrt{2} = \frac{17\cdot 4}{2} - 17\sqrt{2} = 34 - 17\sqrt{2}$.

~~Ответ:~~ $34 - 17\sqrt{2} > \frac{17}{2}$

Ответ: $34 - 17\sqrt{2}$.

чистовик.
вариант 2.

№ 4.

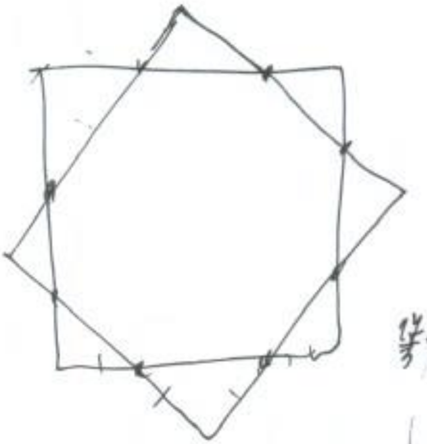
$$\begin{cases} 2x - 3y + \frac{1}{xy} = 6 \\ 3z - 6x + \frac{1}{xz} = 2 \\ 6y - 2z + \frac{1}{yz} = 3 \end{cases}$$

$$(1)\begin{cases} 12x - 18y + \frac{6}{xy} = 36 \\ 6z - 12x + \frac{2}{xz} = 4 \\ 18y - 6z + \frac{3}{yz} = 9 \end{cases}$$

Тогда из (1) следует, что $\frac{6}{xy} + \frac{2}{xz} + \frac{3}{yz} = 49.$

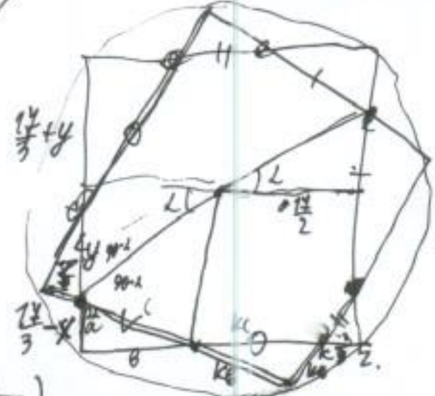
$$6z + 2y + 3x = 49xyz$$

Черновик
Вариант 2.



когда $\frac{1}{3}$. реш. $\to \frac{\frac{17}{3}\cdot\frac{17}{3}}{2}=\frac{17^2}{6}$ $\downarrow \cdot 4$

и другой. $17 \ne \frac{17^2}{34}$.



$(m^2+n^2+k^2+1)$ ~~cos~~

$\left(a+a\,tg2\alpha+\frac{a}{\cos 2\alpha}\right)$

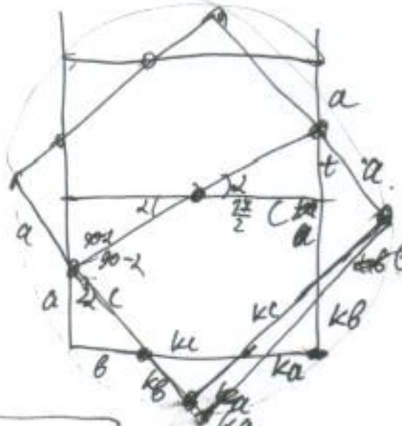
$\frac{1+\sin 2\alpha+\cos 2\alpha}{\cos 2\alpha}\,a$. $a=\frac{17}{2}-t$. $t=tg2\alpha\cdot\frac{17}{2}$

$a=\frac{17}{2}(1-tg2\alpha)=\frac{17}{2}\left(\frac{1-\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}\right)$

$(c+z)\cdot k\cancel{b}=k(c+y)\cancel{b}$

$kc+kz=kc+y$

$y=kz$.



$(a+c)kb=b(kc+?)$

$?=ka$

$\downarrow$

интересует лишь

$(k^2+1)ab$.

$t=1$ из рав. площадей и т.д.

$b+k(a+c)=17$.

$(a+c)+kb=17$

$(k+1)(a+b+c)=34$

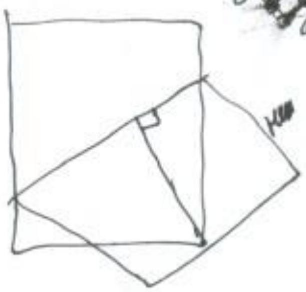
~~$(1-k)b+(k-1)(a+c)=0$.~~

~~$b-a-c=0$.~~

$b-kb+k(a+c)-(a+c)=0$

$(1-k)b=(1-k)(a+c)$

$b\ne a+c \to k=1$



ок, $k=1$.

равные о.

$\downarrow$

интересует $2ab=2a\cdot a\cdot tg2\alpha$

$t=tg\alpha\cdot\frac{17}{2}$

$a=\frac{17}{2}(1-tg\alpha)$ $17\cdot(1-tg\alpha)^2\,tg2\alpha$.

$\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}=\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}=\frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$.

$(x^2-2x+1)\cdot\frac{2x}{1-x^2}$ $x\ne 1$.

$\frac{(1-x)^2\cdot 2x}{(1-x)(1+x)}$

Черновик
Вариант 2

8

~~$2x-3y+\frac{1}{xy}$~~

~~$2x^2y-3y^2x+1$~~

$2x-3y+\frac{1}{xy}-9z+18x-\frac{3}{xz}=0.$

$(20x-3y-9z)=\frac{3}{xz}-\frac{1}{xy}$

$2x-3y+\frac{1}{xy}-12y+4z-\frac{1}{yz}=0$

$2x-3y+\frac{1}{xy}-12y+4z-\frac{2}{yz}=0$

$(2x-15y+4z)=\frac{2}{yz}-\frac{1}{xy}$

$18=2x-18x-3y+12y+9z-4z+\frac{1}{xy}+\frac{3}{xz}+\frac{2}{yz}$

18 ~~$=-16x+9y+5z+\frac{3}{xy}$~~

$x \quad y \quad z$

$6z+2y+3x=49$ $a.$

$2xa-3ya+z=6$

$2=a,\ 3=b.$ $\quad ab=6.\quad b-a=1.$

$ax-by+\frac{b-a}{xy}=ab.$

$bz-(ax-by+\frac{b-a}{xy})x+\frac{b-a}{xz}=2.\qquad bz-ax^2+byx+\frac{b-a}{y}+\frac{b-a}{xz}=a.$

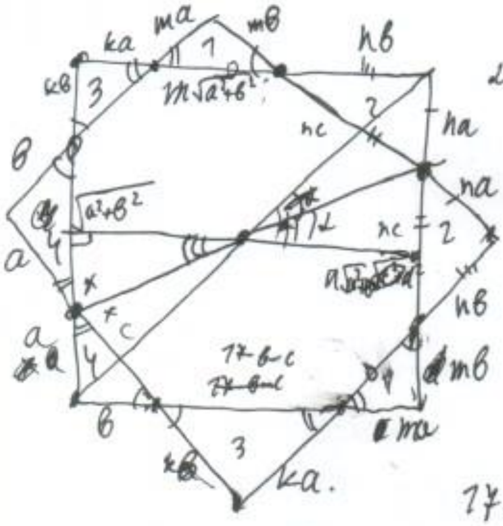
$(ax-by+\frac{b-a}{xy})y-az+\frac{b-a}{yz}=b.\qquad axy-by^2+\frac{b-a}{x}-az+\frac{b-a}{yz}=b$

$b-a=axy-by^2+\frac{b-a}{x}-az+\frac{b-a}{yz}$

$+ax^2-bz-byx-\frac{b-a}{y}-\frac{b-a}{xz}$

$b-a=a(x^2+xy-z)-b(y^2+z+yx)+\frac{(b-a)(y-x)}{xy}+\frac{b-a(x-y)}{xyz}$

Черновик
вариант 2



∠ от 0 до 45°, остальные то же самое.

$S_1 = \frac{1}{2}S_0 + S_2$ $S_0 = 17$.

отрезки квадрат. → нашли квадрат с тем же центром. отн. прямой тогда треугольники равны. ⇒ прямо квадрат.

$u\ S_{чет} = \frac{S_0 + S_1+S_2+S_3+S_4}{2}$

$17 - \cancel{в}c = k\sqrt{a^2+в^2} + в + c$

$17 = \sqrt{a^2+в^2} + a + kв$.

$(k-1)(\sqrt{a^2+в^2} - в) = (1-m)a$.

$a^2+в^2=c^2$.

~~в + kc + ma~~

	a	в	c	17
1	m	1	k	1
2	1	k	1	1
3	k	n	m	1
4	n	m	n	1

из 244.

~~nk = m~~

$(nk - m) = 17(n-1)$

$(m+n+k+1)(a+в+c)=17$.

нужно → $aв + k^2aв + m^2aв + n^2aв$

$(1+k^2+m^2+n^2)aв$.

mk 1 k
1 k 1
k n nk
n nk n

$c = 17 - a - kв$.

$\cancel{a^2+в^2 = 289 - 34a + k^2в^2 + a^2 - 34kв + 2kaв}$

$(k^2-1)в^2$

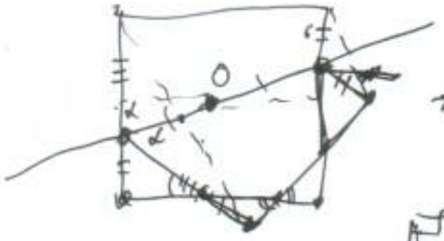
$в = a\,tg②$

$c = \sqrt{a^2+в^2} = a\sqrt{1+tg^2②} = \frac{a}{\cos②}$

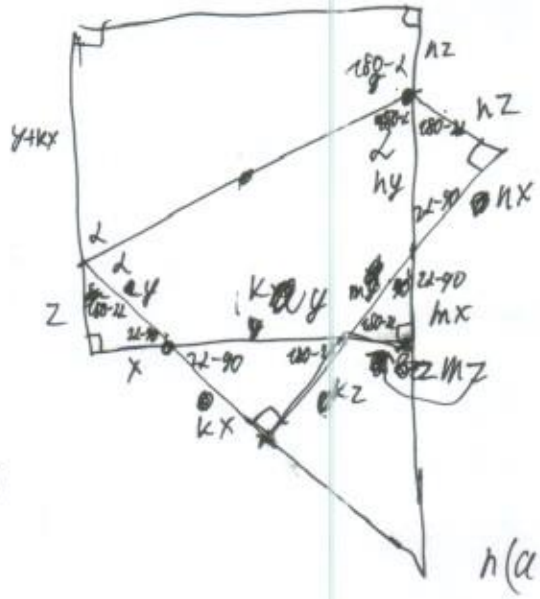
$② = 180° - 2x$

$x = 90° - ∠$. ∠2.

Черновик
вариант 2.



→ получим $\frac{1}{2}S$ + еще что-то



$x+ky+mz=a$
$y+kx+z=a$
$kz+my+nx=a.$
$nz+ny+mx=a.$

чему равно
$k^2xz+n^2xz=$
$=(k^2+n^2)xz.$
$(m^2+1)xz \; '' = ?$
нужно на много больше.

$\frac{(k^2+n^2+m^2+1)xz}{2}.$

$\frac{k^2+n^2+m^2+1}{4}$

$n(a-kx)=\frac{a-mx}{n}$

$(n-1)a=nkx-mx$

$(y+x+z)(k+m+n+1)=4a.$

$x=\frac{a(n-1)}{nk-m}.$

$k^2+n^2=m^2+1.$

$(k-n)z+(m-n)y+(n-m)x=0.$

$6z+2y+3x=49xyz$

$\frac{6}{xy}+\frac{2}{xz}+\frac{3}{yz}=49$

$6y-2z+\frac{1}{yz}=3$
$3z-6x+\frac{1}{xz}=2$
$6z-12x+\frac{2}{xz}=4.$
$18y-6z+\frac{3}{yz}=9.$

$\cancel{\frac{1}{yz}=3+2z-6y}$

$xyz=a.$

$2x^2y-3y^2x=6xy-1$
$3z^2x-6x^2z=2xz-1$
$3y^2z-2z^2y=3yz-1$

$$\begin{cases}2x^2yz-3y^2xz=6xyz-z\\ 9xyz^2-18x^2yz=6xyz-3y\\ 6xy^2z-4xyz^2=6xyz-2x\end{cases}$$

$$\begin{cases}2ax-3ay=6a-z\\ 9az-18ax=6a-3y\\ 6ay-4az=6a-2x.\end{cases}$$

$6z+2y+3x=49a$

Черновик

вариант 2

$f(k)= k^{\lg 2}(1-k^{1-\lg 2})-\lg 2$

$k=10 \rightarrow \quad 2\cdot(1-\frac{10}{2})-\lg 2 = -8-\lg 2<0$

$f(\frac{1}{10})$

$10^{-\lg 2}(1-10^{\lg 2-1})-\lg 2 = \frac{1}{2}\cdot(1-\frac{2}{10})-\lg 2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{5}-\lg 2=$

$\Downarrow$ есть корень $1<k_1<10$.

$=\frac{2}{5}-\lg 2$

$\frac{2}{5} \vee \lg 2 \qquad \sqrt[5]{10^2} \vee 2.$

$f(0)\geq 0 \rightarrow$ нет корней на $(0;1) \rightarrow$

$100 > 2^5$

$x^2-3=k_1.$

$x^2=k_1+3$

$\downarrow$

2 корня.

$$\begin{cases} 2x-3y+\frac{1}{xy}=6. & \cdot 6a \\ 3z-6x+\frac{1}{xz}=2 & \cdot 2a \\ 6y-2z+\frac{1}{yz}=3. & \cdot 3a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x-18y+\frac{6}{xy}=36 \\ 6z-12x+\frac{2}{xz}=4 \\ 18y-6z+\frac{3}{yz}=9 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$0y+0x+0z+\frac{6}{xy}+\frac{2}{xz}+\frac{3}{yz}=49.$

$x,y,z\neq 0.$

$6z+2y+3x=49xyz.$

$2x^2y-3xy^2+1=6xy$

$3z^2x-6x^2z+1=2xz$

$\cancel{2x^2y=6}\ \cancel{2x^2y+6x^2z=3xy^2-3z^2x}$

$2\frac{x}{z}-3\frac{y}{z}=\frac{6}{z}-()$

$3\frac{z}{y}-6\frac{x}{y}=\frac{2}{y}-()$

Черновик
Вариант 2.

12

2021 место

20, 21. ..

20 − 99
1 − 80 двузначн. $80\cdot 2 + x\cdot 3 < 2021$

$3x < 2021 - 160$

1861

100 − 999
1 − 900 − трёхзн.
2700 > 2021 → трёхзначное число. $620\cdot 3 = 1860$ → первая цифра

$80\cdot 2 + 620\cdot 3 < 2021$

$80\cdot 2 + 621\cdot 3 > 2021$ → 621 трёхзначное число

1 − 100
621 − 720 → 7.

$|x| - \arcsin x + b\cdot(\arccos x + |x| - 1) + a = 0$

?a ∀b есть решение.

$\sin(\arcsin x) = x$.

$\arccos x = \frac{\pi}{2} - \arcsin x$.

$|x| - \frac{\pi}{2} + \arccos x + b\arccos x + b|x| - b + a = 0$.

$(b+1)(\arccos x) + |x|) + a - b - \frac{\pi}{2} = 0$ → имеет и при $b = -1$.

$a = \cancel{b}\ b + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - 1$. → но при $a = \frac{\pi}{2} - 1$

$(b+1)(\arccos x + |x|) + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} - b - 1 = 0$

$-(b+1)$

$(b+1)(\arccos x + |x| - 1) = 0$

$\arccos x + |x| = 1$

$f(x) = \arccos x + x$. $x \geq 0$. $x = 1$ − корень.

$\cancel{f(0) = 0 + \pi}$ $f(1) = 0 + 1$

ok, $a = \frac{\pi}{2} - \arcsin x$

$2^{\lg(x^2-3)} = \lg 2^{x^2-2}$

$f(10) = -10\lg 2 - \lg 2 + 2$

$= 2 - \lg 2^{11}$

$(10^{\lg 2})^{\lg(x^2-3)} = (x^2-2)\lg 2$

$(10^{\lg(x^2-3)})^{\lg 2} = (x^2-2)\lg 2$.

$(x^2-3)^{\lg 2} = (x^2-2)\lg 2$ $x^2 - 3 = k$. $x^2 - 3 > 0$. → $k > 0$.

$k^{\lg 2} = (k+1)\cdot\lg 2$. (1) (1) верно ⇔ $f(k) = 0$.

$f(k) = k^{\lg 2} - \lg 2\, k - \lg 2$.

$f'(k) = -\lg 2 + \lg 2\cdot k^{(\lg 2 - 1)} = \lg 2\,(k^{\lg 2 - 1} - 1)$

$f'(k) = 0 \Leftrightarrow k^{\lg 2 - 1} = 1$ ~~$\lg 2 - 1 \neq 0 \Rightarrow k = 1$~~. при $k = \frac{1}{2}$

$f'(k)$: $+$ на $(0; 1)$, $-$ после 1

$k = \sqrt[\lg 2 - 1]{1} = 1$. ~~$\lg 2 - 1 < 0$~~

при $k = \frac{1}{2}$ +

$f(1) = 1 - \lg 2 - \lg 2 = 1 - 2\lg 2 = 1 - \lg 4 > 0$.

~~есть корень~~