МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьевы Горы»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Животов Константин Николаевич**

Технический балл: **80**

Дата: **21 мая 2020 года**

Олимпиада школьников «Покори Воробьёвы горы!»

Математика. 11 классы. Заключительный этап 2019/2020 учебного года.

Вариант 4

1. Геометрическая прогрессия состоит из шести членов. Среднее арифметическое её первых четырёх членов равно 10, а среднее арифметическое последних четырёх членов равно 90. Чему может быть равен последний член прогрессии?

2. Каково расстояние между ближайшими друг к другу корнями уравнения

$$\sin(\pi x) = \sin(5x^\circ)\ ?$$

3. Один из углов треугольника в 2 раза меньше другого, а наибольшая сторона треугольника на $3\sqrt{2}$ больше второй по величине стороны. Чему может быть равна биссектриса третьего угла, если этот угол в 3 раза больше, чем один из двух других углов?

4. Таня выбирает случайным образом целое число a из отрезка $[-6; 5]$ и после этого решает уравнение $3x^3 + (3a+13)x^2 + (2a+9)x - a - 1 = 0$.

Найдите вероятность того, что Таня получит три различных корня, из которых, как минимум, два будут целыми, если точно известно, что при вычислениях она не ошибается.

5. В алфавите жителей сказочной планеты ОТ2020 всего две буквы: буква *О* и буква *Т*. Все слова начинаются на букву *О* и заканчиваются тоже на букву *О*. В любом слове буква *О* не может соседствовать с другой буквой *О*. Также не может идти подряд больше, чем 2 буквы *Т*. Например, слова ОТТО, ОТОТОТО, ОТТОТОТТО являются допустимыми, а слова ОТТОТ, ОТООТО, ОТОТТТО – нет. Сколько 22-буквенных слов в словаре этой планеты?

Май 2020 г.

Чистовик

Задача №1

Пусть первый член $= b$, знаменатель $= q$. Тогда n-ты: $b; bq; bq^2; bq^3; bq^4; bq^5$

По условию, $\begin{cases} \frac{b+bq+bq^2+bq^3}{4} = 10 \\ \frac{bq^2+bq^3+bq^4+bq^5}{4} = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b(1+q+q^2+q^3)}{4} = 10 \\ \frac{bq^2(1+q+q^2+q^3)}{4} = 90 \end{cases}$ разделим второе на первое

$q^2 = 9 \Rightarrow$ 1) $q = 3$ 2) $q = -3$

$b = \frac{40}{1+q+q^2+q^3} = \frac{40}{\frac{q^4-1}{q-1}} = \frac{40\cdot(q-1)}{q^4-1}$

$\Rightarrow$ 1) $b = \frac{40\cdot 2}{80} = 1 \Rightarrow b_6 = 1\cdot 3^5 = 243$

2) $b = \frac{40\cdot(-4)}{80} = -2 \Rightarrow b_6 = -2\cdot(-3)^5 = 486$

Ответ: 243 или 486

Задача №2

$\sin(\pi x) = \sin(5x^\circ)$ $\quad 5x^\circ = \frac{5x\cdot\pi}{180}$ (рад) $= \frac{\pi x}{36}$ (рад)

$\sin(\pi x) = \sin\left(\frac{\pi x}{36}\right) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \pi x = \frac{\pi x}{36} + 2\pi n, n\in\mathbb{Z} \\ \pi x = \pi - \frac{\pi x}{36} + 2\pi m, m\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{35}{36}x = 2n, n\in\mathbb{Z} \\ \frac{37}{36}x = 1+2m, m\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} x = \frac{72n}{35}, n\in\mathbb{Z} \\ x = \frac{36}{37} + \frac{72m}{37}, m\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$

Требуется найти $m, n\in\mathbb{Z}$ такие, что $\left|\frac{72n}{35} - \frac{36}{37} - \frac{72m}{37}\right| \to \min$ (если брать корни из разных групп)

Внутри группы min расстояние $\frac{72}{35}$ и $\frac{72}{37}$ соответственно.

$\left|\frac{72n}{35} - \frac{36}{37} - \frac{72m}{37}\right| \to \min \Leftrightarrow |72\cdot 37n - 36\cdot 35 - 72\cdot 35m| \to \min \Leftrightarrow |2\cdot 37n - 2\cdot 35m - 35| \to \min \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow |2(37n-35m) - 35| \to \min$ Т.к. $2(37n-35m)\in\mathbb{Z} \Rightarrow$ это число четное. 35 - нечетное $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ разность не может быть 0 $\Rightarrow$ разность хотя бы **1**. Оценка ≥ 1. Пример на 1:

$m = n = 9$. Тогда $|2(37n-35m)-35| = |2(37\cdot 9 - 35\cdot 9) - 35| = |36-35| = 1$

Значит, минимальное расстояние между группами достигается при $m = n = 9$ и равно:

$\left|\frac{72\cdot 9}{35} - \frac{36}{37} - \frac{72\cdot 9}{37}\right| = \left|\frac{72\cdot 9\cdot 2 - 36\cdot 35}{35\cdot 37}\right| = \left|\frac{36\cdot 36 - 36\cdot 35}{35\cdot 37}\right| = \frac{36}{35\cdot 37}$.

Это меньше, чем $\frac{72}{35}$ и $\frac{72}{37}$ (внутри групп) $\Rightarrow$ это минимальное расстояние

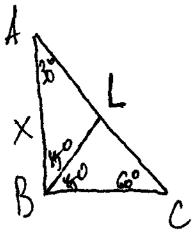
Ответ: $\frac{36}{35\cdot 37}$

Задача №3 Чистовик

Возможны 2 варианта: 1) углы равны $\alpha_1; 2\alpha_1; 3\alpha_1 \Rightarrow 6\alpha_1 = 180^\circ \Rightarrow \alpha_1 = 30^\circ$

2) углы равны $\alpha_2; 2\alpha_2; 6\alpha_2 \Rightarrow 9\alpha_2 = 180^\circ \Rightarrow \alpha_2 = 20^\circ$

1 случай:



Стороны распределены: $AC > AB > BC$

$\Rightarrow AB = x;\ AC = x + 3\sqrt{2}$. По св-ву бис.: $\frac{AL}{LC} = \frac{AB}{BC}$

$\Rightarrow \frac{AL}{LC} = tg\,60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow AC = AL + LC = (\sqrt{3}+1)LC = AL + \frac{AL}{\sqrt{3}} =$

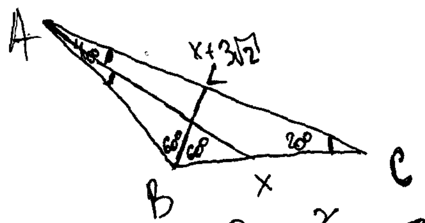
$= AL \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}} \Rightarrow AL = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}(x+3\sqrt{2})$. Т.к. по усл.: $AC = x + 3\sqrt{2}$

$\sin 60^\circ = \frac{x}{x+3\sqrt{2}};\ \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{x+3\sqrt{2}};\ (2-\sqrt{3})x = 3\sqrt{6} \Rightarrow x = \frac{3\sqrt{6}}{2-\sqrt{3}}$

в $\triangle ABL$: $\frac{AL}{\sin 45^\circ} = \frac{BL}{\sin 30^\circ} \Rightarrow BL = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}\left(\frac{3\sqrt{6}}{2-\sqrt{3}} + 3\sqrt{2}\right) = \frac{\sqrt{3}(3\sqrt{6}+6\sqrt{2}-3\sqrt{6})}{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)(2-\sqrt{3})} =$

$= \frac{6\sqrt{3}}{(\sqrt{3}+1)(2-\sqrt{3})} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \frac{6\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{2} = 3\sqrt{3}(\sqrt{3}+1) = 3\sqrt{3}+9$

2 случай:



$\frac{CL}{\sin 60^\circ} = \frac{x}{\sin\angle BLC}$

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB\cdot BC\cdot\cos 120^\circ$

$\cancel{x^2} + 6\sqrt{2}x + 18 = AB^2 + \cancel{x^2} + xAB$; $AB^2 + x\cdot AB - (6\sqrt{2}x+18) = 0$

$D = x^2 + 4(6\sqrt{2}x + 18)$

$AB = \frac{-x+\sqrt{D}}{2}$ $\cancel{> 2x}$ $\cancel{\sqrt{D} > 3x}$

$\cancel{x^2 + 24\sqrt{2}x + 72 > 9x^2}$; $\cancel{8x^2 - 24\sqrt{2}x - 72 < 0}$

$\cancel{x^2 - 3\sqrt{2}x - 9 < 0}$

$\cancel{AB > x+3\sqrt{2}}$ $\cancel{-x+\sqrt{D} > 2x+6\sqrt{2}}$;

$\cancel{\sqrt{D} > 3x}$

$\frac{CL}{AL} = \frac{2x}{-x+\sqrt{D}} \Rightarrow AL\left(\frac{2x}{-x+\sqrt{D}} + 1\right) = AC$; $AL\left(\frac{x+\sqrt{D}}{-x+\sqrt{D}}\right) = AC$

$AL = \frac{AC(-x+\sqrt{D})}{x+\sqrt{D}}$; $CL = \frac{2x}{-x+\sqrt{D}}$

$CL^2 = BL^2 + x^2 - BL\cdot x$; $\frac{4x^2}{(-x+\sqrt{D})^2} = BL^2 + x^2 - BL\cdot x$

$BL^2 - x\cdot BL + \left(x^2 - \frac{4x^2}{(-x+\sqrt{D})^2}\right) = 0$ $D = x^2 - 4\left(x^2 - \frac{4x^2}{(-x+\sqrt{D})^2}\right) =$

$= x^2\left(-3 + \frac{16}{(-x+\sqrt{D})^2}\right) < 0$ при $D = x^2 + 4(6\sqrt{2}x + 18) \Rightarrow$ решений нет

Ответ: $3\sqrt{3}+9$

Задача №4 **Чистовик**

$3x^3+(3a+13)x^2+(2a+9)x-(a+1)=0$

$$\begin{array}{r|l} 3x^3+(3a+13)x^2+(2a+9)x-(a+1) & x+1 \\ \cline{2-2} -\underline{3x^3+3x^2} & 3x^2+(3a+10)x-(a+1) \\ (3a+10)x^2+(2a+9)x & \\ -\underline{(3a+10)x^2+(3a+10)x} & \\ -(a+1)x-(a+1) & \end{array}$$

$(x+1)(3x^2+(3a+10)x-(a+1))=0$

$x=-1$ – всегда корень

$\Rightarrow$ надо, чтобы квадр. ур-е имело 2 разл. корня, один из которых целый.

$D=9a^2+60a+100+12(a+1)=9a^2+72a+112=(9a^2+72a+144)-32=(3a+12)^2-32$

$D<0$ при $a=-5; -4; -3$ $\Rightarrow$ они не подходят

1) $a=-6 \Rightarrow D=4 \Rightarrow x_2=\frac{8-2}{6}=1$ $\quad x_3=\frac{8+2}{6}=\frac{5}{3}$. $\Rightarrow a=-6$ подходит

2) $a=-2 \Rightarrow D=4 \Rightarrow x_2=\frac{-4-2}{6}=-1$ $\quad x_2=\frac{-4+2}{6}=-\frac{1}{3} \Rightarrow a=-2$ не подх. (т.к. 2 корня совпадают $x=-1; -\frac{1}{3}$)

3) $a=-1 \Rightarrow D=49 \Rightarrow x_2=\frac{-7-7}{6}=-\frac{7}{3}$ $\quad x_3=\frac{-7+7}{6}=0 \Rightarrow a=-1$ подходит

4) $a=0 \Rightarrow D=112 \Rightarrow x=\frac{-10\pm\sqrt{112}}{6}$ – не целые

5) $a=1 \Rightarrow D=193 \Rightarrow$ корни не целые

6) $a=2 \Rightarrow D=292 \Rightarrow$ корни не целые

7) $a=3 \Rightarrow D=409 \Rightarrow$ корни не целые

8) $a=4 \Rightarrow D=544 \Rightarrow$ корни не целые

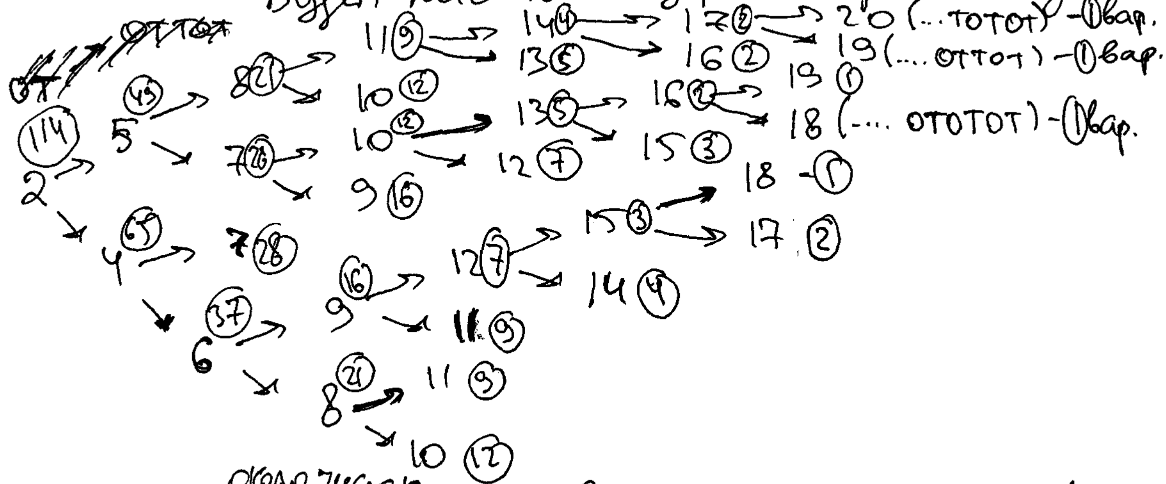
9) $a=5 \Rightarrow D=697 \Rightarrow$ корни не целые

Всего вариантов для a: 12. Благоприятных: 2 $\Rightarrow$ вероятность события получения 3-х различных корней, 2 из которых, как минимум, целые равна $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ Ответ: $\frac{1}{6}$

Задача №7 Чистовик

После ОТ идет либо ТОТ, либо ОТ. Первые две буквы однозначно ОТ, как и последние 2. ОТ $\underbrace{\ldots\ldots}_{18}$ ОТ.

Будем писать в дереве вариантов длины (текущие)



В кружках около числа n кол-во вариантов таких, что первые n букв такие, как путь до этой клетки. Кол-во вариантов в вершине = сумме кол-ва вариантов во всех потомках. Считаем для 2-начального 114.

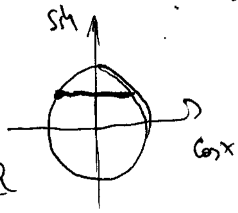
Ответ: 114

$(5x)^\circ$ $\quad 180^\circ - \pi$ рад $\quad \frac{y}{\pi} = \frac{5x}{180}$

$(5x^\circ) - y$ рад $\quad y = \frac{\pi x}{36}$

ЧЕРНОВИК

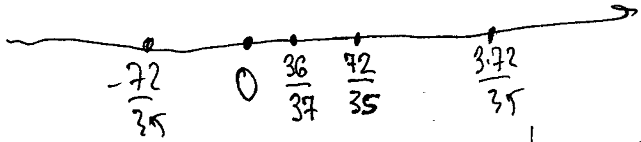
$\sin(\pi x) = \sin\left(\frac{\pi x}{36}\right)$



$$\left[\begin{array}{l} \pi x = \frac{\pi x}{36} + 2\pi n \quad x = \frac{x}{36} + 2n \quad x \in Q \\ \pi x = \pi - \frac{\pi x}{36} + 2\pi n \quad \frac{37}{36}x = 1 \quad x = \frac{36}{37} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{x}{36} + 2n \quad \frac{35}{36}x = 2n \quad x = \frac{72n}{35} \\ \frac{37}{36}x = 1 + 2n \\ x = \frac{36}{37} + \frac{72n}{37} \end{array}\right.$$

$\left|\frac{36}{37} + \frac{72n}{37} - \frac{72m}{35}\right| \to \min$



$|36\cdot 35 + 72n\cdot 35 - 72m\cdot 37| \to \min$ $\quad |35 + 2\cdot 35n - 2\cdot 37m| \to \min$

$|35 + 2\cdot 35n - 2\cdot 37m| \to \min$ $\quad m = n: |35 - 4n| \to \min$

$m = n = 9$

$\frac{36\cdot 35 + 72\cdot 9\cdot 35 - 72\cdot 9\cdot 37}{37\cdot 35} = \frac{36\cdot 35 - 72\cdot 9\cdot 2}{37\cdot 35} = \left|\frac{36}{37} - \frac{36\cdot 36}{35\cdot 37}\right|$

$\frac{36\cdot 35 - 36\cdot 36}{37\cdot 35} = -\frac{36}{35\cdot 37}$

$|35 + 70n - 74(n+1)| = |37 - 4n|$

$\sin 5x^{\circ} = \sin\left(\frac{\pi x}{36}\right) = \sin \pi x$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{x}{36} + 2n \\ x = 1 - \frac{x}{36} + 2m \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \frac{35}{36}x = 2n \\ \frac{37}{36}x = 1 + 2m \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = \frac{72n}{35} \\ x = \frac{36+72m}{37} \end{array}\right. , n, m \in \mathbb{Z}$$

$\frac{72n}{35}$

$$\left|\frac{72n}{35} - \frac{36+72m}{37}\right| \to \min$$

$$\left|\frac{37\cdot 72n - 35\cdot 36 - 35\cdot 72m}{35\cdot 37}\right| \to \min$$

$\cancel{2\cdot 72m}$ $\left|\frac{72(37n-35m) - 35\cdot 36}{35\cdot 37}\right| \to \min$

$|2(37n-35m) - 35| \to \min$ $\quad |74n - 70m - 35| \to \min$

1) $m = n-2 \Rightarrow |4n + 105|$

2) $m = n - k$ $\quad |4n + 70k - 35| \to \min$ $\quad k = 1 \Rightarrow |4n+35| \to \min$

$k = 0 \quad |4n - 35| \to \min$

$\sin 40^{\circ} = b$

$\sin 20^{\circ} =$

$\cancel{x^2} + 6\sqrt{2}x + 18 = \cancel{x^2} + y^2 + xy$

$\cos(90^{\circ}+30^{\circ}) = -\sin 30^{\circ} = -\frac{1}{2}$

$y^2 + xy - (6\sqrt{2}x + 18) = 0$ $\quad D = x^2 + 24\sqrt{2}x + 72$

$(6\sqrt{2})^2$

ЧЕРНОВИК

Задача № 5

Построим дерево вариантов (что из чего следует). В скобках будет текущая длина.

Начало строится однозначно: $\underbrace{OT\underbrace{\ldots\ldots}_{18\text{ букв}}TO}_{20}$. Рассмотрим все варианты для
(и конец)
первых 20 букв, а потом сопоставим, какие подходят.

После T всегда идет либо OT, либо TOT. (В ячейке пишем, что добавляется)

OT(2) → OT(4), TOT(5)

OT(4) → OT(6), TOT(7)

OT(6) → OT(8)

OT(8) → OT(10)

OT(10) → OT(12)

OT(12) → TOT(15)

TOT(15) → OT(17), TOT(18)

OT(12) → OT(14)

OT(14) → TOT(17)

OT(14) → OT(16)

OT(16) → OT(18), TOT(19)

TOT(17) → OT(19), TOT(20)

OT(18) → OT(20)

Пусть OT(n) - кол-во слов длины n, оканчивающихся на OT)
TOT(n) - длины n, оканчивающихся ~~на~~ TOT)

ЧЕРНОВИК

Черновик

№1 $b;\ bq;\ bq^2;\ bq^3;\ bq^4;\ bq^5$

$$\begin{cases} \dfrac{b+bq}{2} = 10 \\ \dfrac{bq^2+bq^3+bq^4+bq^5}{4} = 90 \end{cases} \qquad \begin{cases} b(q+1) = 20 \\ \dfrac{bq^2(q^4-1)}{q-1} = 360 \end{cases}$$

$\dfrac{(q^4-1)q^2}{q^2-1} = 18$

$(q^2+1)q^2 = 18$

$q^4+q^2-18=0 \qquad t^2+t-18=0$

$D = 1+72 = 73$

$q^2 = \dfrac{-1+\sqrt{73}}{2}$

$$\begin{cases} \dfrac{b(q^2-1)}{4(q-1)} = 10 \\ \dfrac{bq^2(q^2-1)}{4(q-1)} = 90 \end{cases}$$

$q^2 = 9$

$q=3 \Rightarrow b = \dfrac{10\cdot 2}{80} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow bq^5 = \dfrac{1}{4}\cdot 3^5 = \dfrac{243}{4}$

$q=-3 \Rightarrow b = \dfrac{10\cdot(-4)}{80}\cdot 4 = -2;\ bq^5 = -2\cdot(-3^5) = 243\cdot 2 = 486$

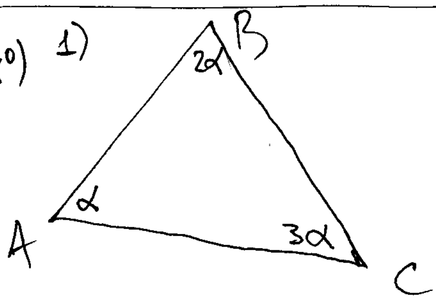
1) $~~\frac{1}{4};\ \frac{3}{4};\ \frac{9}{4};\ \frac{27}{4};\ \frac{81}{4};\ \frac{243}{4}~~$

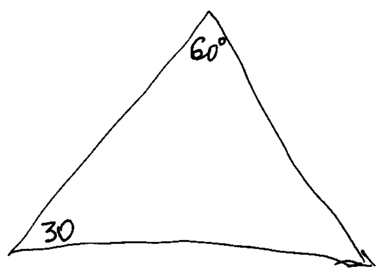
$1;\ 3;\ 9;\ 27;\ 81;\ 243$

2) $-2;\ 6;\ -18;\ 54;\ -162;\ 486$.

$~~\sin(\pi x) = \sin(5x^\circ)~~$

1)



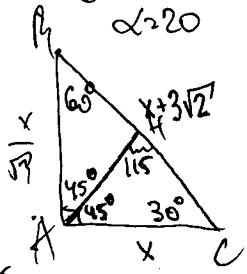


$\begin{array}{r} \times 36 \\ 6 \\ \hline 216 \end{array}$

$\alpha;\ 2\alpha;\ 6\alpha$

$9\alpha = 180^\circ$

$\alpha = 20$



$\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{x}{x+3\sqrt{2}}$

$2x - \sqrt{3}x = 3\sqrt{6} \qquad x = \dfrac{3\sqrt{6}}{2-\sqrt{3}} = 3\sqrt{6}(2+\sqrt{3}) = 9\sqrt{2}+6\sqrt{6}$

$x^2 = 162+216+316\sqrt{3} = 378+316\sqrt{3}$

$\dfrac{x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{y}{\frac{1}{2}} \Rightarrow y = \dfrac{x}{\sqrt{3}}$

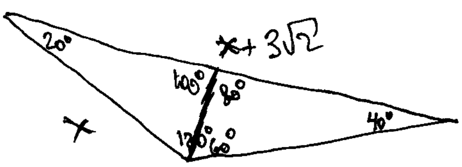
$\dfrac{x^2}{3} + \cancel{x^2} = \cancel{x^2} + 6\sqrt{2}x + 18$

$\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$

$CH = \sqrt{3}BH$

$(\sqrt{3}+1)BH = x+3\sqrt{2}$

$CH = \dfrac{\sqrt{3}(x+3\sqrt{2})}{\sqrt{3}+1}$



$CH^2 = l^2 + x^2 - 2lx\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2};$

$l^2 = CH^2 - x^2 + \sqrt{2}lx$

$\dfrac{CH}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \dfrac{l}{\frac{1}{2}}$

$l = \dfrac{CH}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}(12\sqrt{2}+6\sqrt{6})}{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)} = \dfrac{\sqrt{3}(12+6\sqrt{3})}{\sqrt{3}+1} = \dfrac{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)\cdot 6(\sqrt{3}+2)}{2} =$

$= 3\sqrt{3}\cdot(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+2) = 3\sqrt{3}(1+\sqrt{3}) = 3\sqrt{3}+9$

$\sin(2\alpha+\alpha) = \sin 2\alpha\cos\alpha + \cos 2\alpha\cdot\sin\alpha = 2\sin\alpha\cos^2\alpha + (1-2\sin^2\alpha)\sin\alpha = 2\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$

$\alpha = 20^\circ:\ \sin\ \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$

$4\sin^3\alpha - 3\sin\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

OT(2) = OT(4) + TOT(5)

OT(4)

$3x^3+(3a+13)x^2+(2a+9)x-a-1=0$ (ЧЕРНОВИК)

$-3+3a+13-2a-9-a-1=0$

$(x+1)(3x^2+(3a+10)x-(a+1))=0$

$$\begin{array}{l|l} 3x^3+(3a+13)x^2+(2a+9)x-(a+1) & x+1 \\ \hline -\;3x^3+3x^2 & 3x^2+(3a+10)x-(a+1) \\ (3a+10)x^2+(2a+9)x & \\ -\;(3a+10)x^2+(3a+10)x & \\ (-a-1)x-(a+1) & \end{array}$$

$D=9a^2+60a+100+12(a+1)=9a^2+72a+112$

$D=8\cdot12^2=24^2\cdot2$

$72\cdot72=5184$, $112\cdot36=4032$, $5184-4032=1152$, $1152:2=576$, $576:2=288$, $288:2=144$

$a_1=\frac{-72+24\sqrt2}{18}=\frac{-24+8\sqrt2}{6}=\frac{-12+4\sqrt2}{3}$

$a_2=\frac{-12-4\sqrt2}{3}$ $\quad \frac{-12-4\sqrt2}{3}<-\frac{18}{3}$

$18<12+4\sqrt2$; $\quad 6<4\sqrt2$, $36<32$ $\quad \frac{-12+4\sqrt2}{3}<5$, $4\sqrt2>27$

-6, $\frac{-12-4\sqrt2}{3}$, -5, -4, -3, -2, 5; $+$, $-$, $+$

$\frac{-12-4\sqrt2}{3}<-\frac{15}{3}$, $4\sqrt2>3$, $2\sqrt2>3$ $\quad \frac{-12+4\sqrt2}{3}<4$, $4\sqrt2<24$

$-3<\frac{-12+4\sqrt2}{3}<-2$

$-9<-12+4\sqrt2<-6$

$3<4\sqrt2<6$

$x_1x_2=-\frac{a+1}{3}$

$x_1+x_2=-a-\frac{10}{3}$

$72:6=12$

$(3a+12)^2=32$

$3x^3+(3a+10)x^2-(a+1)x+3x^2+(3a+10)x-(a+1)=$
$=3x^3+(3a+13)x^2+(2a+9)x-a-1=$

1) $a=-6 \Rightarrow D=4 \Rightarrow 3x^2-8x+5=0$ $\quad x_1=1$

2) $a=-5 \Rightarrow D<0$; $D=4$

$d[n]$ - слов в словаре длины n

О Т $d_2=0$ ОТО ОТТО

ОТОТО

ОТ ? ТО

$d_1=2$

$d_3=1=d_4=d_5$

$d_6=2$

ОТ → ТОТ → ОТ → ТОТ → ОТ, ТО

$d_n=0 \longrightarrow 0$

$n-1$: 14, 17(ТОТ) ①, 11, 15, 18 ①, 13, 17 ①, 13 ②, 8, 10, 5, 7, 13 ③, 9, 4, 7, 10, 13 ②, 6, 9, 12, 11, 10

$\frac{g_2-\epsilon_1}{g_2 \epsilon_1 g}=x$

$g_2 \epsilon_1 \epsilon = x\left(g - \frac{g}{\epsilon_1}\right)$

$x\frac{2}{\epsilon_1}=g_2\epsilon_1+xg$

$\frac{g-g_0 h_{\text{нэ}}}{x}=\frac{\frac{2}{\epsilon_1}}{\epsilon_2\epsilon_1+x}$