МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьевы горы»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Иванов Максим Олегович**

Класс: **8**

Технический балл: **100**

Дата проведения: **4 апреля 2021 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2020/2021 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Иванов Максим Олегович

Класс: 8

Задача 1	**Задача 2**	**Задача 3**	**Задача 4**	**Задача 5**	**Задача 6**	**Задача 7**	**Сумма***
15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	100 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов, верное решение всех задач — в 100 баллов.

Чистовик. Лист 1.

Задача 1.

Пусть есть $X=(a-3)(a-1)(a+3)+(b+3)(b+1)(b-3)$

Докажем, что $X \vdots (a+b)$

$$X=(a^2-9)(a-1)+(b^2-9)(b+1)=$$

$$=a^3-a^2-9a+9+b^3+b^2-9b-9=$$

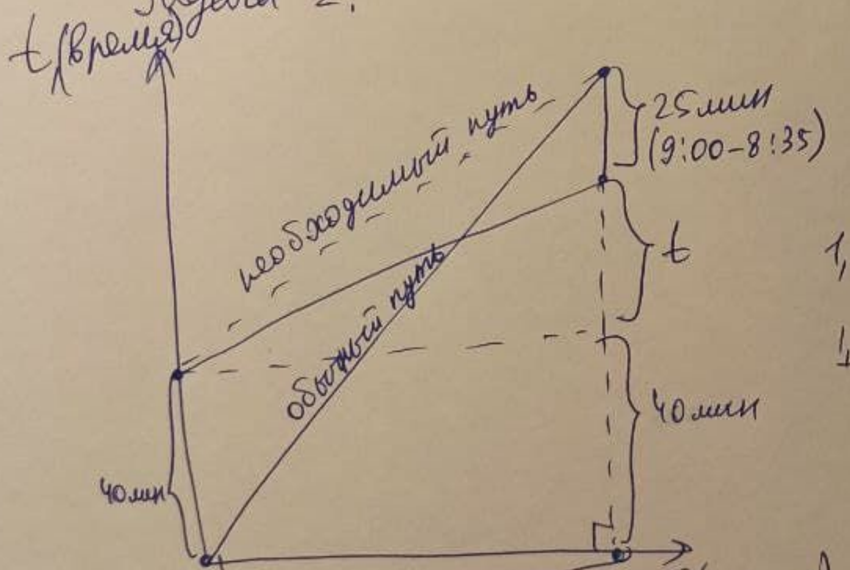
$$=(a^3+b^3)+(b^2-a^2)-(9a+9b)=$$

$$=(a+b)(a^2-ab+b^2)+(b-a)(a+b)-9(a+b) \Rightarrow X \vdots (a+b)$$

Тогда $N \vdots (10+2017)$, т.е. $N \vdots 2017$

Т.к. $N > 2018\cdot 2014\cdot 2020 > 2017$, то N имеет ещё делитель, больший $1 \Rightarrow N$-составное.

Задача 2.



$$v=\frac{S}{t+65}$$

$$1{,}6v=\frac{S}{t}$$

$$\frac{1{,}6v}{v}=\frac{\frac{S}{t}}{\frac{S}{t+65}}$$

$$1{,}6=\frac{t+65}{t}$$

$$1{,}6t=t+65$$

$$65=0{,}6t$$

$$t=\frac{650}{6}=\frac{325}{3}$$

$$v=\frac{S}{\frac{325}{3}+65}=\frac{3S}{325+195}=\frac{3S}{520}$$

$$Xv=\frac{S}{t+25}=\frac{S}{\frac{325}{3}+25}=\frac{3S}{400} \Rightarrow X=\frac{3S}{400v}=\frac{3S}{400\cdot\frac{3S}{520}}=\frac{520}{400}=1{,}3$$

$$X-1=0{,}3=30\%$$

Ответ: 30%.

Ч... . . . .

Чистовик. Лист 2.

Задача ~~2~~. 3.

Пусть есть число $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ без 0 и 9.

Тогда есть число $\overline{a_{11} a_{21} a_{31} a_{41} a_{51} a_{61}}$, где $a_{11} = 9 - a_1$

$a_{21} = 9 - a_2$

$a_{31} = 9 - a_3$

$\vdots$

$a_{61} = 9 - a_6$

В новом числе нет 0 и 9, т.к. в исходном их нет.

Тогда все числа ~~кроме 111111, 222222, 333333, ... 888888 (разбиваются на пары с суммой 999)~~ разобьются на пары с суммой в паре, равной 999999.

$999999 = 111 \cdot 9009 = 37 \cdot 3 \cdot 9009 \; \vdots \; 37 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ необходимая сумма делится на 37.

Задача 6.

Для каждой пары мальчиков мы можем взять макс 2 девочек, удалённых на 5 м от каждого, т.к. 2 окружности с центром в мальчиках и $R = 5$ м пересекаются максимум в 2 точках.

Тогда девочек максимум $C_5^2 \cdot 2 = \frac{5 \cdot 4}{2} \cdot 2 = 20$

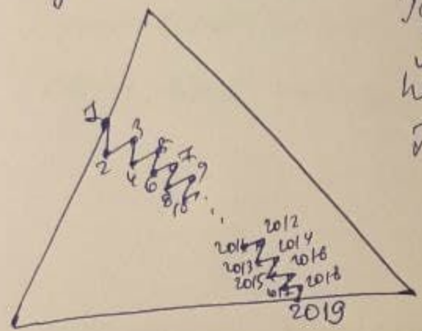
Мы сможем сделать так, чтобы не было точки пересечения 3 окружностей с центром в мальчиках и $R = 5$м, но при этом любые 2 окружности пересекались ровно в 2 точках.

Тогда девочек будет 20.

Ответ: 20.

Чистовик, Лист. 3.

Задача 7.



Разрежем треугольник ломаной из 2019 вершин, как показано на рисунке.
Получим 2020-угольник и 2021-угольник.

Ответ: можно.

Задача 5.

Теорема Турана: если в графе на $2n$ вершинах хотя бы (n^2+1) ребро, то обязательно есть цикл длины 3.

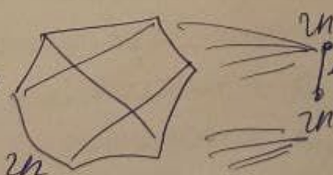
Тогда у нас максимум $\left(\frac{20}{2}\right)^2=100$ рёбер

Докажем, что при любом $n\geq 2$ есть граф на $2n$ вершинах с n^2 рёбрами и без цикла длины 3, где есть 2 группы ~~вершин~~ из n вершин без рёбер.

База: $n=2$

~~И.П.~~ И.П.:

Пусть для n — есть. Сделаем на $(n+1)$:



$2n+1$ ← соединяем с вершинами 1 группы из n вершин без рёбер

← проводим ребро

$2n+2$ ← соединяем с вершинами из 2 группы из n вершин без рёбер

граф на $2n$ вершинах, n^2 рёбер, 2 группы из n вершин без рёбер, нет цикла длины 3

1) добавилось $2n+1$ ребро, т.е. стало $n^2+2n+1=(n+1)^2$ рёбер
2) Циклов длины 3 нет
3) Вершин $2n+2=2(n+1)$
4) 2 группы из $(n+1)$ вершины без рёбер

Чистовик. Лист 4,

I группа: 2 группа в $2n$ вершинах и вершина $(2n+1)$

II группа: остальные

И. П. доказан!

Ответ: 100 рёбер.

Задача 4.

Докажем, что $\frac{2a}{2a+1}\cdot\frac{2a+2}{2a+3}\cdot\ldots\cdot\frac{2b-2}{2b-1}<\sqrt{\frac{a}{b}}$

Пусть при $a=a$ и $b=b$ работает.

Докажем для $b=b+1$.

$$\frac{2a}{2a+1}\cdot\ldots\cdot\frac{2b-2}{2b-1}\cdot\frac{2b}{2b+1}<\sqrt{\frac{a}{b+1}}$$

~~Докажем, что~~

Докажем, что

$$\frac{2a}{2a+1}\cdot\ldots\cdot\frac{2b-2}{2b-1}\cdot\frac{2b}{2b+1}\underset{1}{<}\sqrt{\frac{a}{b}}\cdot\frac{2b}{2b+1}<\sqrt{\frac{a}{b+1}}$$

доказано по предположению

$$\sqrt{\frac{a}{b}}\cdot\frac{2b}{2b+1}<\sqrt{\frac{a}{b+1}}$$

$$\frac{2b}{2b+1}<\sqrt{\frac{b}{b+1}}$$

$$\frac{4b^2}{4b^2+4b+1}<\frac{b}{b+1}$$

$$4b^3+4b^2<4b^3+4b^2+b$$

$b>0$ – верно $\Rightarrow$

$$\Rightarrow\frac{100}{101}\cdot\ldots\cdot\frac{1022}{1023}<\sqrt{\frac{50}{512}}=\sqrt{\frac{25}{256}}=\frac{5}{16}$$

Чистовик. Лист 5.

Надо доказать базу для $b=a+1$

$$\frac{2a\cdot(2a+2)}{(2a+1)(2a+3)}<\sqrt{\frac{a}{a+2}}$$

$$\frac{4a^2+4a}{4a^2+8a+3}<\sqrt{\frac{a}{a+2}}$$

$$\frac{(2a+1)^2-1}{(2a+2)^2-1}<\frac{(2a+1)^2}{(2a+2)^2}$$

черновик, Лист 6. 652801875

$7 \cdot 9 \cdot 13 + 2020 \cdot 2018 \cdot 2014 =$

$1015 \cdot 2^2$

$$\begin{array}{r|l} 2020 & 2 \\ 1010 & 2 \\ 505 & 5 \\ 101 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2018 & 2 \\ 1009 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1044483 \\ 1022625 \\ \hline 5222415 \\ + 2088966 \\ 6266898 \\ \hline 652801875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2013 & 11 \\ -11 & 183 \\ 91 & \\ -88 & \\ 33 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1021 \\ 1023 \\ \hline 3063 \\ + 2042 \\ 1021 \\ \hline 1044483 \end{array}$$

$\cancel{7 \cdot (-2) \cdot 24 + 7 \cdot 5 \cdot 1 = -228 + 35 = 7}$

$\left(\frac{9 \cdot 8}{2}\right) \cdot 8^5 + \left(\frac{9 \cdot 8}{2}\right) \cdot 10 \cdot 8^5 + \dots + \left(\frac{9 \cdot 8}{2}\right) \cdot 100000 \cdot 8^5 =$

$= \left(\frac{9 \cdot 8}{2}\right) \cdot 8^5 \cdot 111111$

111111

$$\begin{array}{r} 97 \\ \times 99 \\ \hline 873 \\ + 873 \\ \hline 9603 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times 256 \\ 256 \\ \hline 1536 \\ + 1280 \\ 512 \\ \hline 65536 \end{array}$$

$\frac{100}{101} \cdot \frac{102}{103} \cdot \frac{104}{105} \cdot \dots \cdot \frac{1022}{1023} \vee \frac{5}{16}$

$\frac{100}{101} \cdot \frac{102}{103} \cdot \dots \cdot \frac{1022}{1023} > \left(\frac{100}{101}\right)^{923} = \left(1 - \frac{1}{101}\right)^{923} \geq$

$\vee$

$\frac{100}{102} \cdot \frac{102}{104} \cdot \dots \cdot \frac{1022}{1024} = \frac{100}{1024} = \frac{50}{512} = \frac{25}{256} \cancel{>} \frac{5}{16}$

$\left(\frac{1022}{1023}\right)^{923} = \left(1 - \frac{1}{1023}\right)^{923} \leq 1 - \frac{923}{1023}$

$$\begin{array}{r} 65536 \\ - 9603 \\ \hline \end{array}$$

$\times \begin{array}{r} 25 \\ 23 \end{array}$

$1 - \frac{923}{1023} < \frac{5}{16}$

$400 \geq 1280$

$$\begin{array}{r} 25600 \\ - 256 \\ \hline 25344 \end{array}$$

$\frac{100}{1023} < \frac{5}{16}$

$1600 < 5115$

$\left(\frac{100}{101}\right)^2 \cdot \left(\frac{102}{103}\right)^2 \cdot \dots \left(\frac{1022}{1023}\right)^2 > \frac{25}{256}$

$\left(\frac{100}{101}\right)^2 \geq 1 - \frac{2}{101} = \frac{99}{101}$

$\left(1 - \frac{2}{101}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{103}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{2}{1023}\right) \geq \frac{25}{256}$

$\frac{97}{101} \cdot \frac{99}{103} \cdot \dots \cdot \frac{1019}{1023} > \frac{5^4}{16^4}$

$\frac{97 \cdot 99}{1021 \cdot 1023} > \frac{5^4}{16^4}$

$\frac{99}{101} \cdot \frac{101}{103} \cdot \dots \cdot \frac{1021}{1023} > \frac{25}{256}$

$\frac{99}{1023} > \frac{25}{256}$

$25344 > 25575$

чорновик, лист 7

$$\cancel{16x^5+32x^4+8x^3+16x^4+32x^3+8x^2<16x^5+32x^4+12x^3+4x^2+8x^2+3x}$$

$$\frac{2a}{2a+1}\cdot\frac{8x^2+8x+2-2a}{8x^2+8x+3-2a}<\left(\frac{x}{x+1}\right)^{2x+2}$$

$$\left(1-\frac{1}{x+1}\right)^{2x+2}$$

$$\frac{2a}{2a+1}\cdot\frac{2a+2}{2a+3}\cdot\ldots\cdot\frac{2b-2}{2b-1}<\sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\left(\frac{2a}{2a+1}\right)^2\cdot\left(\frac{2a+2}{2a+3}\right)^2\cdot\ldots\cdot\left(\frac{2b-2}{2b-1}\right)^2\geq\left(\frac{2a-1}{2a+1}\right)\left(\frac{2a+1}{2a+3}\right)\cdot\ldots\cdot\left(\frac{2b-3}{2b-1}\right)\geq\frac{a}{b}$$

$$\left(1-\frac{1}{2a+1}\right)^2$$

$$\frac{2a-1}{2b-1}>\frac{a}{b}$$

$$2ab-b>2ab-a$$

$$a>b$$

$$\frac{2a}{2a+1}=\frac{4a}{4a+2}=1-\frac{2}{4a+2}\leq\left(\frac{4a+3}{4a+4}\right)^2$$

$$\left(\frac{2a}{2a+1}\right)^2=\frac{4a^2}{4a^2+4a+1}=1-\frac{2}{8a^2+8a+2}\leq\left(\frac{8a^2+8a}{8a^2+8a+2}\right)^2$$

$$\frac{100}{101}\cdot\ldots\cdot\frac{1022}{1023}\leq\left(\frac{\frac{100}{101}+\frac{102}{103}+\ldots+\frac{1022}{1023}}{462}\right)^2=$$

$$=\frac{462-\left(\frac{1}{101}+\frac{1}{103}+\ldots+\frac{1}{1023}\right)}{462}\leq$$

$$\leq 1-\sqrt[462]{\frac{1}{101\cdot 103\cdot\ldots\cdot 1023}}\leq\frac{5}{16}$$

$$\left(\frac{16}{11}\right)^{462}\geq 1+\frac{5\cdot 462}{11}=1+5\cdot 42=\quad\left(\frac{11}{16}\right)^{462}\leq\frac{1}{101\cdot 103\cdot\ldots\cdot 1023}$$

$$101\cdot 103\cdot\ldots\cdot 1023\leq\left(\frac{16}{11}\right)^{462}$$

$\frac{25}{256}$

$\frac{25}{256}$

черновик. лист 8.

$\frac{100}{101} \cdot \frac{102}{103} \cdot \ldots \cdot \frac{1022}{1023} \cdot \frac{1024}{1025} \vee \frac{7}{16} \cdot \frac{1024}{1025} = \frac{64}{205}$

$\frac{10}{32}$

$\cancel{2^{462}(50\cdot 51 \cdot \ldots \cdot 511) = 2^{462}}$
$\cancel{101\cdot 102 \cdot \ldots 513 \cdot 1023}$

$1023 - 511 = 512$

$256 \times 10 = 2560$

$\frac{10}{32} = \frac{5}{16}$

$\frac{\frac{32}{10}}{\frac{1024}{100}} = \frac{32\cdot 100}{10\cdot 1024} = \frac{5}{16}$

aaaaaa
abcdefg

$\frac{4x^2}{4x^2+1} \cdot \frac{4x^2+2}{4x^2+3} \cdot \ldots \cdot \frac{(4x+1)^2-1}{(4x+1)^2} > \frac{9}{2}$

$\frac{(2x)^2}{4x^2+1} \cdot \frac{4x^2+2}{4x^2+3} \cdot \ldots \cdot \frac{(2x+2)^2-2}{(2x+2)^2-1} < \frac{2x}{2x+2} = \frac{x}{x+1}$

$\cancel{\left(1-\frac{1}{(4x^2+1)^2}\right)^2 >}$

$\frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{10}{11} \cdot \frac{12}{13} \cdot \frac{14}{15} =$

$= \frac{2^{10}}{11\cdot 13\cdot 15} = \frac{1024}{2145} < \frac{1}{2}$

$\frac{(2x+2)^2}{(2x+2)^2}$ $2x^2+1$ $15 \times 11 = 165$ $4x+4$

$\left(\frac{2x}{2x+2}\right)^2$ $\frac{4x^2}{4x^2+1} \cdot \frac{4x^2+8x+2}{4x^2+8x+3} < \frac{x}{x+1}$ $165 \times 13 = 495 + 165 = 2145$

$\frac{95}{256}$

$\frac{5}{56}$

$\cancel{4x^3(4x^2+8x+2)} <$
$4x^4(x+1)(4x^2+8x+2) < (4x^3+x)(4x^2+8x+3)$
$(4x^3+4x^2)(4x^2+8x+2) < (4x^3+x)(4x^2+8x+3)$

14

Черновик. Лист 9.

$\frac{100}{101}\cdot\frac{102}{103}\cdot\frac{104}{105}\cdot\frac{106}{107}\cdot\ldots\cdot\frac{1022}{1023} > \left(\frac{100}{101}\right)^{462} \geq \frac{5}{16} = \frac{320}{1024}$

$1025 : 5 = 205$; $1024 : 16 = 64$

$\wedge \frac{64}{5}$ $\frac{16}{5} \geq e^5$

$\frac{100}{101}\cdot\frac{102}{103}\cdot\frac{104}{105}\cdot\frac{106}{107}\cdot\ldots\cdot\frac{1022}{1023}\cdot\frac{1024}{1025} \vee \frac{320}{1025} = \frac{64}{205}$

$1023 - 99 = 924$; $924 : 2 = 462$

$1 - \frac{1}{x}$

$\left(1-\frac{1}{101}\right)\left(1-\frac{1}{103}\right)\left(1-\frac{1}{105}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{1023}\right) \leq$

$\leq \left(1-\frac{1}{1023}\right)^{923}$

$\leq y\left(1-\frac{1}{x}\right)$ $y - \frac{y}{x}$

$x\left(1-\frac{1}{y}\right) = x - \frac{x}{y}$

$\left(1-\frac{1}{x}\right)^n \leq \frac{1}{e}$

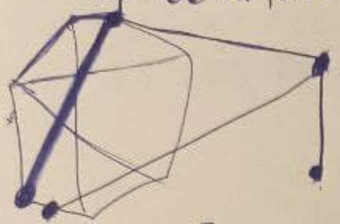
$\left(1-\frac{1}{x}\right)^{x-1} \geq 1 - \frac{x-1}{x} = \frac{1}{x}$

$\left(\frac{101}{100}\right)^{100}\cdot\left(\frac{103}{102}\right)^{102}\cdot\ldots\cdot\left(\frac{1023}{1022}\right)^{1022} \geq$

≥ 2

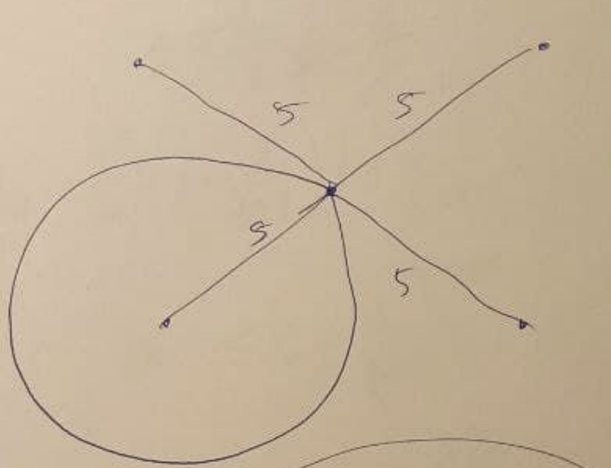
$\left(\frac{100}{101}\right)^{462} = \left(1-\frac{1}{101}\right) \geq$

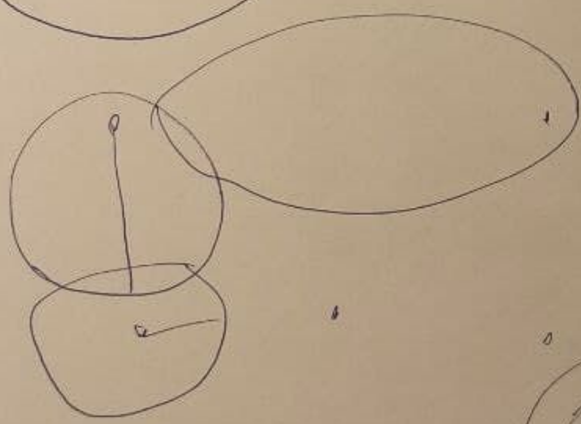
Черновик, лист 10

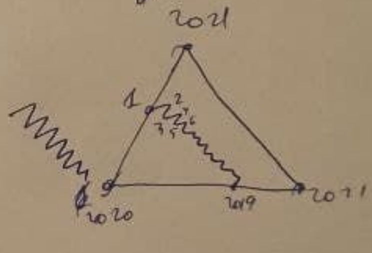


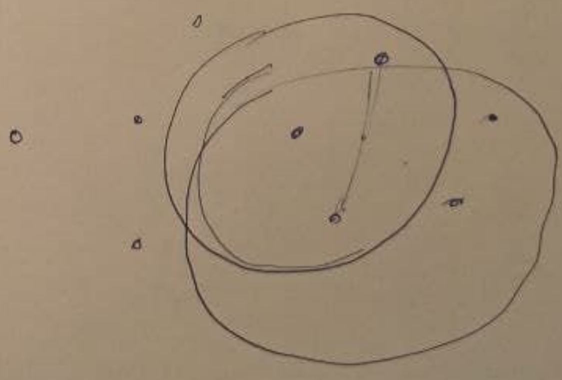
$$C_5^2 = \frac{5\cdot 4}{2} = 10$$

20

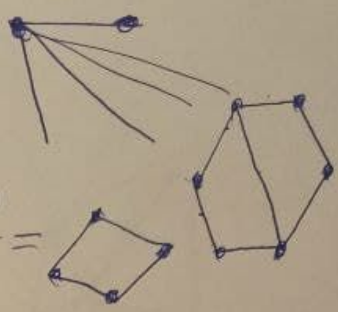








Черновик. Лист 11.



$$x+\frac{(n-x-1)^2}{4}(x+1)$$

$$x+\frac{(n^2+x^2+1-2n-2nx+2x)(x+1)}{4}=$$

$$x+\frac{n^2x+n^2+x^3+x^2+x+1-2nx-2n-2nx^2-2nx+2x^2+2x}{4}=$$

$$=\frac{x^3+x^2(1-2n+2)+x(n^2+4+1-2n-2n+2)}{4}=$$

$$=\frac{x^3+x^2(3-2n)+x(n^2-4n+7)}{4}$$

$$3x^2+2x(3-2n)+(n^2-4n+7)=0$$

$$3x^2+x(6-4n)+(n^2-4n+7)=0$$

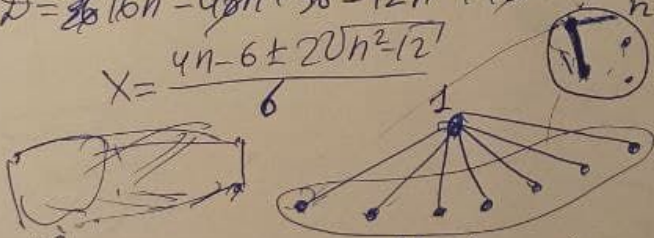
$$\begin{array}{r} 84 \\ -36 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$D=16n^2-48n+36-12n^2+48n-84=4n^2-48$$

$n-x-1$

$$x=\frac{4n-6\pm2\sqrt{n^2-12}}{6}$$

1



$$\cancel{\frac{(n-x-1)^2}{4}}$$

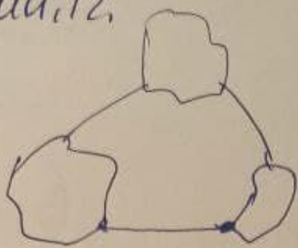
$$2ax+2bx=2x$$

$$C^2_{n-x-1}\cdot 2=\frac{(n-x-1)(n-x-2)}{2}+x$$

$$n^2-nx-2n-nx+x^2+2x+n+x+2+x$$

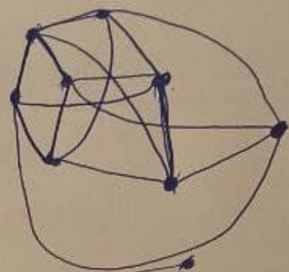
$$x^2-2nx+4x=x^2-x(2n-4)$$

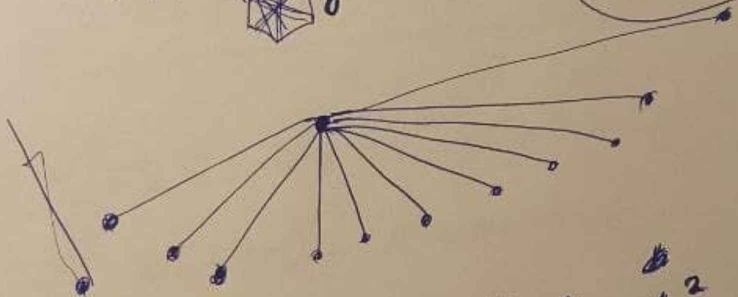
Черновик. Лист 12.



$(n-3)^2+(n-3)(6-2n)$

$n^2-\cancel{6n}+9+\cancel{6n}-2n^2-18+6n$





$\frac{\frac{n}{2}\cdot n}{2}=\frac{n^2}{4}$

$2x+\cancel{6}\,4-2n=0$

$2x=2n-\cancel{6}\,4$

$x=n-\cancel{3}\,2$

$x+\frac{n(n-x-1)^2}{\cancel{4}\,2}=$

$=x+\frac{n^2+x^2+1-2nx-2n+2x}{\cancel{4}\,2}=$

$=\frac{n^2+x^2+1-2nx-2n+\cancel{6}\,4x}{\cancel{4}\,2}$

$x^2+x(\cancel{6}\,4-2n)+(n^2-2n+1)$

$x^2+x(6-2n)$

Черновик. Лист 13.

$$(x-3)(x-1)(x+3)+(y+3)(y+1)(y-3)=$$

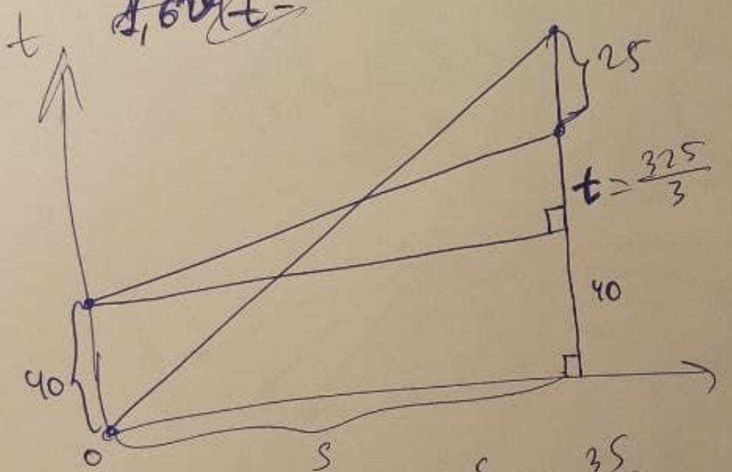
$$=(x^2-9)(x-1)+(y^2-9)(y+1)=$$

$$=x^3-x^2-9x+\cancel{9}+y^3+y^2-9y-\cancel{9}=$$

$$=(x+y)(x^2-xy+y^2)+(y-x)(x+y)-9(x+y)=$$

$$=(x+y)(x^2-xy+y^2+y-x-9)$$

~~1,6v t~~



$$\begin{array}{r} 65 \\ \times\ 13 \\ \hline 195 \\ +\ 325 \\ \hline 520 \end{array}$$

$$v=\frac{S}{t+65}=\frac{S}{65+\frac{325}{3}}=\frac{3S}{520}$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ \times\ 1,6 \\ \hline 390 \\ +\ 65 \\ \hline 1040 \end{array}$$

$$1,6v=\frac{S}{t}$$

$$1,6=\frac{\cancel{t+65}}{\cancel{t+65}\,t}$$

$10400 \mid 6$

$$\cancel{1,6t+1040=t}$$

$$\cancel{0,6t=1040}$$

$$0,6t=65$$

$$t=\frac{650}{6}=\frac{325}{3}$$

$$xv=\frac{S}{25+\frac{325}{3}}=\frac{3S}{400}$$

$$x=\frac{520}{400}=\frac{13}{10}=1,3$$

30%

Черновик, лист 14.

$$\begin{array}{r} \times\ 65536 \\ 19603 \\ \hline 196608 \\ +\ 393216 \\ 589824 \\ \hline 629342208 \end{array}$$

$2020 \mid 17$, 11; 17, 34, 17

20407; $2008 \mid 17$, 119; 17, 30, 17, 138

$$\frac{100}{101} = 1 - \frac{1}{101} = 1 - 2\cdot\frac{1}{202} \leq \left(\frac{201}{202}\right)^2$$

$$\frac{100}{101}\cdot\frac{102}{103}\cdot\frac{104}{105}\cdot\ldots\cdot\frac{1022}{1023} \qquad \left(\frac{102}{101}\right)^2 \geq 1 + \frac{2}{101}$$

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{8}{9}\cdots\frac{2n}{2n+1}$$

$$100\cdot\frac{102}{101}\cdot\frac{104}{103}\cdot\frac{106}{105}\cdot\ldots\cdot\frac{1022}{1021}\cdot\frac{1}{1023} \geq \frac{100}{1023} \approx \frac{1}{10}$$

$$\left(\frac{102}{101}\right)^2\cdot\left(\frac{104}{103}\right)^2\cdot\left(\frac{106}{105}\right)^2\cdot\ldots\cdot\left(\frac{1022}{1021}\right)^2\cdot\left(\frac{100}{1023}\right)^2 \geq \frac{103}{101}\cdot\frac{105}{103}\cdot\ldots$$

$$\ldots\cdot\frac{1023}{1021}\cdot\frac{100^2}{1023^2} = \frac{100^2}{101\cdot 1023}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 63 \\ 13 \\ \hline 189 \\ 63 \\ \hline 819 \end{array}$$

$7\cdot 9\cdot 13 + 2020\cdot 2018\cdot 2014$

$7\cdot 9\cdot(-4) + (-3)\cdot(-5)\cdot(8) = 3(7\cdot 12 - 40) = 3\cdot 44$

$7\cdot 9\cdot 13 + (2020 - xn)(2018 - xn)(2014 - xn)$

$$\begin{array}{r} \times\ 2018 \\ 2014 \\ \hline 8072 \\ 2018 \\ 4036 \\ \hline 4064252 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 4064252 \\ 2020 \\ \hline 81285040 \\ +\ 8128504 \\ \hline 8209789040 \\ +\ 819 \\ \hline 8209789859 \end{array}$$

$x(x+2)(x+6) + (y+2)(y+4)y$