



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьевы Горы»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Лысов Андрей Максимович**

Технический балл: **90**

Дата: **21 мая 2020 года**

Олимпиада школьников «Покори Воробьёвы горы!»

Математика. 11 классы. Заключительный этап 2019/2020 учебного года.

Вариант 4

1. Геометрическая прогрессия состоит из шести членов. Среднее арифметическое её первых четырёх членов равно 10, а среднее арифметическое последних четырёх членов равно 90. Чему может быть равен последний член прогрессии?

2. Каково расстояние между ближайшими друг к другу корнями уравнения

$$\sin(\pi x) = \sin(5x^\circ)?$$

3. Один из углов треугольника в 2 раза меньше другого, а наибольшая сторона треугольника на $3\sqrt{2}$ больше второй по величине стороны. Чему может быть равна биссектриса третьего угла, если этот угол в 3 раза больше, чем один из двух других углов?

4. Таня выбирает случайным образом целое число a из отрезка $[-6; 5]$ и после этого решает уравнение $3x^3 + (3a + 13)x^2 + (2a + 9)x - a - 1 = 0$.

Найдите вероятность того, что Таня получит три различных корня, из которых, как минимум, два будут целыми, если точно известно, что при вычислениях она не ошибается.

5. В алфавите жителей сказочной планеты OT2020 всего две буквы: буква O и буква T . Все слова начинаются на букву O и заканчиваются тоже на букву O . В любом слове буква O не может соседствовать с другой буквой O . Также не может идти подряд больше, чем 2 буквы T . Например, слова OTTO, OTOTOTO, OTTOTOTTO являются допустимыми, а слова OTTOT, OTOOTO, OTOTTTO – нет. Сколько 22-буквенных слов в словаре этой планеты?

Май 2020 г.

пополн.
N4:

Минимум

• Q = 3

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{25}{3}}}{2 \cdot \frac{25}{3}}$$

Q = 4

$$x^3 + \frac{25}{3}x^2 - \frac{25}{3}x - \frac{17}{3} = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{25}{3}}}{2 \cdot \frac{25}{3}}$$

• Q = 5

$$x^3 + \frac{28}{3}x^2 - \frac{28}{3}x - \frac{35}{3} = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{28}{3}}}{2 \cdot \frac{28}{3}}$$

Итак, перх.
перх.
3

Реш. = $\frac{12}{\text{вариант}}$

N5:

разрешено
Пусть
блочков
букв
2n + 3k
21 - 3

Минимум

Вариант 4

N1:

Посм. - Тб: $\frac{b_1}{b_1}, \frac{b_1 q}{b_2}, \frac{b_1 q^2}{b_3}, \frac{b_1 q^3}{b_4}, \frac{b_1 q^4}{b_5}, \frac{b_1 q^5}{b_6}$
зн. - 16 q

$$\begin{cases} \frac{b_1 + b_1 q + b_1 q^2 + b_1 q^3}{4} = 10 \\ \frac{b_1 q^2 + b_1 q^3 + b_1 q^4 + b_1 q^5}{4} = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 (1 + q + q^2 + q^3) = 40 \quad (1) \\ b_1 q^2 (1 + q + q^2 + q^3) = 360 \quad (2) \end{cases}$$

Посм. (1) бo (2):

$$40 q^2 = 360; q^2 = 9 \rightarrow \begin{cases} q = 3 \\ q = -3 \end{cases}$$

1) Если $q = 3$: $b_1 \cdot (1 + 3 + 9 + 27) = 40$
 $b_1 = 1$ $40 \cdot 9 \cdot 4 = 360 \checkmark$

~~1, 3, 9, 27, 81, 243~~

1, 3, 9, 27, 81, 243

$1 + 3 + 9 + 27 = 40 \checkmark$
 $243 + 81 + 27 + 9 = 360 \checkmark$

243 → б oтвeт

2) Если $q = -3$: $b_1 \cdot (1 - 3 + 9 - 27) = 40$
 $b_1 = -2$ $-2 \cdot 9 \cdot (-20) =$
 $= -18 \cdot (-20) = 360 \checkmark$

-2, 6, -18, 54, -162, 486

486 → б oтвeт

Ответ: 243; 486.

проверка №4

• Q =
 $x = -1$
 -1

• Q = 4
 $x^3 +$
 $x = -1$
 -1

• Q = 5
 x^3
 $x = -1$
 -1

Уточн, не

Рассм. =

№5:

расп
 Пусть
 3-й
 2
 n =

№2:

$\sin(\pi x) = (\sin 5x)^\circ$

$1^\circ = \frac{\pi}{180}$
 $(5x)^\circ = \frac{5x \cdot \pi}{180} = \frac{\pi x}{36}$

$\sin(\pi x) - \sin(\frac{\pi x}{36}) = 0$

будем применять формулы синусов:

$\sin \alpha - \sin \beta = \sin(\frac{\alpha+\beta}{2}) \cos(\frac{\alpha-\beta}{2}) - \sin(\frac{\alpha+\beta}{2}) \cos(\frac{\alpha-\beta}{2}) =$
 $= \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} + \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2} - \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} +$
 $+ \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2} = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2} =$
 $= 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2}$

$2 \cos(\frac{\pi x + \frac{\pi x}{36}}{2}) \cdot \sin(\frac{\pi x - \frac{\pi x}{36}}{2}) = 0 \quad | \cdot \frac{1}{2}$
 $\cos \frac{37\pi x}{72} \cdot \sin \frac{35\pi x}{72} = 0$

$\begin{cases} \frac{37\pi x}{72} = \frac{\pi}{2} + \pi h \quad | \cdot \frac{2}{\pi} \\ \frac{35\pi x}{72} = \pi h \quad | \cdot \frac{2}{\pi} \end{cases} \quad h \in \mathbb{Z}$
 $\begin{cases} \frac{37x}{36} = 1 + 2h \\ \frac{35x}{36} = 2h \end{cases}$

$\begin{cases} x_1 = \frac{36}{37}(1+2h) \rightarrow 1\text{-я серия} \\ x_2 = \frac{36}{35} \cdot 2h \rightarrow 2\text{-я серия} \end{cases} \quad h \in \mathbb{Z}$

Рассм. - и значения, когда в корнях из обеих серий одинаковые n:

$\Delta = |x_1 - x_2| = |36 \cdot (\frac{1+2h}{37} - \frac{2h}{35})| = |36 \cdot (\frac{35+70h-74h}{35 \cdot 37})|$
 $= |36 \cdot \frac{35-4h}{35 \cdot 37}| \rightarrow \min_{h \in \mathbb{Z}} \quad \text{Классно } 35-4h \rightarrow 0$
 т.е. $h = 9$

при $h = 9$ $\Delta = \frac{36}{35 \cdot 37}$ (т.е. $n=10: \Delta = \frac{36}{35 \cdot 37} \cdot 5$,
 $n=8: \Delta = \frac{36}{35 \cdot 37} \cdot 3$)

Пусть n_1 и n_2 из второй серии
 $\Delta = |36 \cdot (\frac{1+2n_1}{37} - \frac{2n_2}{35})| = |36 \cdot (\frac{35+70n_1-74n_2}{35 \cdot 37})| \quad n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$
 $35+70n_1-74n_2 \rightarrow 0$

$$\begin{array}{r|l} 36 & -1 \\ 37 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 36 & -1 \\ 37 & 2 \end{array}$$

$$|x_1 - x_2| = \left| \frac{36 + 72n}{37} \right| = \frac{72 \cdot 37n - 36 \cdot 35 - 35 \cdot 72n}{35 \cdot 37} = \frac{72n \cdot 2 - 36 \cdot 35}{35 \cdot 37} = \frac{36(4n - 35)}{35 \cdot 37}$$

$$h = 9$$

$$|36 \left(\frac{1}{37} - \frac{2}{35} \right)| = \left| \frac{36}{35 \cdot 37} \right|$$

$$74n_1 = n_1 = 74$$

$$n_2 = 70$$

$$36 + 70 \cdot 36 - 74 \cdot 37$$

проект
 n_2 :
 итерация
 если набор (n_1, n_2) - оптимальный
 т.е. $(n_1, n_1 + 2)$ (без одной единицы)
 $2 \in \mathbb{Z}$

$$35 + 70n_1 - 74n_2 - 74d = 35 - 4n_1 - 74d \rightarrow 0$$

$$4n_1 + 74d \mid 35$$

$$\frac{4}{2}, \frac{74}{2} \mid \frac{35}{2}$$

т.е. в целых числах не получится крайнего значения, или $k=1$

Ответ: $\frac{36}{35 \cdot 37}$
 $q \in [-6; 5], q \in \mathbb{Z}$

№4: $3x^3 + (3q+13)x^2 + (2q+9)x - (q+1) = 0$

$$x^3 + \left(\frac{3q+13}{3}\right)x^2 + \left(\frac{2q+9}{3}\right)x - \left(\frac{q+1}{3}\right) = 0$$

• $q = -6$: $x^3 - \frac{5}{3}x^2 - x + \frac{5}{3} = 0$

$x=1$	1	$-\frac{5}{3}$	-1	$\frac{5}{3}$
	1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{5}{3}$	0

$$(x-1)\left(x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}\right) = 0$$

$$(x-1)(x+1)\left(x - \frac{5}{3}\right) = 0$$

$\in \mathbb{Z} \Rightarrow$ ОК!

• $q = -5$: $x^3 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{4}{3} = 0$

$x=-1$	1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$
	-1	1	$-\frac{5}{3}$	0

$$(x+1)\left(x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{4}{3}\right) = 0$$

$$D = \frac{25}{9} - \frac{16}{9} = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{\frac{5}{3} \pm 1}{2} = \frac{4}{3}, \frac{1}{3}$$

не кор.

~~$q = -4$: $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$~~
 корни: $\pm 1, \pm 3$
 не $\mathbb{Q}$ корней
 не перх.

• $q = -3$: $x^3 + \frac{4}{3}x^2 + x + \frac{2}{3} = 0$

• $q = -4$: $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$

$$(x+1)(x^2 + 1) = 0$$

не $\mathbb{R}$ корней
 не перх.

т.к. $C_{n+k} = C_n + C_{n-1} + \dots + C_1 + 1$

$$3 + C_5 + C_7 \rightarrow 170$$

$$\frac{8!}{5!3!} + 1 = 10 + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 2 \cdot 1} + 1 = 151$$

$$\begin{array}{r|l} 1 & \frac{36}{35} \cdot 3 \\ -1 & -\frac{36}{35} \cdot 2 \\ 2 & \frac{36}{35} \cdot 5 \end{array}$$

$$\frac{72n}{35} - \frac{36 + 72n}{37}$$

$$= \frac{72n \cdot 37 - 36 \cdot 37 - 72n \cdot 37}{35 \cdot 37}$$

$$= \frac{72n \cdot 2 - 36}{35}$$

✓

36

70n =

$$\bullet a = -3: x^3 + \frac{4}{3}x^2 + x + \frac{2}{3} = 0$$

возможны. раз корни: $\pm \frac{2}{3}; \pm \frac{1}{3}; \pm 1; \pm 2$

$$\frac{8}{27} + \frac{8}{27} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 0 \quad x = -1 \mid 1 \mid \frac{4}{3} \mid \frac{2}{3} \mid 0$$

$$x = -\frac{2}{3} \mid 1 \mid \frac{4}{3} \mid \frac{2}{3} \mid 0 \quad (x+1)(x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}) = 0$$

$$\text{не кор. } D = \frac{16}{9} - \frac{8}{3} < 0$$

$$\bullet a = -2: x^3 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{1}{3} = 0$$

$$x = -1 \mid 1 \mid \frac{2}{3} \mid \frac{5}{3} \mid \frac{1}{3} \quad (x+1)(x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}) = 0$$

$$(x+1)(x+1)(x+\frac{1}{3}) = 0 \quad \text{OK!}$$

$$\bullet a = -1: x^3 + \frac{10}{3}x^2 + \frac{7}{3}x = 0$$

$$x(x^2 + \frac{10}{3}x + \frac{7}{3}) = 0$$

$$D = \frac{100}{9} - \frac{28}{3} = \frac{100 - 84}{9} = \frac{16}{9} \quad x_{1,2} = \frac{-10 \pm 4}{2} = -1, -\frac{2}{3}$$

$$\frac{x}{\in \mathbb{Z}} \mid \frac{(x+1)}{\in \mathbb{Z}} \mid \frac{(x+\frac{7}{3})}{\text{OK!}} = 0$$

$$\bullet a = 0: x^3 + \frac{13}{3}x^2 + 3x - \frac{1}{3} = 0$$

$$x = -1 \mid 1 \mid \frac{13}{3} \mid 3 \mid -\frac{1}{3} \quad (x+1)(x^2 + \frac{10}{3}x - \frac{1}{3}) = 0$$

$$\text{не кор. } D = \frac{100}{9} + \frac{4}{3} = \frac{112}{9}$$

$$x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{112}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

$$\bullet a = 1: x^3 + \frac{16}{3}x^2 + \frac{11}{3}x - \frac{2}{3} = 0$$

$$x = -1 \mid 1 \mid \frac{16}{3} \mid \frac{11}{3} \mid -\frac{2}{3} \quad (x+1)(x^2 + \frac{13}{3}x - \frac{2}{3}) = 0$$

$$\text{не кор. } D = \frac{169}{9} + \frac{8}{3} = \frac{169 + 24}{9} = \frac{193}{9}$$

$$x_{1,2} \notin \mathbb{Z}$$

$$\bullet a = 2: x^3 + \frac{19}{3}x^2 + \frac{13}{3}x - 1 = 0$$

$$x = -1 \mid 1 \mid \frac{19}{3} \mid \frac{13}{3} \mid -1 \quad (x+1)(x^2 + \frac{16}{3}x - 1) = 0$$

$$D = \frac{256}{9} + 4 = \frac{292}{9}$$

$$x_{1,2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \text{не кор.}$$

Корень №5:

$$C_{10}^1 + C_9^3 + C_8^5 + C_7^7$$

$$10 + 84 + 56 + 1 = 151$$

$$\text{Вариант: } C_{10}^1 + C_9^3 + C_8^5 + C_7^7 = 151$$

$$\left| \frac{72n}{35} - \frac{36+72n}{37} \right| =$$

$$= \left| \frac{72n \cdot 37 - 36 \cdot 35 - 72n \cdot 35}{35 \cdot 37} \right| =$$

$$= \frac{72n \cdot 2 - 36 \cdot 35}{35 \cdot 37} = \frac{36}{35}$$

✓

$$\left| 36 \left(\frac{1}{37} - \frac{2}{35} \right) \right| =$$

$$70n_1 = n_1 = 74$$

$$n_2 = 70$$

$$36 + 70 \cdot 36 - 74 \cdot 35$$

Задача

продолж.
N4:

• Q = 3 $x^3 + \frac{22}{3}x^2 + 5x - \frac{4}{3} = 0$

$$x = -1 \mid 1 \mid \frac{22}{3} \mid 5 \mid -\frac{4}{3}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & \frac{22}{3} & 5 & -\frac{4}{3} & 0 \end{array}$$

$$(x+1)(x^2 + \frac{19}{3}x - \frac{4}{3}) = 0$$

$$D = \frac{361}{9} + \frac{48}{9} = \frac{409}{9}$$

• Q = 4 $x^3 + \frac{25}{3}x^2 + \frac{17}{3}x - \frac{5}{3} = 0$ $x_{1,2} \notin \mathbb{Z}$ не кор.

$$x = -1 \mid 1 \mid \frac{25}{3} \mid \frac{17}{3} \mid -\frac{5}{3}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & \frac{25}{3} & \frac{17}{3} & -\frac{5}{3} & 0 \end{array}$$

$$(x+1)(x^2 + \frac{12}{3}x - \frac{5}{3}) = 0$$

$$D = \frac{489}{9} + \frac{60}{9} = \frac{549}{9}$$

• Q = 5 $x^3 + \frac{28}{3}x^2 + \frac{19}{3}x - 2 = 0$ $x_{1,2} \notin \mathbb{Z}$ не кор.

$$x = -1 \mid 1 \mid \frac{28}{3} \mid \frac{19}{3} \mid -2$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & \frac{28}{3} & \frac{19}{3} & -2 & 0 \end{array}$$

$$(x+1)(x^2 + \frac{25}{3}x - 2) = 0$$

$$D = \frac{625}{9} + 8 = \frac{697}{9}$$

Итак, кор. $Q = -6$;
кор. $Q = -2$;
 $Q = -1$

Реш. = $\frac{12}{3} = \frac{1}{4} = 0,25$ Ответ: 0,25.

N5: - слово из 21 и заканч. на O
- слово сост. из блоков T и TT,
разделенных O (оригиналы)

Пусть в слове n блоков T и k
блоков TT, тогда в слове n+k+1
букв O; а всего букв n+k+1+n+2k=22

$$2n + 3k = 21; 2n = 21 - 3k$$

$$n = \frac{21-3k}{2} = 10 + \frac{1-3k}{2}$$

$n, k \in \mathbb{N}$

$k = 1, 3, 5, 7$; $n = 9, 6, 3, 0$

где каждого из n и k можно постр.
n+k слов, представленных блоками T и TT
выборочными способами

$$1^\circ = \frac{\pi}{180}$$

$$(5x)^\circ = \frac{5x \cdot \pi}{180} = \frac{\pi x}{36}$$

и углов:

$$\frac{-\beta}{2} - \sin \frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$xy - \sin x \cdot \cos x$$

$$= x \cdot \sin x$$

$$n \left| \frac{\pi x - \frac{\pi x}{36}}{2} \right|$$

$$\frac{35\pi x}{72} = 0$$

$$\frac{35x}{72}$$

1-я серия

2-я серия

когда 6 букв

$$= 136 \cdot$$

min

$$\Delta = \frac{36}{35 \cdot 37}$$

$$n_2 \text{ из второго ряда}$$

$$\frac{12}{5} \Big| = 136 \cdot$$

• Q =

begin

$\frac{8}{22}$

$x =$

• Q = -2

$x = -1$

• Q = -1

$x =$

• Q = 0

$x =$

• Q = 1

$x =$

• Q = 2

$x =$

крб. $\frac{1}{1+2m_1} = \frac{1}{35}$

проблемы №5:

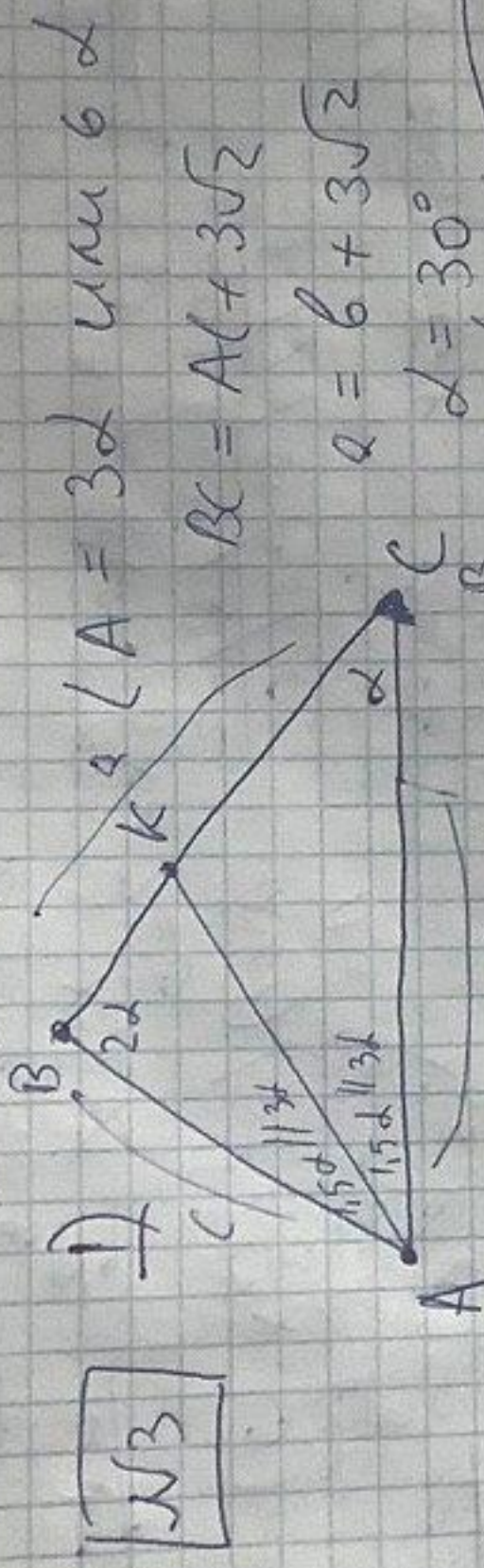
$$T_k \cdot C_{n+k}^k = C_{21-k}^k, 70$$

$$C_{10}^1 + C_9^3 + C_8^5 + C_7^7 \rightarrow \text{орбем}$$

$$\frac{10!}{9!1!} + \frac{9!}{6!3!} + \frac{8!}{5!3!} + 1 = 10 + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} + 1 =$$

$$= 10 + 84 + 56 + 1 = 95 + 56 = 151$$

Orbem: $C_{10}^1 + C_9^3 + C_8^5 + C_7^7 = 151$



$$b^2 + 18\sqrt{2}b = b^2 - 6\sqrt{2}(3 + b)$$

$$b^2 + \frac{(b+3\sqrt{2})^2}{4} = (b+3\sqrt{2})^2$$

$$4b^2 = 3(b^2 + 6\sqrt{2}b + 18)$$

$$b^2 - 18\sqrt{2}b - 54 = 0$$

$$b = 9\sqrt{2} \pm 6\sqrt{6}$$

$$b = 9\sqrt{2} + 6\sqrt{6}$$

$$AK = \frac{2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \frac{A}{2}}{AC + AB} = \frac{2 \cdot (9\sqrt{2} + 6\sqrt{6})(6\sqrt{2} + 3\sqrt{6}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{9\sqrt{2} + 6\sqrt{6} + 6\sqrt{2} + 3\sqrt{6}} =$$

$$= \frac{3(12 + 7\sqrt{12} + 12) \cdot \sqrt{2}}{3(12 + 7\sqrt{12} + 12) \cdot \sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2} + 3\sqrt{6}}{5\sqrt{2} + 3\sqrt{6}} =$$

$$= \frac{3(24 + 14\sqrt{3})\sqrt{2}}{4\sqrt{2}(5 + 3\sqrt{3})} = \frac{6(12 + 7\sqrt{3})\sqrt{2}}{25 - 27} = -3(60 - 36\sqrt{3} - 21\sqrt{3}) =$$

$$= -3(60 - \sqrt{3} - 63) = -3(-3 - \sqrt{3}) = 9 + 3\sqrt{3}$$

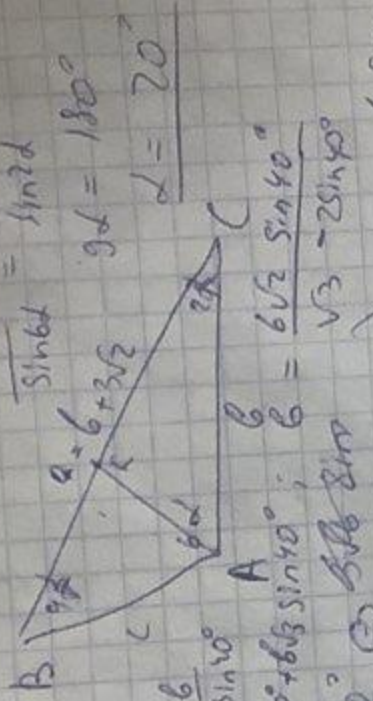
$$\begin{array}{r} 13 \\ 2 \quad 11 \\ + \quad 1 \\ \hline 14 \\ + \quad 1 \\ \hline 15 \\ + \quad 1 \\ \hline 16 \\ + \quad 1 \\ \hline 17 \\ + \quad 1 \\ \hline 18 \\ + \quad 1 \\ \hline 19 \\ + \quad 1 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\frac{a}{6+3\sqrt{2}} = \frac{b}{\sin 180^\circ}$$

$$\alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = 20^\circ$$



Wippenm.

$$\frac{b+3\sqrt{2}}{\sin 120^\circ} = \frac{b}{\sin 40^\circ}$$

$$b(3-2\sin 40^\circ + 6\sin 40^\circ) = b \cdot 6\sqrt{2} \sin 40^\circ$$

$$b = \frac{6\sqrt{2} \sin 40^\circ}{\sqrt{3} - 2\sin 40^\circ}$$

$$Q = \frac{6\sqrt{2} \sin 40^\circ}{\sqrt{3} - 2\sin 40^\circ} + 3\sqrt{2}$$

$$\frac{3\sqrt{6} \sin 20^\circ \cdot 2}{(\sqrt{3} - 2\sin 40^\circ) \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{2} \sin 20^\circ}{\sqrt{3} - 2\sin 40^\circ} = \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{3} - 2\sin 40^\circ}$$

$$\underline{AK} = \frac{2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{b+c} = \frac{2 \cdot 6\sqrt{2} \sin 40^\circ \cdot 6\sqrt{2} \cdot \sin 20^\circ \cdot \frac{1}{2}}{(\sqrt{3} - 2\sin 40^\circ)(\sqrt{3} - 2\sin 40^\circ)} = \frac{6\sqrt{2} \cdot \sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ}{(\sqrt{3} - 2\sin 40^\circ) \sin 20^\circ (1 + 2\cos 20^\circ)}$$

$$= \frac{6\sqrt{2} \cdot \sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ}{(\sqrt{3} - 2\sin 40^\circ)(1 + 2\cos 20^\circ)}$$

Orbenn: $\frac{6\sqrt{2}}{9+3\sqrt{3}, (\sqrt{3}-2\sin 40^\circ)(1+2\cos 20^\circ)}$

bevo
2 bap

$$\frac{+3\sqrt{6} \cdot \sqrt{2}}{2+3\sqrt{6}} =$$

$$\frac{(2) \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{6}} =$$

$$(60 - 3\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 21) =$$