МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьевы горы»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Розенцвайг Елизавета Александровна**

Класс: **11**

Технический балл: **75**

Дата проведения: **4 апреля 2021 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2020/2021 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Розенцвайг Елизавета Александровна

Класс: 11

Задача 1	**Задача 2**	**Задача 3**	**Задача 4**	**Задача 5**	**Сумма***
20 баллов	20 баллов	20 баллов	5 баллов	10 баллов	75 баллов

Вариант 2 Чистовик Страница №1

Задача №1

$\underbrace{20}\underbrace{21}\underbrace{22}\ldots\underbrace{98}\underbrace{99}$ - двузначные числа, их $99-19=80$ штук, то есть $80\cdot2=160$ цифр

$2021-160=1861$ цифр далее после двузначных

Всего трехзначных чисел $999-99=900$, то есть $900\cdot3=$ $=2700$ цифр $>1861 \Rightarrow$ на 2021-м месте стоит цифра какого-то трехзначного числа

$1861:3=620$ (ост. 1) $\Rightarrow$ 620 ~~цифр~~ полных трехзначных чисел, а на 2021-м месте стоит первая цифра 621-ого трехзначного числа.

100 - 1-ое число, 101 - 2-ое число, 102 - 3-е число, ..., (то есть само число = его номер $+99$), 720 - это 621-ое трехзначное число, его первая цифра 7 и будет в последовательности на 2021-м месте

Ответ: 7.

Задача №3

$$2^{\lg(x^2-3)}=\lg 2^{x^2-2}$$

ОДЗ: $x^2-3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>\sqrt3 \\ x<-\sqrt3 \end{array}\right.$

Замена: $x^2-3=t>0$

$$2^{\lg t}=\lg 2^{t+1}$$

$$2^{\lg t}=(t+1)\lg 2$$

$$2^{\lg t}-(t+1)\lg 2=0$$

$$f(t)=2^{\lg t}-(t+1)\lg 2$$

$$f'(t)=(2^{\lg t})'-\lg 2=\ln 2\cdot 2^{\lg t}\cdot(\lg t)'-\lg 2=\ln 2\cdot 2^{\lg t}\cdot\frac{1}{t\ln 10}-\lg 2=$$

$$=\frac{\ln 2}{\ln 10}\cdot\frac{2^{\lg t}}{t}-\lg 2=\lg 2\left(\frac{2^{\lg t}}{t}-1\right)$$

График ф-ии $2^{\lg t}$:

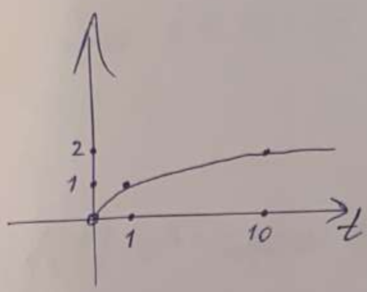
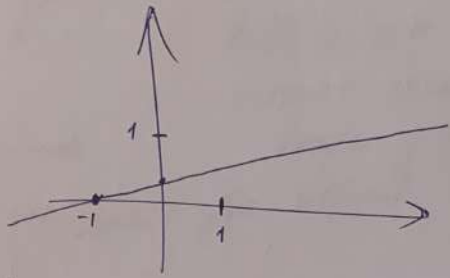
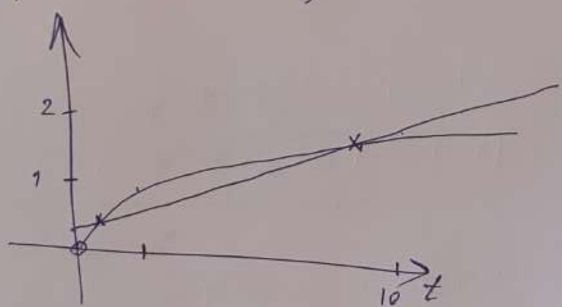


График ф-ии $(t+1)\cdot\lg 2$:



Совместим графики $(t>0)$:



$g(t)=2^{\lg t}$
$h(t)=(t+1)\cdot\lg 2$

Две точки пересечения. Докажем это строго.

При $t\to 0$: $h(t)\to\lg 2>0$, $\cancel{g(t)}$ $\lim\limits_{t\to 0} g(t)=\lim\limits_{t\to 0} 2^{\lg t}=$
$=\lim\limits_{s\to -\infty} 2^s=+0$

При $t=1$: $g(1)=2^{\lg 1}=2^0=1$, $h(1)=2\lg 2<1$ (так как $2^2<10$ $\Rightarrow \lg 2<\frac{1}{2}$). Ф-ии $g(t)$ и $h(t)$ непрерывные $\Rightarrow$ на интервале $t\in(0,1)$ есть точка пересечения.

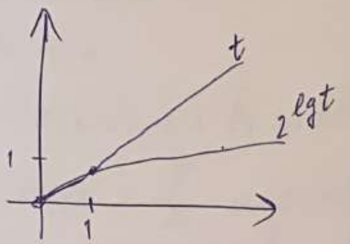
~~При $t=6$: $h(6)=7\lg 2$~~

При $t=10$: $g(10)=2^{\lg 10}=2$, $h(10)=11\lg 2>\frac{11}{4}>2$ (так как $2^4>10\Rightarrow\lg 2>\frac{1}{4}$). $\left.\begin{array}{l} g(10)<h(10)\\ g(1)>h(1)\end{array}\right\}\Rightarrow$ на интервале $t\in(1,10)$ есть точка пересечения.

Чтобы убедиться, что точек пересечения не может быть больше двух, посмотрим на $f'(t)$

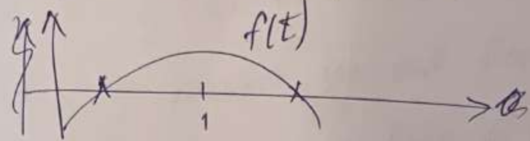
$f'(1)=\lg 2\left(\frac{2^{\lg 1}}{1}-1\right)=0$

При $t\in(0,1)$ $t<2^{\lg t}\Rightarrow f'(t)=\lg 2\left(\frac{2^{\lg t}}{t}-1\right)>0$



При $t \in (1, +\infty)$ $t > 2^{\lg t} \Rightarrow f'(t) < 0$

То есть при $t \in (0,1)$ $f(t) \nearrow$ строго возрастает, при $t \in (1, +\infty)$ $f(t) \searrow$ строго убывает $\Rightarrow$ точек пересечения $f(t)$ и оси абсцисс может быть не более двух.



Итак, ур-не $2^{\lg t} = \lg 2^{t+1}$ имеет два корня $t_1 \in (0,1)$ и $t_2 \in (1, 10)$.

$t = x^2 - 3$

$x^2 - 3 = t_1$ $\quad\quad$ $x^2 - 3 = t_2$

$\underbrace{x = \pm\sqrt{t_1 + 3} \quad\quad x = \pm\sqrt{t_2 + 3}}_{4 \text{ корня}}$

Ответ: 4.

Чистовик

Задача №2

$|x| - \arcsin x + b(\arccos x + |x| - 1) + a = 0$

$\arccos x = \frac{\pi}{2} - \arcsin x$

$|x| - \arcsin x + b\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin x + |x| - 1\right) + a = 0$

Подставим $b = -1$:

$|x| - \arcsin x - \frac{\pi}{2} + \arcsin x - |x| + 1 + a = 0 \Leftrightarrow a + 1 - \frac{\pi}{2} = 0 \Leftrightarrow$

$a = \frac{\pi}{2} - 1$ – у этого ур-ия есть корни только при $a = \frac{\pi}{2} - 1$. Значит, при всех $a \neq \frac{\pi}{2} - 1$ $\exists b$, для при котором корней нет (и это $b = -1$) $\Rightarrow$ все $a \neq \frac{\pi}{2} - 1$ не подходят.

При $a = \frac{\pi}{2} - 1$:

$f(x) = |x| - \arcsin x + b(\arccos x + |x| - 1) + \frac{\pi}{2} - 1 = 0$

$f(1) = 1 - \underbrace{\arcsin 1}_{=\frac{\pi}{2}} + b(\underbrace{\arccos 1}_{=0} + 1 - 1) + \frac{\pi}{2} - 1 = 1 - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - 1 = 0$

$\Rightarrow$ при $a = \frac{\pi}{2} - 1$ при $\forall b$ $x = 1$ является корнем $\Rightarrow$ для $a = \frac{\pi}{2} - 1$ при любом b есть хотя бы одно решение

Ответ: $\frac{\pi}{2} - 1$.

Чистовик

Задача №4

$$\begin{cases} 2x-3y+\frac{1}{xy}=6 \\ 3z-6x+\frac{1}{xz}=2 \\ 6y-2z+\frac{1}{yz}=3 \end{cases}$$

Замена: $2x=a$, $3y=b$

$$\begin{cases} a-b+\frac{6}{ab}=6 & (1) \\ 3z-3a+\frac{2}{az}=2 & (2) \\ 2b-2z+\frac{3}{bz}=3 & (3) \end{cases}$$

1) $3\cdot(1)+(2)$: $3z-3b+\frac{18}{ab}+\frac{2}{az}=20$

$(3)\cdot 3$: $\begin{cases} 6z-6b+\frac{36}{ab}+\frac{4}{az}=40 \\ 6b-6z+\frac{9}{bz}=9 \end{cases}$ $+ \Rightarrow \frac{36}{ab}+\frac{4}{az}+\frac{9}{bz}=49 \Rightarrow$

$\Rightarrow 36z+4b+9a=49abz$

2) ~~$(1)\cdot 2+3$: $2a-2z+\frac{12}{ab}+\frac{3}{bz}=15$~~

~~$(2)\cdot 2$: $\begin{cases} 6a-6z+\frac{36}{ab}+\frac{9}{bz}=45 \\ 6z-6a+\frac{4}{az}=4 \end{cases}$ $+ \Rightarrow 36$~~

$z=2x=3y=a=b$

$\Rightarrow$ ~~$49az=49a$~~

$49z=49z^3 \Rightarrow$

$\Rightarrow z=\pm 1$

~~$z=1$ - подходит~~ $z=\pm 1$

1) $z=1$: $3-3a+\frac{2}{a}=2$

$-3a^2+2=-a$

$3a^2-a-2=0$

$D=1+24=25$

$a_1=\frac{1+5}{6}=1$ $a_2=\frac{1-5}{6}=-\frac{2}{3}$ $\Rightarrow x_1=\frac{1}{2},\ x_2=-\frac{1}{3}$

1) $x=-\frac{1}{3}$ $-\frac{2}{3}-b-\frac{9}{b}=6$ $(\times 3b)$

$-2b-3b^2-27=18b$

$3b^2+20b+45=0$

$\frac{D}{4}=100-3\cdot 45<0$ - решений нет

2) $x=\frac{1}{2}$. $1-b+\frac{6}{b}=6$

$b-b^2+6=6b$

$b^2+5b-6=0$

$D=25+24=49$

$b_1=\frac{-5+7}{2}=1$ $b_2=\frac{-5-7}{2}=-6$

Проверим: 1) $b=1$. $2b-2z+\frac{3}{bz}=3$

$2-2+3=3$ - да

2) $b=-6$ $-12-2-\frac{1}{2}\neq 3$

$\Rightarrow b=1\Rightarrow y=\frac{1}{3}$

$(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 1)$ - решение.

Заметим, что ~~если (x,y,z) - решение~~, что $(-x, -y, -z)$ тоже решение.

~~$-a+b=$~~ $\Rightarrow$ ~~у системы с тремя неизвестными~~

$\frac{1}{xy}=6$, $\frac{1}{xz}=2$, $\frac{1}{yz}=3$, $2x-3y=3z-6x=6y-2z=0$

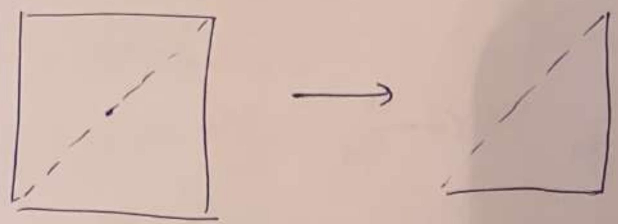
$\Rightarrow (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -1)$ - решение, других таких нет

Ответ: $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 1)$, $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -1)$.

Чистовик

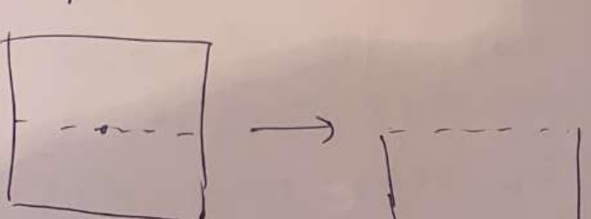
Задача №5 Сторона $= \sqrt{17}$

1) Если от вершине к противоположной вершине



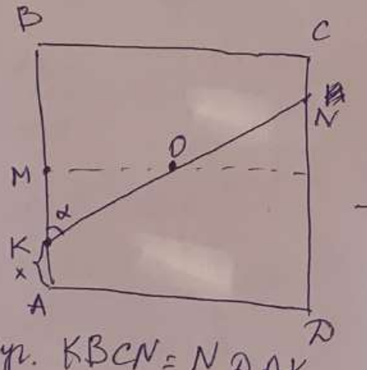
$S = \frac{17}{2}$

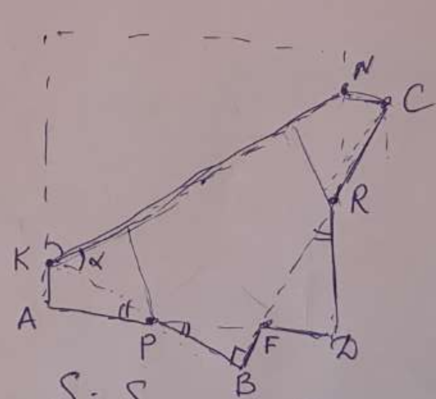
2) Если от середины стороны к середине противоположной стороны:



$S = \frac{17}{2}$

3) Иначе:





Четырехуг. $KBCN = N D A K$ из симметрии $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_{KBCN} = \frac{S_{ABCD}}{2} = \frac{17}{2}$

$S = S_{KNCB} + S_{\Delta AKP} + S_{\Delta RDF}$

Пусть $AK = x$, $\angle BKN = \alpha$.

$KM = AM - AK = \frac{AB}{2} - AK = \frac{\sqrt{17}}{2} - x$, $OM = \frac{\sqrt{17}}{2}$

$tg\,\alpha = \frac{OM}{KM} = \frac{\frac{\sqrt{17}}{2}}{\frac{\sqrt{17}}{2} - x} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{17} - 2x}$ (из ΔMOK)

~~$\angle NK$~~ На второй картине: $\angle NKP = \alpha \Rightarrow \angle AKP = \cancel{90}\,180° - 2\alpha$

~~tg ΔAKP: t~~

$tg(180° - 2\alpha) = -tg\,2\alpha = -\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = -\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} = -\frac{2\,tg\,\alpha}{tg^2\alpha - 1} =$

$= -\frac{\frac{2\sqrt{17}}{\sqrt{17} - 2x}}{\frac{17}{(\sqrt{17} - 2x)^2} - 1} = -\frac{2\sqrt{17}(\sqrt{17} - 2x)}{17 - (\sqrt{17} - 2x)^2} = -\frac{34 - 4\sqrt{17}x}{17 - 17 + 4\sqrt{17}x - 4x^2} =$

$= -\frac{34 - 4\sqrt{17}x}{4\sqrt{17}x - 4x^2} = -\frac{17 - 2\sqrt{17}x}{2\sqrt{17}x - 2x^2}$

Чистовик

$ctg\,\alpha = \frac{\sqrt{17}-2x}{\sqrt{17}}$

$ctg(180^\circ-2\alpha) = -ctg\,2\alpha = -\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha} = -\frac{ctg^2\alpha-1}{2ctg\,\alpha} = -\frac{\frac{(\sqrt{17}-2x)^2}{17}-1}{2\frac{\sqrt{17}-2x}{\sqrt{17}}} =$

$= -\frac{17-4\sqrt{17}x+4x^2-17}{2\sqrt{17}(\sqrt{17}-2x)} = -\frac{4x(x-\sqrt{17})}{34-4\sqrt{17}x} = -\frac{2x(x-\sqrt{17})}{17-2\sqrt{17}x} = \frac{2x(\sqrt{17}-x)}{17-2\sqrt{17}x}$

$= ctg\angle AKP = \frac{AK}{AP} = \frac{x}{AP} \Rightarrow AP = \frac{x}{ctg\angle AKP} = \frac{x(17-2\sqrt{17}x)}{2x(\sqrt{17}-x)} =$

$= \frac{17-2\sqrt{17}x}{2(\sqrt{17}-x)}$

$S_{AKP} = \frac{AK\cdot AP}{2} = \frac{x(17-2\sqrt{17}x)}{4(\sqrt{17}-x)}$

$\cancel{S_{PBF}=S}$ $\triangle PBF = \triangle RDF$ (по симметрии)

$\angle FPB = \angle FRD = \angle KPA$ (вертикал.) $= 180^\circ - 90^\circ - (180^\circ-2\alpha) = 2\alpha - 90^\circ$

$\angle PBF = 90^\circ \Rightarrow \triangle KAP \sim \triangle FBP$ (по двум углам)

$PB = KB - KP = (17-x) - \sqrt{AK^2+AP^2} = 17-x-\sqrt{x^2+AP^2}$

$\left(\frac{PB}{AP}\right)^2 = \frac{S_{RDF}}{S_{AKP}} = \left(\frac{17-x-\sqrt{x^2+AP^2}}{AP}\right)^2$

$S = \frac{17}{2} + S_{AKP} + S_{RDF} = \frac{17}{2} + S_{AKP}\left(1+\left(\frac{17-x-\sqrt{x^2+AP^2}}{AP}\right)^2\right) =$

$= \frac{17}{2} + \frac{x(17-2\sqrt{17}x)}{4(\sqrt{17}-x)}\cdot\left(1+\frac{17-x-\sqrt{x^2+\left(\frac{17-2\sqrt{17}x}{2(\sqrt{17}-x)}\right)^2}}{\frac{17-2\sqrt{17}x}{2(\sqrt{17}-x)}}\right) =$

$\cancel{= \frac{17}{2} + \frac{x(17-2\sqrt{17}x)}{4(\sqrt{17}-x)}\cdot\frac{17-2\sqrt{17}x+2(\sqrt{17}-x)\left(17-x-\sqrt{x^2+\left(\frac{17-2\sqrt{17}x}{2(\sqrt{17}-x)}\right)^2}\right)}{17-2\sqrt{17}x}}$

$0<x<\frac{17}{2}$

$S(x)$ – непрер. ф-ия; $S(0) = S\left(\frac{17}{2}\right) = \frac{17}{2}$

~~Докажем, что~~ $\cancel{\triangle AKP = \triangle BFP}$

~~Из симметрии~~ $\cancel{BF = x \Rightarrow \triangle AKP = \triangle BFP}$

$\cancel{\Rightarrow}$ ~~все 4 △ равны~~ $\cancel{\Rightarrow S = \frac{17}{2} + S_{AKP}\cdot 2 = \frac{17}{2} + \frac{x(17-2\sqrt{17}x)}{2(\sqrt{17}-x)}}$

max S_{AKP} достигается при α: $tg\,2\alpha = \frac{2(\sqrt{2}-1)}{1-(\sqrt{2}-1)^2} = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{8}$

$PF = \frac{\sqrt{17}}{2}\cdot 2tg\,\alpha = \sqrt{17}(\sqrt{2}-1) = KP$

$S = 17 - 4S_1 = 17 - 4\cdot\frac{17}{4}(\sqrt{2}-1) = 17-17\sqrt{2}+17 = 17(2-\sqrt{2})$

Ответ: $17(2-\sqrt{2})$

Черновик

$\underbrace{20}\underbrace{21}\underbrace{22}\underbrace{23}\ldots$

2021ое место

$$\frac{-\,2021}{\;\;100\;\;}\;1861$$

$$\underbrace{2021 2223 \ldots 99}_{\substack{99-19=80\text{ чисел}\\ 160\text{ цифр}}} \Big| \underbrace{100\,101\,102\ldots 999}_{\substack{999-99=900\text{ чисел}\\ 2700\text{ цифр}}}$$

$1861 : 3 = 620$ (ост. 1)

$621 + 99 = 720$

$160 + 1860 + 1 = 100 + 1920 + 1 = 2021$

$$\underbrace{100, 101, \ldots, 719}_{\substack{620\text{ чисел}\\ 1860\text{ цифр}}}$$

$(a^x)' = (e^{\ln a^x})' = (\ln a^x)' a^x = (x\ln a)' a^x = \ln a \cdot a^x$

$= \ln\left(\left(1+\frac{\varepsilon}{x}\right)^{\frac{x}{\varepsilon}}\right)^{\frac{1}{x}} = \ln e^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{x}$

$\underbrace{2^{\lg(x^2-3)}}_{>0} = \lg 2^{x^2-2}$ см корней $\left[\begin{array}{l} x > \sqrt{3}\\ x < -\sqrt{3}\end{array}\right.$

$\lg 2^{x^2-2} > 0 \Rightarrow 2^{x^2-2} > 1 \Rightarrow x^2-2 > 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x > \sqrt{2}\\ x < -\sqrt{2}\end{array}\right.$

$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

$\cancel{x^2-2=t}$ $x^2-3 = t > 0$

$2^{\lg t} = \lg 2^{t+1} = \lg 2^t \cdot 2 = \lg 2 + \lg 2^t = \lg 2 + t\lg 2 = \lg 2 (t+1)$

$\lg(ab) = \lg a + \lg b$ $\qquad$ $\lg 2^t = t\lg 2$

$\cancel{2^t = 10^{t\lg 2}}$

$\frac{\ln(x+\varepsilon)-\ln x}{\varepsilon} = \frac{\ln\frac{x+\varepsilon}{x}}{\varepsilon} = \frac{\ln\left(1+\frac{\varepsilon}{x}\right)}{\varepsilon} = \ln\left(1+\frac{\varepsilon}{x}\right)^{\frac{1}{\varepsilon}} =$

$2^{\lg t} = \underbrace{(t+1)}_{>1}\cdot\underbrace{\lg 2}_{\substack{>0\\ <\frac{1}{3}}}$ $\qquad$ монот. возраст. обе

1) $t=10$ $\lg t = 1$ $2 = 11\lg 2$

$(a^x)' = (e^{\ln a^x})' = (\ln a^x)' a^x = (x\ln a)' a^x = \ln a\cdot a^x$

$\cancel{(2^{\lg t} - (t+1)\lg 2)' = \ln 2\cdot 2^{\lg t}}$ –

$= \ln 2\cdot 2^{\lg t}\cdot\frac{1}{t\ln 10} - \lg 2 =$

$\frac{\ln t}{\ln 10} = \frac{1}{t\ln 10}$

$= \lg 2\left(\frac{1}{t}\lg t - 1\right)$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

$(\lg x)' = (\log_{10} x)' = \left(\frac{\ln x}{\ln 10}\right)' = \frac{1}{x\ln 10}$

$\frac{\lg t}{t}$ при $t > 1$ ↗ ↘

$t > 0$

$\frac{\ln 2}{\ln 10} = \lg 2$

Черновик

$$6z - 6a + \frac{4}{az} = 4$$

$$6b - 6z + \frac{9}{6z} = 9$$

$$+ \quad \underline{6b - 6a + \frac{4}{az} + \frac{9}{6z} = 4}$$

$$\cancel{36 - \frac{36}{ab} + \frac{4}{az} + \frac{9}{6z} = 4}$$

$$a \cancel{= b - 6 - \frac{6}{ab}}$$

$$b - a = \frac{6}{ab} - 6$$

$$\frac{36}{ab} - 36 + \frac{4}{az} + \frac{9}{6z} = 4$$

$$\frac{1}{ab} = t \quad \frac{1}{az} = k \quad \frac{1}{6z} = s$$

$$36t + 4k + 9s = 40$$

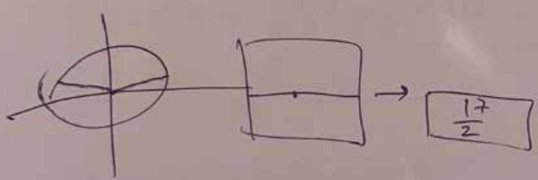
$$b = \frac{1}{at} = \frac{1}{zs} \Rightarrow s = \frac{at}{z}$$

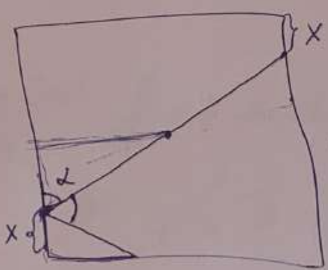
$$\frac{1}{z} = ak \Rightarrow s = \frac{at}{z} = a^2kt$$

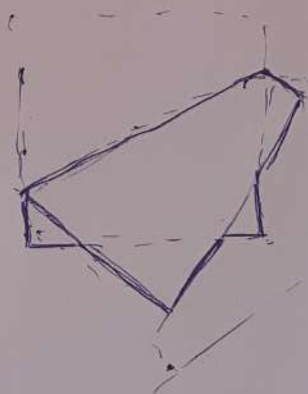
$$a = \sqrt{\frac{s}{kt}}$$

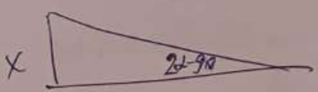
$$\begin{cases} a - b = 6\left(1 - \frac{1}{ab}\right) \\ z - a = \frac{2}{3}\left(1 - \frac{1}{az}\right) \\ b - z = \frac{3}{2}\left(1 - \frac{1}{6z}\right) \end{cases}$$

① 0 =









$$tg(180° - 2\alpha) = -tg\,2\alpha$$

$$tg\,2\alpha = -\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = -\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} =$$

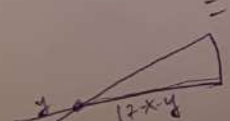
$$= -\frac{2\,tg\,\alpha}{tg^2\alpha - 1}$$

$$\frac{2\sqrt{17}(\sqrt{17} - 2x)}{4x(\sqrt{17} - x)}$$

$$ctg\,\alpha = 1 - \frac{2x}{\sqrt{17}}$$

$$ctg(180° - 2\alpha) = -ctg\,2\alpha = -\frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha} = -\frac{ctg^2\alpha - 1}{2\,ctg\,\alpha} = -$$

$$= -\frac{\left(1 - \frac{2x}{\sqrt{17}}\right)^2 - 1}{2 - \frac{4x}{\sqrt{17}}} = \frac{\cancel{1} - \frac{4x}{\sqrt{17}} + \frac{4x^2}{17} \cancel{- 1}}{2 - \frac{4x}{\sqrt{17}}} = \frac{-4\sqrt{17}x + 4x^2}{34 - 4\sqrt{17}x} =$$



$$= 4x(x - \sqrt{17})$$

$$x^2 + \frac{(17 - 2\sqrt{17}x)^2}{4(\sqrt{17} - x)^2} =$$

$$= \underline{4 \cdot 17x^2 - 8\sqrt{17}x^3 + 4x^4 + 17^2 - 4 \cdot 17 \cdot \sqrt{17}x + 4 \cdot 17x^2}$$

черновик

$z=1$

$3a^2-a-2=0$

$D=25$

$a_1=\frac{1+5}{6}=1 \quad a_2=\frac{1-5}{6}=-\frac{2}{3}$

$x=\frac{1}{2} \qquad x=-\frac{1}{3}$

$3z-3b+\frac{2}{az}+\frac{18}{ab}=20$

$\cancel{2b-2z}$

$\cancel{6z-6b+\frac{6}{az}+}$

$$\begin{cases} 6z-6b+\frac{4}{az}+\frac{36}{ab}=40 \\ 6b-6z+\frac{9}{bz}=9 \end{cases}$$

$\frac{4}{az}+\frac{36}{ab}+\frac{9}{bz}=49 \qquad \cdot abz$

$4b+36z+9a=49abz$

$6b-6a+\frac{4}{az}+\frac{9}{bz}=13$

$6a-6b+\frac{36}{ab}=36$

$36+9a+4b=49ab \qquad \frac{6}{ab}=6-a+b$

$ab=\frac{6}{6-a+b}$

$\cancel{36z+4b+9a=}$

x

$\sqrt{17}-x$

$\sqrt{17}-2x$

$17(2-\sqrt{2})$

$\frac{17}{2}+\frac{\frac{17}{4}\left(17-\frac{17\sqrt{17}}{2}\right)}{2\left(\sqrt{17}-\frac{17}{4}\right)}=\frac{17}{2}+\frac{17\left(17-\frac{17\sqrt{17}}{2}\right)}{2(4\sqrt{17}-17)}=$

$=\frac{17}{2}+\frac{17(34-17\sqrt{17})}{4(4\sqrt{17}-17)}=$

$=\frac{17}{2}+\frac{17^2(2-\sqrt{17})}{4\sqrt{17}(4 ...)}$

$\frac{\frac{17}{2}(17-\sqrt{17}\cdot 17)}{2\left(\sqrt{17}-\frac{17}{2}\right)}= \qquad \frac{6}{\frac{2}{3}}$

$=\frac{17\cdot 17(1-\sqrt{17})}{2(\sqrt{17}-17)}=$

$=\frac{17\cdot 17(1-\sqrt{17})}{2\sqrt{17}(1-\sqrt{17})}=\frac{(17-4\sqrt{17}x)(\sqrt{17}-x)+17x-2\sqrt{17}x^2}{(\sqrt{17}-x)^2}=$

$=\frac{17\sqrt{17}-\cancel{17x}-4\cdot 17x+4\sqrt{17}x^2+\cancel{17x}-2\sqrt{17}x^2}{(\sqrt{17}-x)^2}$

Черновик

$$\begin{cases} 2x-3y+\frac{1}{xy}=6 \\ 3z-6x+\frac{1}{xz}=2 \\ 6y-2z+\frac{1}{yz}=3 \end{cases}$$

$-9y+3z+\frac{3}{xy}+\frac{1}{xz}=20$

$6y-2z+\frac{1}{yz}=3$

$2x^2y-3xy^2-6xy+1=0$

$2yx^2+(-3y^2-6y)x+1=0$

$|x|-\arcsin x+b(\underbrace{\arccos x}_{=\frac{\pi}{2}-\arcsin x}+|x|-1)+a=0$ все a: $\forall b \geq 1\ x$

$|x|-\arcsin x+b\left(\frac{\pi}{2}-\arcsin x+|x|-1\right)+a=0$

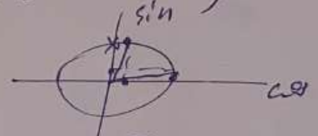
$b=-1$

$\cancel{|x|}-\cancel{\arcsin x}-\frac{\pi}{2}+\cancel{\arcsin x}-\cancel{|x|}+1+a=0$

$1+a-\frac{\pi}{2}=0$

$a=\frac{\pi}{2}-1$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\arcsin x\right)=x$



$\arcsin 1=\frac{\pi}{2}$

$f(1)=$

$a=\frac{\pi}{2}-1$

$f(1)=1-\arcsin 1+b(\arccos 1)+\frac{\pi}{2}-1=b\cdot\arccos 1=0$

$t\to 0$

$\lg t\to-\infty$

$2^{\lg t}\to 0$

$2yx^2+(-3y^2-6y)x+1=0$

$D=(3y^2+6y)^2-8y=9y^4+36y^3+36y^2-8y$

~~2x=t 3y=~~ $2x=a$ $3y=b$ $\frac{1}{xy}=\frac{1}{\frac{a}{2}\cdot\frac{b}{3}}=\frac{6}{ab}$

$\frac{1}{xz}=\frac{1}{\frac{a}{2}z}=\frac{2}{az}$

$\frac{1}{yz}=\frac{1}{\frac{b}{3}z}$

$$\begin{cases} a-b+\frac{6}{ab}=6 \\ 3z-3a+\frac{2}{az}=2 \\ 2b-2z+\frac{3}{bz}=3 \end{cases}$$

$D=1+24=5$

$1-\frac{1}{ab}=\frac{ab-1}{ab}$

$ab=t$

$b=\frac{t}{a}$

$\frac{1}{ab}=t$

$b=\frac{1}{ta}$

$a=6$ $b=1$

$2-2z+\frac{3}{z}=3$

$2z+1-\frac{3}{z}=0$

$2z^2+z-3=0$

$D=1+24=5^2$

$z_1=\frac{1+5}{4}=\frac{3}{2}$

$\frac{1-5}{2}=-2$

~~$-6-18-\frac{2}{2\cdot 6}=$~~ $2-3a^2=-a$

$3a^2-a-2=0$

$a-\frac{t}{a}+$

$a-\frac{1}{ta}+6t=6$

$3-3a+\frac{2}{a}=2$

$\frac{2}{a}-3a=-1$

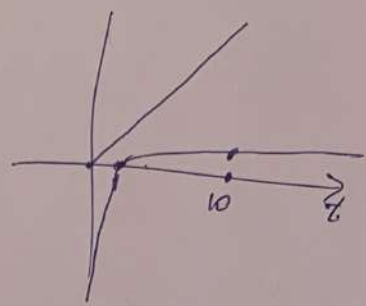
Черновик

$f(t) = 2^{\lg t} - (t+1)\lg 2$

$f'(t) = \lg 2\left(\frac{\lg t}{t} - 1\right) < 0$, $t>0$

$\frac{\lg t}{t} > 1 \Leftrightarrow \lg t > t$ $\qquad \lg t = t$

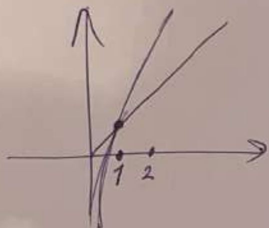
$t > 10^t$ нет $\qquad$ Всегда $t > \lg t$



$f \searrow$ монот. $\Rightarrow$ 1 корень может быть.

$f'(t) = \lg 2\left(\frac{2^{\lg t}}{t} - 1\right)$

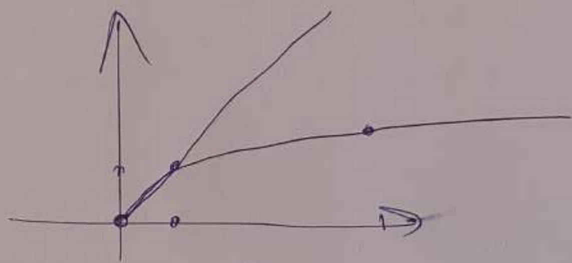
$2^{\lg t} \vee t$



$2^{\lg 0} = 1$

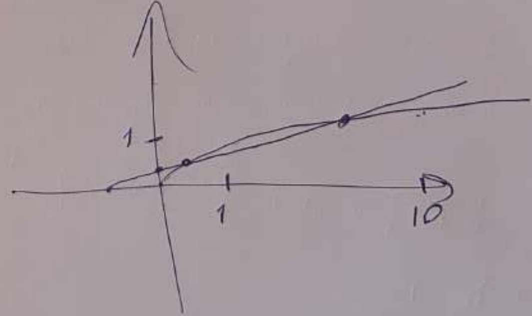
$s(t) = 2^{\lg t} - t$

$s'(t) = \lg 2 \cdot \frac{2^{\lg t}}{t} - 1$



$2^{\lg t} = t$

$2^{\lg t} = (t+1)\cdot \lg 2$



$h(1) = 2\lg 2 < 1$

$g(1) = 1$

$10^{2\lg 2} = 4$

$7\lg 2 > 2^{\lg 7}$

$\lg 2 > \frac{1}{4}$

$\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$

$2^{\lg 10} = 2$

$11\lg 2$

$a^2 b - ab^2 - 6ab + 6 = 0$

$b \cdot a^2 - (b^2 + 6b)\cdot a + 6 = 0$

$D = (b^2 + 6b)^2 - 24b = b^4 + 12b^3 + 36b^2 - 24b =$

$= b^4 + 12b(b^2 + 3b - 2)$

$a = 6 \quad b = 1$

$3z - 18 + \frac{2}{6z} = 3z - 18 + \frac{1}{3z} = 2$

$3z + \frac{1}{3z} = 20$