МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьевы горы»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Горяйнов Олег Александрович**

Класс: **6**

Технический балл: **50**

Дата проведения: **4 апреля 2021 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2020/2021 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Горяйнов Олег Александрович

Класс: 6

Задача 1	**Задача 2**	**Задача 3**	**Задача 4**	**Задача 5**	**Задача 6**	**Задача 7**	**Сумма***
15 баллов	0 баллов	15 баллов	0 баллов	5 баллов	10 баллов	5 баллов	50 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов, верное решение всех задач — в 100 баллов.

Черновик (№21)

$n = 7 \times 9 \times 13 + 2020 \times 2018 \times 2014$

Нет общего множителя.

Ответ: нет, нельзя

$2020 : 7 = 288$ (ост. 4) ✗

$2020 : 9 = 224$ (ост. 4) ✗

$2020 : 13 = 155$ (ост. 5) ✗

$2018 : 7 = 288$ (ост. 2) ✗

$2018 : 9 = 224$ (ост. 2) ✗

$2018 : 13 = 155$ (ост. 3) ✗

$2014 : 7 = 287$ (ост. 5) ✗

$2014 : 9 = 223$ (ост. 7) ✗

$2014 : 13 = 154$ (ост. 12) ✗

$2018 \times 2014 = 4064252$

$4064252 \times 2020 = 8209789040$

$8209789040 + 819 = 8209789859$

$819 : 7 = 117$ (ост. 0)

$117 \times 63 = 7371$

$7371 + 819 = 8190$

Черновик (№9)

V — t — S

Нарм. V

Сх до 9: 20t S

Сх 16/10 V

t − 40 + 25 S

$Vt = \frac{16}{10}V \cdot (t - \frac{1}{4})$

$Vt = \frac{8}{5}V(t - \frac{1}{4})$

$t = \frac{8}{5}t - \frac{2}{5}$

$-\frac{3}{5}t = -\frac{2}{5}$

$t = \frac{2}{3}$ (часа)

$Vt = \frac{8}{5}V(t - 1\frac{1}{12})$

$t = \frac{8}{5}t - \frac{8}{5} \cdot \frac{13}{12}$

$t = \frac{8}{5}t - \frac{26}{15}$

$-\frac{3}{5}t = -\frac{26}{15}$

$\frac{3}{5}t = \frac{26}{15}$

$t = \frac{26}{15} \cdot \frac{8}{3}$? $t = \frac{26}{9}$

$Vt = \frac{8}{5}V(t - 1\frac{1}{12})$

$\frac{26}{9}V = \frac{8}{5}V(\frac{26}{9} - \frac{13}{12})$

$\frac{26}{9}V = \frac{8}{5}V(\frac{104 - 39}{36})$

$\frac{26}{9}V = \frac{8}{5}V \cdot \frac{65}{36}$

$\frac{26}{9}V = \frac{13}{9}V$

(10)

Черновик Задача (№1)

кр. и с.

222 угл.

~~11~~ 111 сг. разн.

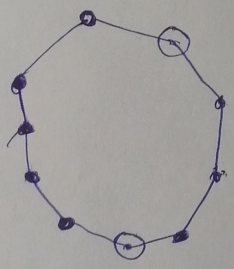
111 сг. одн.

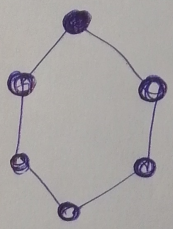
~~8 угл.~~

10у 6 угл.

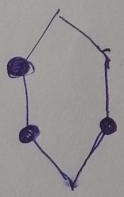
3у сг. р.

3 сг. одн.

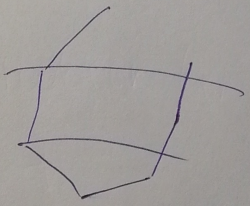


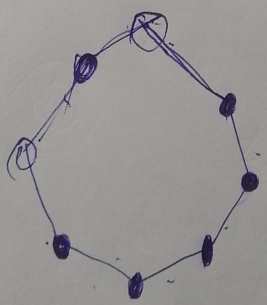


ф



Ответ: нельзя.





$$Vt = xV\left(t - \frac{2}{3}\right)$$

$$t = x\left(t - \frac{2}{3}\right)$$

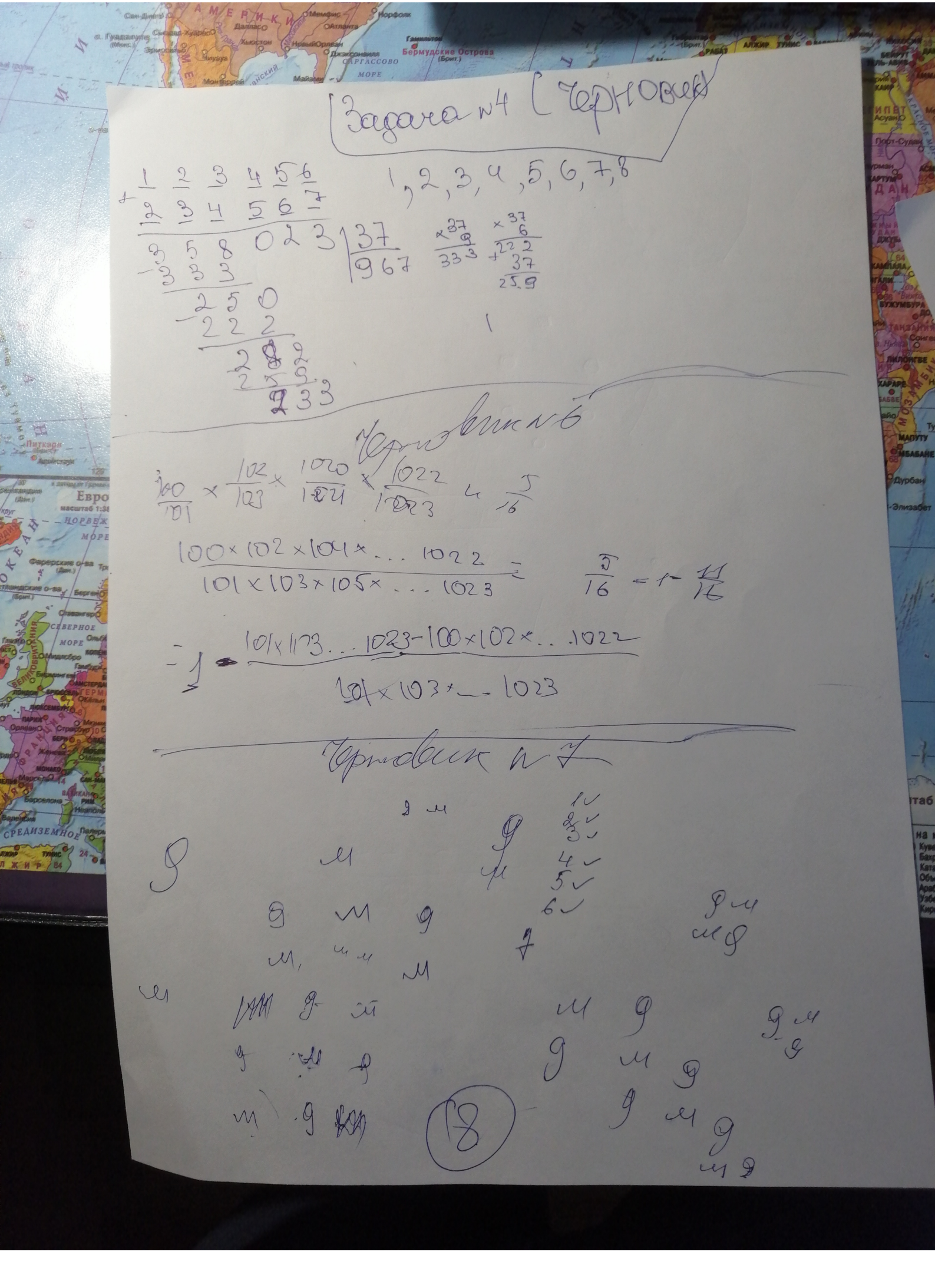
$$t = xt - \frac{2}{3}x$$

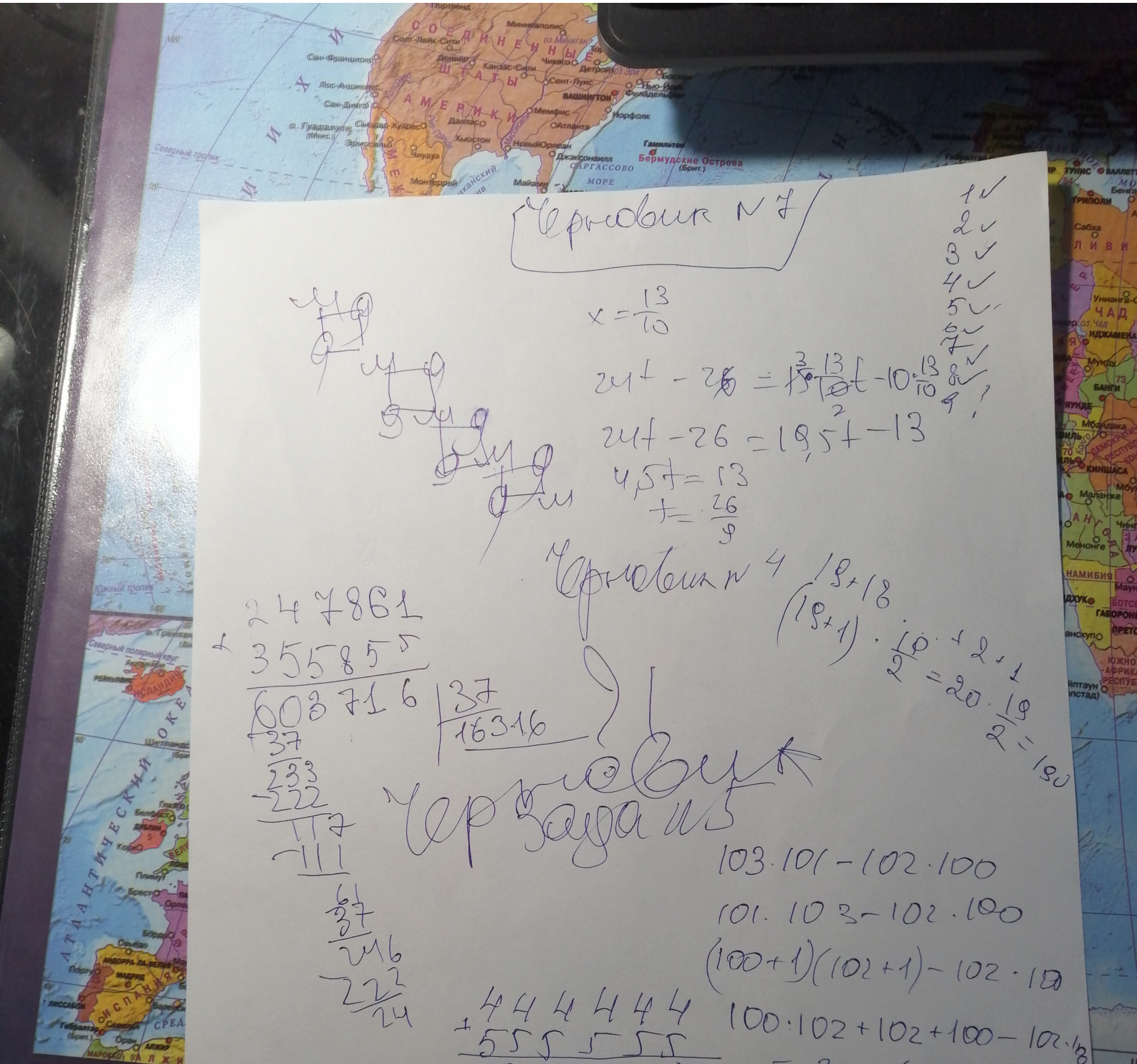
$$t - xt = -\frac{2}{3}x$$

~~t=(1~~

$$t(1-x) = -\frac{2}{3}x$$

(9)


Задача №4 (Черновик)
1,2,3,4,5,6,7,8
Черновик №6
Черновик №7
18



Черновик №7

$x = \frac{13}{10}$

$2xt - 26 = 15\frac{3}{10}t - 10\frac{13}{10}$

$2xt - 26 = 15{,}5t - 13$

$4{,}5t = 13$

$t = \frac{26}{9}$

1 ✓
2 ✓
3 ✓
4 ✓
5 ✓
6 ✓
7 ✓
8 ✓
9 ✓

Черновик №4

$\frac{(18+1)\cdot 18 + 18 + 1}{2} = 20 \cdot \frac{19}{2} = 190$

247861
+ 355855
600716

37
233
222
117
111
6

37
246
222
24

Черновик №5

$103 \cdot 101 - 102 \cdot 100$

$101 \cdot 103 - 102 \cdot 100$

$(100+1)(102+1) - 102 \cdot 100$

$100 \cdot 102 + 102 + 100 - 102 \cdot 100 = 202$

$(102+100)$

444444
+ 555555
999998

37
74
259
259
0

$105 \cdot 103 \cdot 101 - 104 \cdot 102 \cdot 100$

$(100+1)(102+1)(104+1) - 104 \cdot 102 \cdot 100 = 100$

17

$\frac{100 \cdot 102 \cdot 104 + 100 \cdot 102 + 100 \cdot 104 +}{+ 100 + 102 \cdot 104 + 102 + 104 + 1}$

Чистовик (Задача №7)

м – мальчик, д – девочка

м д

д м д

д м д

д м д

д м

→ Вот что получается. Между ними Здесь всего 3 девочек. Больше не выходит.

Ответ: 3 девочек.

Читовик (Задача №6)

Нам надо сравнить числа.

Я найду, сколько им не хватает до 1.

Числу $\frac{5}{16}$ не хватает $\frac{11}{16}$.

Числу $\frac{100 \cdot 102 \cdot \ldots \cdot 1022}{101 \cdot 103 \cdot \ldots \cdot 1023}$ не хватает

$$\frac{101 \cdot 103 \cdot \ldots \cdot 1023 - 100 \cdot 102 \cdot \ldots \cdot 1023}{101 \cdot 103 \cdot \ldots \cdot 1023}$$

$$\frac{101 \cdot 103 \cdot \ldots \cdot 1023 - 100 \cdot 102 \cdot \ldots \cdot 1023}{101 \cdot 103 \cdot \ldots \cdot 1023} > \frac{11}{16}$$

Значит числу $\frac{100 \cdot 102 \cdot \ldots \cdot 1022}{101 \cdot 103 \cdot \ldots \cdot 1023}$ не хватает больше до 1, чем $\frac{5}{16}$.

Значит:

$$\frac{100 \cdot 102 \cdot \ldots \cdot 1020 \cdot 1022}{101 \cdot 103 \cdot \ldots \cdot 1021 \cdot 1023} < \frac{5}{16}.$$

Ответ: знак меньше (<).

(5)

Чистовик (Задача № 5)

Если бы все были бы попарно знакомы, то было бы 190 рукопожатий $\left(\frac{20 \cdot 19}{2}\right)$

Но так как нет трёх попарно знакомых между собой джентльменов, то вычитаем 3.

$190 - 3 = 187$

Ответ: 187 рукопожатий.

4

Чистовик (Задача №3)

Составим уравнения:

$A = \frac{8}{5}v \cdot (t - 1\frac{1}{12})$

$t = \frac{8}{5}t - \frac{8}{5} \cdot \frac{13}{12}$

$t = \frac{8}{5}t - \frac{26}{15}$

$-\frac{3}{5}t = -\frac{26}{15}$

$\frac{3}{5}t = \frac{26}{15}$

$t = \frac{26}{15} \cdot \frac{5}{3}$

$t = \frac{26}{9}$ – время, которое он ~~затратил на путь когда опоздал~~ третий раза.

$\frac{8}{5}v\left(t - 1\frac{1}{12}\right) = xv\left(t - 1\frac{2}{3}\right)$

$\frac{8}{5}\left(t - 1\frac{1}{12}\right) = x\left(t - \frac{2}{3}\right)$

$\frac{8}{5}t - \frac{26}{15} = xt - \frac{2}{3}x \mid \cdot 15$

$24t - 26 = 15xt - 10x$

При $x = \frac{13}{10}$, получается

При подставлении:

$24t - 26 = 19{,}5t - 13$

$4{,}5t = 13$

$t = \frac{26}{9}$

Ответ: на 30% надо увеличить скорость.

3

Чистовик (задача № 2)

$n = 7 \cdot 9 \cdot 13 + 2020 \cdot 2018 \cdot 2014$, если это число составное, то значит мы здесь может что-нибудь вынести за скобку.

$2020 \mid 7$ — 14, 62, 56, 60, 56, 4 — 288

$2020 \mid 9$ — 18, 22, 18, 40, 36, 4 — 224

$2020 \mid 13$ — 13, 72, 65, 70, 65, 5 — 155

$2018 \mid 7$ — 14, 61, 56, 58, 56, 2 — 288

$2018 \mid 9$ — 18, 21, 18, 38, 36, 2 — 224

$2018 \mid 13$ — 13, 71, 65, 68, 65, 3 — 155

$2014 \mid 7$ — 14, 61, 56, 54, 49, 5 — 287

$2014 \mid 9$ — 18, 21, 18, 34, 27, 7 — 223

$2014 \mid 13$ — 13, 71, 65, 64, 52, 12 — 154

И на 3 никакое число не делится!

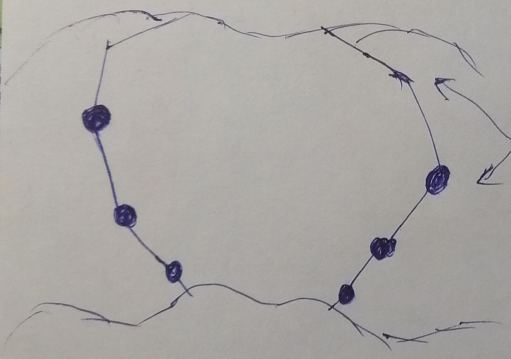
Не получилось. Давайте найдём само число. Получается: $8.209.789.359$

На 2 не делится. На 3 тоже, на 5

Ответ: это число простое.

Листовик (задача №1)

Если у на 222-угольник, то у него 222 стороны. Значит 111 сторон одноцветные, 111 сторон разноцветные. Сначала мы закрасим 112 вершин одного цвета. И у нас получится 111 сторон одноцветных. Теперь нам нужно 111 сторон разноцветных. У нас вот что получается:



- ~~уже закрашенные~~
- красный
- синий

Если нечего, то пока нечего.

Чтобы получить разноцветные, надо чтобы оставшихся вершин было нечётным количеством, ~~а тут (222 − 112)~~ а тут (222 − 112) 110. Поэтому нельзя.

Ответ: нет, нельзя.