МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьевы горы»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Мухамедова Элина Ролановна**

Класс: **11**

Технический балл: **75**

Дата проведения: **4 апреля 2021 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2020/2021 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Мухамедова Элина Ролановна

Класс: 11

Задача 1	**Задача 2**	**Задача 3**	**Задача 4**	**Задача 5**	**Сумма***
20 баллов	20 баллов	20 баллов	0 баллов	15 баллов	75 баллов

Черновик

№1. $\underbrace{20}_{2}\underbrace{21}_{2}\underbrace{22}_{2}\underbrace{23}_{2}\ldots\underbrace{98}_{2}\underbrace{99}_{2}\underbrace{100}_{3}\underbrace{101}_{3}\ldots\underbrace{999}_{3}$

2021

$99-19=80$ $\qquad 999-99=900$

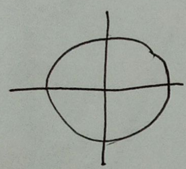
$2\cdot 80=160$ $\qquad 3\cdot 900=2700$

$$\begin{array}{r} 2021 \\ -\ 160 \\ \hline 1861 \end{array}$$

$2021=160+1861=160+3\cdot 620+1$ $\qquad 99+620=719$

$\underbrace{100}_{3}\underbrace{101}_{3}\underbrace{102}_{3}\ldots\underbrace{719}_{3}\boxed{7}20$ $\qquad 7$

№2. $a-?:\ \forall b\ \ |x|-\arcsin x+b\cdot(\arccos x+|x|-1)+a=0$ – имеет решение



$\arcsin x\in[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}]$ $\qquad x\in[-1;1]$

$\arccos x\in[0;\pi]$

$b=-1$

$\cancel{|x|}-\arcsin x-\arccos x-\cancel{|x|}+1+a=0$

$1-(\arcsin x+\arccos x)+a=0$

$(\arcsin x+\arccos x)=a+1$

$a+1=\frac{\pi}{2}$

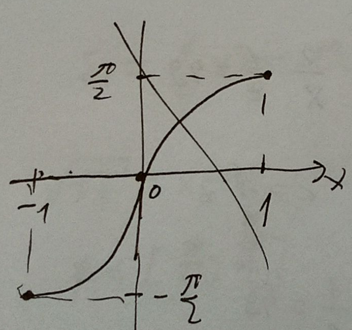
$a=\frac{\pi}{2}-1$

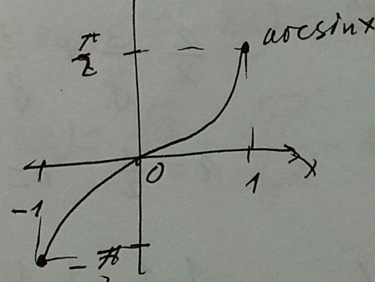
$\frac{d(\sin x)}{dx}=\cos x$

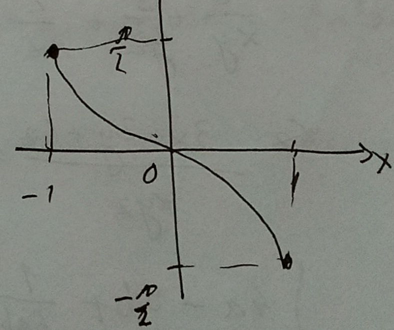
$|x|-\arcsin x=1-\frac{\pi}{2}$

$\frac{d(\arcsin x)}{dx}$

$|x|-\arcsin x+b\cdot\arccos x+b|x|=b-a$







$\arccos x=\left(\frac{\pi}{2}-\arcsin x\right)$

$|x|-\arcsin x+b\frac{\pi}{2}-b\arcsin x+b|x|=b+1-\frac{\pi}{2}$

$|x|-\arcsin x+b(|x|-\arcsin x)=b+1-\frac{\pi}{2}-b\frac{\pi}{2}$

$(b+1)(|x|-\arcsin x)=(b+1)\left(1-\frac{\pi}{2}\right)$

$b\neq-1$ $\quad |x|-\arcsin x=1-\frac{\pi}{2}$

Черн

Черновик

№3.

$$2^{\lg(x^2-3)} = \lg 2^{x^2-2}$$

$\sqrt{17}$

$t = \cancel{x^2} > 3$ $\qquad t = x^2-3 > 0$

$\cancel{2^{\lg(t-3)}}$

$$2^{\lg t} = \cancel{\lg}\ \lg 2^{t+1} \qquad \log_2(\ldots)$$

$\cancel{\lg t =}$ $\qquad \lg \qquad \log_{10}(2^{t+1}) = \dfrac{\log_2(2^{t+1})}{\log_2 10} = \dfrac{t+1}{\log_2 10}$

$$2^{\lg t} = \frac{t+1}{\log_2 10}$$

$$t+1 = 2^{\log_{10} t} \cdot \log_2 10$$

№4

$$\begin{cases} 2x-3y+\dfrac{1}{xy}=6 \\ 3z-6x+\dfrac{1}{xz}=2 \\ 6y-2z+\dfrac{1}{yz}=3 \end{cases}$$

$4x-6y+\dfrac{2}{xy}=12$

$6y-2z+\dfrac{1}{yz}=3$

$4x-2z+\dfrac{2}{xy}+\dfrac{1}{yz}=15$

$3z-6x+\dfrac{1}{xz}=2$

$12x-6z+\dfrac{6}{xy}+\dfrac{3}{yz}=45$

$6z-12x+\dfrac{2}{xz}=4$

$$\frac{6}{xy}+\frac{3}{yz}+\frac{2}{xz}=49$$

$$\frac{2}{x}\cdot\frac{3}{y}+\frac{3}{y}\cdot\frac{1}{z}+\frac{2}{\cancel{x}}\cdot\frac{1}{z}=49$$

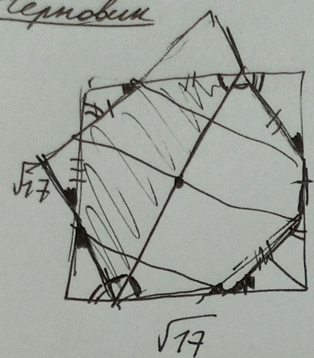
$\cancel{6x}$ $\dfrac{3x+2y+6z}{xyz}=49$

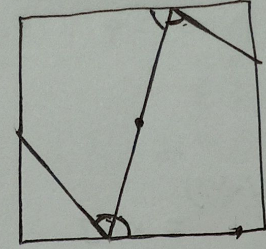
$a=\dfrac{x}{2} \qquad b=\dfrac{y}{3} \qquad c=\dfrac{\cancel{1}}{\cancel{2}}z$

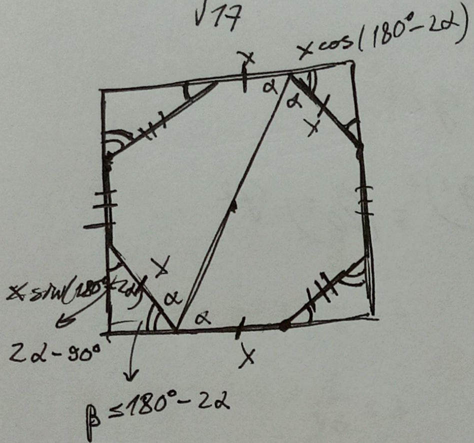
$$\begin{cases} 4a-9b+\dfrac{1}{6ab}=6 \\ 3c-12a+\dfrac{1}{2ac}=2 \\ 18b-2c+\dfrac{1}{3bc}=3 \end{cases}$$

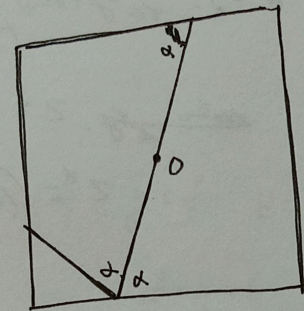
$$\frac{1}{a}\cdot\frac{1}{b}+\frac{1}{b}\cdot\frac{1}{c}+\frac{1}{c}\cdot\frac{1}{a}=49$$

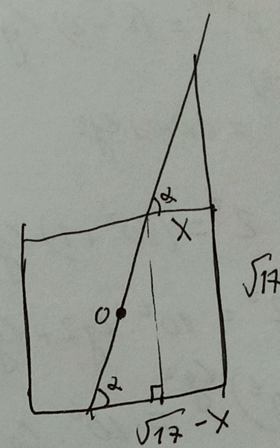
черновик







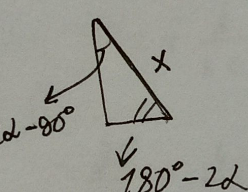




$$tg\,\alpha = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{17}-2x}$$

$$\sqrt{17}-2x = \frac{\sqrt{17}}{tg\,\alpha} \qquad tg\,\alpha \in [1; +\infty)$$

$$2x = \sqrt{17} - \frac{\sqrt{17}}{tg\,\alpha} \qquad x = \frac{\sqrt{17}}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2tg\,\alpha}$$



$$\cancel{\cos(2} \quad \sin(180°-2\alpha) = \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos(180°-2\alpha) = -\cos 2\alpha = \sin^2\alpha - \cos^2\alpha$$

$$S_1 = \frac{1}{2}x^2\cos(180°-2\alpha)\sin(180°-2\alpha) = -\frac{1}{2}x^2\cos 2\alpha \cdot \sin 2\alpha = -\frac{1}{4}x^2\sin 4\alpha$$

$$\sqrt{17} - x - -x\cos(180°-2\alpha) = \frac{\sqrt{17}}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2tg\,\alpha} - x\cos(180°-2\alpha)$$

$$\beta \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\alpha = \frac{180°-\beta}{2} = 90° - \frac{\beta}{2}$$

$$tg\,\alpha = tg\left(90° - \frac{\beta}{2}\right) = ctg\frac{\beta}{2} = \frac{\cos\frac{\beta}{2}}{\sin\frac{\beta}{2}} = ctg\frac{\beta}{2} = \frac{\sin\beta}{1-\cos\beta}$$

Черновик

$2^{\lg(x^2-3)} = \lg 2^{x^2-2}$

$\lg 2^{x^2-2} = (x^2-2)\lg 2$

$2^{\lg(x^2-3)} = (x^2-2)\lg 2$

$10^{\lg(x^2-3)} = x^2-3$

$\cancel{2^{\lg t}}$

$x^2-2 = 10^{\lg(x^2-3)}+1$

$2^t = (10^t+1)\lg 2$

$2^t = 10^t \cdot \lg 2 + \lg 2$

$\cancel{10^t = 2^{\lg}}$. $2 = 10^{\lg 2}$

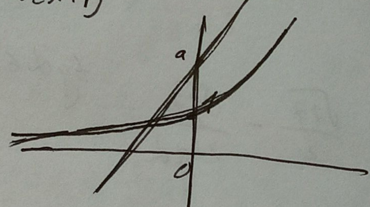
$2^t = (10^{\lg 2})^t = (10^t)^{\lg 2}$

$(10^t)^{\lg 2} = 10^t \cdot \lg 2 + \lg 2$

$\cancel{10^t = s}$

$x = 10^t$ $\cancel{a = \lg 2}$ $a = \lg 2 > 0$

$x^a = a(x+1)$



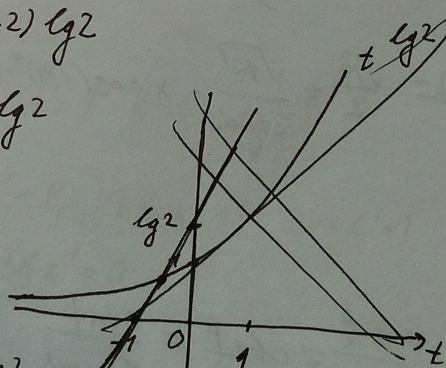
$2^{\lg(x^2-3)} = \lg 2^{x^2-2}$

$2^{\lg(x^2-3)} = (x^2-2)\lg 2$

$(10^{\lg 2})^{\lg(x^2-3)} = (x^2-2)\lg 2$

$(x^2-3)^{\lg 2} = (x^2-2)\lg 2$

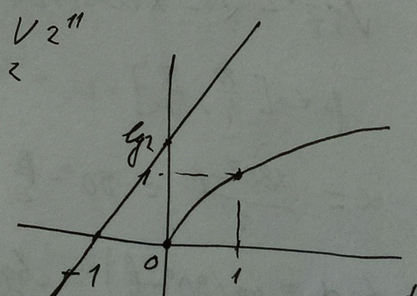
$\begin{cases} x^2-3 = t, \ t>0 \\ t^{\lg 2} = (t+1)\lg 2 \end{cases}$



$2 \sqrt{11} \lg 2$

$100 \sqrt{2^{11}}$

2



$f(t) = t^{\lg 2} - t\lg 2 - \lg 2$

$f'(t) = \lg 2 \cdot t^{\lg 2 - 1} - \lg 2 = \lg 2 (t^{\lg 2 - 1} - 1)$

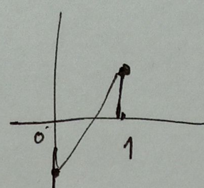
Черновик

$g(100) = 100^{\lg 2} - 101 \lg 2 = 4 - 101 \lg 2 \lessgtr 0$

$4 \vee 101 \lg 2$

$10^4 \vee 2^{101}$

$\cancel{>} <$



$$\begin{cases} 2x - 3y + \frac{1}{xy} = 6 \\ 3z - 6x + \frac{1}{xz} = 2 \\ 6y - 2z + \frac{1}{yz} = 3 \end{cases}$$

$x = \frac{1}{2} \quad y = \frac{1}{3} \quad z = 1$

$$\frac{\frac{3}{2} + \frac{2}{3} + 6}{\frac{1}{6}} = 9 + 4 + 36 = 49$$

$x = \frac{a}{2} \quad y = \frac{b}{3} \quad z = c$

$$\begin{cases} a - b + \frac{6}{ab} = 6 \\ 3c - 3a + \frac{2}{ac} = 2 \\ 2b - 2c + \frac{3}{bc} = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6a - 6b + \frac{36}{ab} = 36 \\ 6c - 6a + \frac{4}{ac} = 4 \\ 6b - 6c + \frac{9}{bc} = 9 \end{cases}$$

$$\frac{36}{ab} + \frac{4}{ac} + \frac{9}{bc} = 49$$

$\cancel{36}\ 9a + 4b + 36c = 49$

$a > 1 \quad b > 1 \quad c < 1$

$\cancel{a = a' + 1}$

$a = a' + 1 \quad b = b' + 1 \quad c = c' + 1$

$9a^2 + 4b^2 + 36c' = 0$

$$a' - b' + \frac{6}{(a'+1)(b'+1)} = 6$$

$a^2 b - ab^2 = 6ab - 6$

$a^2 b - a(b^2 + 6b) + 6 = 0$

$6(b - a) =$

$a^2 - ab + \frac{6}{b} = 6a$

$a^2 - a(b+6) + \frac{6}{b} = 0$

$D = b^2 + 36 + 12b - \frac{24}{b}$

$\cancel{6c}\cdot \quad \frac{3a + 2b + 6c}{abc} + -2a + b + c$

$$\frac{(a-b)ab}{ab-1} = \frac{a-b}{1 - \frac{1}{ab}}$$

Чистовик $\boxed{\text{Вариант 2}}$

№ 1.

$$\underbrace{20}_{2}\underbrace{21}_{2}\underbrace{23}_{2}\ldots\underbrace{99}_{2}\underbrace{100}_{3}\underbrace{101}_{3}\ldots$$

В последовательности $99-19=80$ двузначных чисел. Они дают $2\cdot 80=160$ цифр. Трёхзначных чисел всего $999-99=900$.

$3\cdot 900=2700>2021 \Rightarrow$ ~~последовательность~~ на 2021 месте последовательности стоит цифра трёхзначного числа:

$$\begin{array}{r} 2021 \\ -\ 160 \\ \hline 1861 \end{array}$$

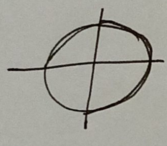
$2021=160+1861=160+3\cdot 620+1$

620-е трёхзначное число: $99+620=100+619=719$

$$\Rightarrow \underbrace{\underbrace{20}_{2}\underbrace{21}_{2}\underbrace{22}_{2}\ldots\underbrace{99}_{2}}_{160\text{ цифр}}\ \underbrace{\underbrace{100}_{3}\underbrace{101}_{3}\ldots\underbrace{719}_{3}}_{1860\text{ цифр}}\ \underbrace{\boxed{7}}_{1\text{ цифра}}20\ldots$$

$\boxed{\text{Ответ: } 7.}$

№ 2. $a-?$: $\forall b$ $|x|-\arcsin x+b\cdot(\arccos x+|x|-1)+a=0$ — имеет решение



$x\in[-1;1]$ $\arcsin x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

$\arccos x\in[0;\pi]$

$\arcsin x+\arccos x=\frac{\pi}{2}$ $\arccos x=\frac{\pi}{2}-\arcsin x$

$|x|-\arcsin x+b\cdot\left(|x|-\arcsin x+\frac{\pi}{2}-1\right)+a=0$

1) пусть $b=-1$: $-\left(\frac{\pi}{2}-1\right)+a=0 \Rightarrow a=\frac{\pi}{2}-1$.

Значит, единственное возможное значение для a — это $\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$.

Проверим его для всех b:

2) $(b+1)\left(|x|-\arcsin x\right)+b\left(\frac{\pi}{2}-1\right)+\left(\frac{\pi}{2}-1\right)=0$

$(b+1)\left(|x|-\arcsin x+\frac{\pi}{2}-1\right)=0$

при $b\neq -1$: $|x|-\arcsin x=1-\frac{\pi}{2}$ (*)

Уравнение (*) всегда имеет решение $\left[\begin{array}{l}\cancel{x=1\ (\arcsin x=\frac{\pi}{2})} \\ \cancel{x=-1\ (\arcsin(-1)=-\frac{\pi}{2})}\end{array}\right.$

$x=1$ $\left(\arcsin x=\frac{\pi}{2}\right)$

3) Значит, $a=\frac{\pi}{2}-1$ — единственно возможное и подходящее.

$\boxed{\text{Ответ: } \left\{\frac{\pi}{2}-1\right\}.}$

Чистовик

№3. $2^{\lg(x^2-3)} = \lg 2^{x^2-2}$ $\quad \lg(\underset{0}{\underset{\vee}{\ldots}}) \Rightarrow x^2-3>0;\ x^2>3$

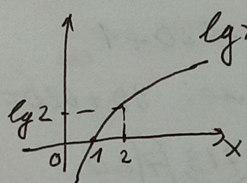
$$\left(10^{\lg 2}\right)^{\lg(x^2-3)} = (\underset{0}{\underset{\vee}{x^2-2}})\lg 2$$

$$\left(10^{\lg(x^2-3)}\right)^{\lg 2} = (x^2-2)\lg 2$$

$$(x^2-3)^{\lg 2} = (x^2-2)\lg 2$$

$$(x^2-3)^{\lg 2} = (x^2-3)\lg 2 + \lg 2 \quad \text{замена: } t = x^2-3,\ t>0$$

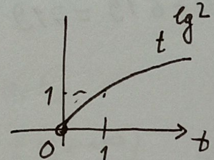
$$t^{\lg 2} = t\lg 2 + \lg 2$$



$$\begin{cases} \lg 2 > 0 \\ \lg 2 < 1 \end{cases} \quad (2<10)$$

$f_1(t) = t^{\lg 2}$

$\lg 2 < 1$:

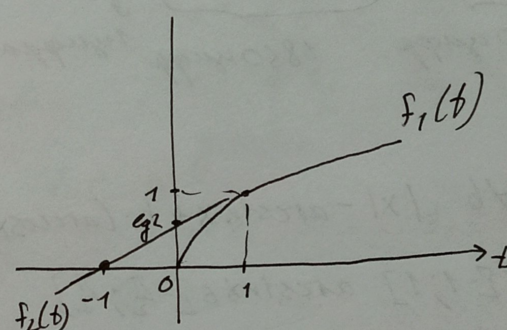


$f_2(t) = t\lg 2 + \lg 2$

$f_2(0) = \lg 2 < 1$

$f_2(-1) = 0$

~~пере~~ нужно узнать число пересечений $f_1(t)$ и $f_2(t)$



$$g(t) = f_1(t) - f_2(t) = t^{\lg 2} - t\lg 2 - \lg 2$$

нужно узнать число нулей $g(t)$

$g(0) = -\lg 2 < 0$

$g(1) = 1 - 2\lg 2 > 0$

$1 - 2\lg 2 \vee 0$

$1 \vee 2\lg 2$

$10 \vee 10^{2\lg 2} = 2^2 = 4$

$>$

$$\left.\begin{aligned} &g(0)<0 \\ &g(1)>0 \\ &g(t) \text{ непрерывная} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \underline{\text{на } (0;1) \text{ один корень}}$$

$$g'(t) = \lg 2 \cdot t^{\lg 2 - 1} - \lg 2 = \lg 2 \cdot \left(t^{\lg 2 - 1} - 1\right)$$

$\cancel{\lg 2 < 1 \Rightarrow \lg 2 - 1 < 0; \ t>0 \Rightarrow t^{\lg 2 - 1}\ \forall t>0\ \ t^{\lg 2-1} = \frac{1}{t^{1-\lg 2}}}$

$\lg 2 < 1 \Rightarrow \lg 2 - 1 < 0$

Значит, при $t>1$: $t^{\lg 2 - 1} = \dfrac{1}{t^{1-\lg 2}} < 1$.

см. ~~лист~~ стр. №3.

Чистовик

Значит, $g'(t>1)<0$. Аналогично, $g'(0<t<1)>0$.

$g'(1)=0$

$\Rightarrow$ $g(t)\uparrow$ на $(0;1]$

$g(t)\downarrow$ на ~~$[1;0)$~~ $[1;+\infty)$.

$g(100)=100^{\lg 2}-101\lg 2 = 4-101\lg 2<0$

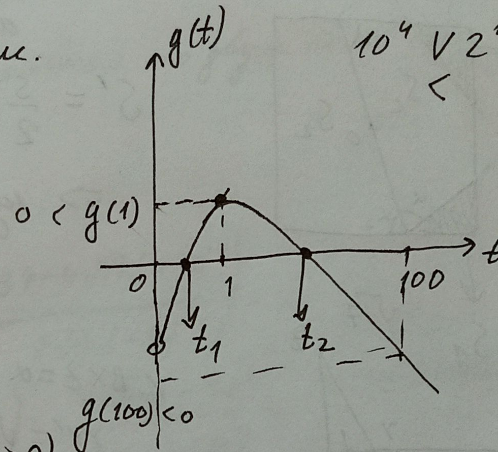
$4-101\lg 2 \vee 0$

$4 \vee 101\lg 2$

$10^4 \vee 2^{101}$

$<$

$\left.\begin{array}{l} g(t) \text{ непрерывная} \\ g(0)<0 \\ g(1)>0 \\ g(100)<0 \\ g(t)\uparrow \text{ на } (0;1] \\ g(t)\downarrow \text{ на } [1;+\infty) \end{array}\right\} \Rightarrow$ схем. рис.



Значит, $g(t)$ обнуляется ровно в двух точках: $\{t_1, t_2\}$. $(t_1, t_2>0)$

$t_1\neq t_2$, т.к. $t_1<1<t_2$

$\left[\begin{array}{l} x^2-3=t_1 \\ x^2-3=t_2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\sqrt{3+t_1} \\ x=\pm\sqrt{3+t_2} \end{array}\right.$ $\quad t_2>1>t_1>0$

То есть исходное уравнение имеет 4 корня.

Ответ: 4 корня.

№ 4.

$\begin{cases} 2x-3y+\frac{1}{xy}=6 \\ 3z-6x+\frac{1}{xz}=2 \\ 6y-2z+\frac{1}{yz}=3 \end{cases} \Leftrightarrow$ замена: $x=\frac{a}{2}$, $y=\frac{b}{3}$, $z=c$ $\quad \begin{cases} a-b+\frac{6}{ab}=6 \\ 3c-3a+\frac{2}{ac}=2 \\ 2b-2c+\frac{3}{bc}=3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6(a-b)+\frac{36}{ab}=36 \\ 6(c-a)+\frac{4}{ac}=4 \\ 6(b-c)+\frac{9}{bc}=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6(a-b)=36\cdot\left(\frac{ab-1}{ab}\right) \\ 6(c-a)=4\left(\frac{ac-1}{ac}\right) \\ 6(b-c)=9\left(\frac{bc-1}{bc}\right) \end{cases}$

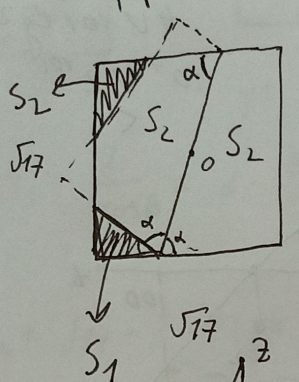
$\Leftrightarrow \begin{cases} 6(a-b)=36\left(1-\frac{1}{ab}\right) \\ 6(c-a)=4\left(1-\frac{1}{ac}\right) \\ 6(b-c)=9\left(1-\frac{1}{bc}\right) \end{cases} \Leftrightarrow$ см. стр. №4.

Чистовик

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9a+4b+36c=49 \\ 6(a-b)=36\left(1-\frac{1}{ab}\right) \\ 6(c-a)=4\left(1-\frac{1}{ac}\right) \\ 6(b-c)=9\left(1-\frac{1}{bc}\right) \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=1 \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{1}{3} \\ z=1 \end{cases}$$

Ответ: $\{(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 1)\}$.

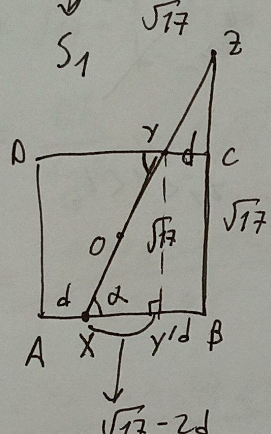
№ 5.



$a=\sqrt{S}=\sqrt{17}$ $\quad S=17$

$$S' = \frac{S}{2}+S_1+S_2 = \frac{17}{2}+S_1+S_2$$

$\Rightarrow$ нужно $(S_1+S_2) \longrightarrow \max$.



$\angle BXZ = \alpha = \angle XYD$

$YY' = \sqrt{17}$

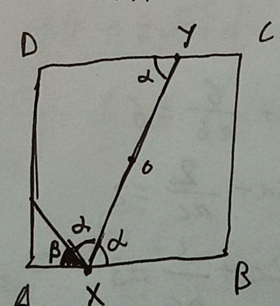
$YC = d$

$AX = d$ (симметрия) $\Rightarrow XY' = \sqrt{17}-2d$

$$\Rightarrow tg\,\alpha = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{17}-2d}$$

$$tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{tg^2\alpha+1} = \frac{1}{\frac{17}{17+4d^2-4\sqrt{17}d}+1} = \frac{17+4d^2-4\sqrt{17}d}{34+4d^2-4\sqrt{17}d}$$



$\beta = 180° - 2\alpha$

$$ctg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1}{ctg^2\alpha+1} = \frac{1}{\frac{17+4d^2-4\sqrt{17}d}{17}+1} = \frac{17}{34+4d^2-4\sqrt{17}d}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \sin\alpha &= \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{34+4d^2-4\sqrt{17}d}} \\ \cos\alpha &= \frac{\sqrt{17}-2d}{\sqrt{34+4d^2-4\sqrt{17}d}} \end{aligned}}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{2\sqrt{17}(\sqrt{17}-2d)}{34+4d^2-4\sqrt{17}d}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \frac{4d^2-4\sqrt{17}d}{34+4d^2-4\sqrt{17}d}$$

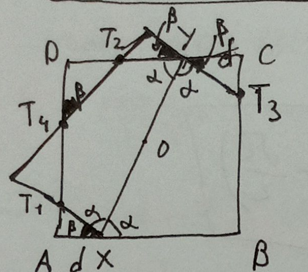
$\cos\beta = -\cos 2\alpha$

$\sin\beta = \sin 2\alpha$

см. стр. № 5. $\longrightarrow$

Чистовик

$$\boxed{\sin\beta = \frac{34-4\sqrt{17}d}{34-4\sqrt{17}d+4d^2} \qquad \cos\beta = \frac{4\sqrt{17}d-4d^2}{34-4\sqrt{17}d+4d^2}} \qquad tg\beta = \frac{34-4\sqrt{17}d}{4\sqrt{17}d-4d^2}$$



$$AT_1 = d\cdot tg\beta = \frac{d(34-4\sqrt{17}d)}{4\sqrt{17}d-4d^2}$$

$$\boxed{S_1 = S_{AT_1X} = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot d^{\cancel{}}\cdot\left(\frac{\overset{17}{\cancel{34}}-\overset{2}{\cancel{4}}\sqrt{17}d}{4\sqrt{17}\cancel{d}-4d^{\cancel{2}}}\right)} = \frac{17d-2\sqrt{17}d^2}{4\sqrt{17}-4d}$$

$YT_2 = YT_3 = \underset{XT_1}{\cancel{\ \ }}$ (равные по двум ст. и углу Δ)

$$YT_2 = XT_1 = \frac{d}{\cos\beta} = d\cdot\frac{34-4\sqrt{17}d+4d^2}{4\sqrt{17}d-4d^2}$$

$$DT_2 = \sqrt{17}-d-YT_2 = \sqrt{17}-d\cdot\left(1+\frac{34-4\sqrt{17}d+4d^2}{4\sqrt{17}d-4d^2}\right) = \sqrt{17}-d\cdot\frac{34}{4\sqrt{17}d-4d^2}$$

$$DT_4 = \frac{DT_2}{tg\beta} = \left(\sqrt{17}-d\cdot\frac{34}{4\sqrt{17}d-4d^2}\right)\cdot\frac{4\sqrt{17}d-4d^2}{34-4\sqrt{17}d} = \cancel{4\cdot17d-4\sqrt{17}d}$$

$$= \cancel{\frac{4\cdot17d-4\sqrt{17}d^2}{34-4\sqrt{}}} = \left(\frac{4\cdot17d-4\sqrt{17}d^2-34d}{4\sqrt{17}d-4d^2}\right)\cdot\frac{4\sqrt{17}d-4d^2}{34-4\sqrt{17}d}$$

$$= \frac{34d-4\sqrt{17}d^2}{34-4\sqrt{17}d} = d$$

$$S_2 = S_{T_2DT_4} = \frac{1}{2}\cdot d\cdot\left(\sqrt{17}-d\cdot\frac{34}{4\sqrt{17}d-4d^2}\right) = \boxed{\frac{\sqrt{17}d}{2}-\frac{17d}{4\sqrt{17}-4d}}$$

$$S_1+S_2 = \frac{\sqrt{17}d}{2}-\frac{17d}{4\sqrt{17}-4d}+\frac{17d-2\sqrt{17}d^2}{4\sqrt{17}-4d} \qquad \sqrt{17}d\cdot(2\sqrt{17}-2d)$$

$$= \frac{34d-2\sqrt{17}d^2-\cancel{17d}+\cancel{17d}-2\sqrt{17}d^2}{4\sqrt{17}-4d} = \frac{34d-4\sqrt{17}d^2}{4\sqrt{17}-4d}$$

$$= \frac{17d-2\sqrt{17}d^2}{2\sqrt{17}-2d} \qquad d\in\left[0;\frac{\sqrt{17}}{2}\right]$$

$$(S_1+S_2)' = 0 \Rightarrow (17-4\sqrt{17}d)(2\sqrt{17}-2d) = -2\cdot(17d-2\sqrt{17}d^2)$$

$$(17-4\sqrt{17}d)(\sqrt{17}-d) = 2\sqrt{17}d^2-17d \quad \longrightarrow$$

$$17\sqrt{17}-4\cdot17d-\cancel{17d}+4\sqrt{17}d^2 = 2\sqrt{17}d^2-\cancel{17d}$$

Чистовик

$$2\sqrt{17}d^2 - 4\cdot 17 d + 17\sqrt{17} = 0$$

$$2d^2 - 4\sqrt{17}d + 17 = 0$$

$$d^2 - 2\sqrt{17}d + \frac{17}{2} = 0$$

$$d = \frac{2\sqrt{17} - \sqrt{4\cdot 17 - 2\cdot 17}}{2} = \sqrt{17} - \frac{\sqrt{2\cdot 17}}{2} = \boxed{\sqrt{17}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$$

$\cancel{S_1 + S_2 = 17d}$

$$\boxed{\text{Ответ: } S' = 17 + S_1 + S_2, \text{ где } S_1 + S_2 = \frac{17d - 2\sqrt{17}d^2}{2\sqrt{17} - 2d}, \quad d = \sqrt{17}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$$

$$S_1 + S_2 = \frac{17d - 2\sqrt{17}d^2}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}d - 2d^2}{\sqrt{2}} = \frac{17}{\sqrt{2}}\cdot\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \sqrt{2}\cdot 17\cdot\left(1 + \frac{1}{4} - \sqrt{2}\right)$$

$$= \frac{17}{\sqrt{2}} - \frac{17}{2} - 17\sqrt{2} - \frac{17\sqrt{2}}{4} + 17\cdot 2$$

$$= \frac{2\cdot 17\sqrt{2} - 17\sqrt{2}}{4} - \frac{17}{2} - 17\sqrt{2} + 17\cdot 2$$

$$= \frac{17\sqrt{2}}{4} - 17\sqrt{2} + 17\cdot\frac{5}{2} = 17\cdot\frac{5}{2} - 17\cdot\frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$\boxed{S' = 17\cdot\frac{7}{2} - 17\cdot\frac{3\sqrt{2}}{4}}$$