МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьевы Горы»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Вандакуров Артем Сергеевич**

Технический балл: **80**

Дата: **1 марта 2020 года**

Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы» для 10-11 классов

Вариант **5-1**

1. Уравнение $x^2 - x - 1 = 0$ имеет корни a и b. Найдите численное значение выражения $5a^3 + 2b^5 - 7ab$.

2. Серединный перпендикуляр к биссектрисе AD треугольника ABC пересекает прямую BC в точке E. Найдите BC, если $AB : AC = 3 : 2$ и $CE = 3$.

3. Решите систему

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 4} \cdot \log_2(4 - y) = x, \\ \sqrt{y^2 - 2y + 4} \cdot \log_2(4 - z) = y, \\ \sqrt{z^2 - 2z + 4} \cdot \log_2(4 - x) = z. \end{cases}$$

4. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = \frac{16x^2}{\pi^2} + 100\cos^2 x + \frac{625\pi^2}{x^2} + 3\sin^7 x$$

и укажите все значения аргумента x, в которых оно достигается.

5. На столе для бильярда, имеющего форму параллелограмма с углом при вершине 173°, у середины одного из бортов находится единственный шар, по которому игрок наносит сильный удар под углом 1° к борту. Может ли при каких-либо размерах бильярдного стола случиться, что выпущенный шар после нескольких отскоков от бортов вернётся в прежнюю точку? При отскоке угол падения равен углу отражения.

февраль-март 2020 г.

Шифр

Черновик

$x<0$:

$y \geq 3$

$z \geq 2$

$x^2-x-1=0$

$a \quad b$

$5a^3+2b^5-7ab = b(2b^4-7a)+5a^3$

$a+b=1$

$ab=-1$

$\Leftrightarrow$

$a^2b+b^2a=-1$

$a^2b^2=1$

$\begin{cases} a^2+2ab+b^2=1 \\ ab=-1 \end{cases}$

$\begin{cases} a^2+b^2=3 \\ ab=-1 \end{cases}$

$5a^3+2b^5-7ab = 5a^3+2b^5+7$

$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=1$

$5(1-b)^3+2b^5 = 5(1$

$a^3+3ab(a+b)+b^3=1$

$a^3-3+b^3=1$

$x^2-4x-1=0$

$x, y, z \leq 4$

$D=16+4$

$4-4 \cdot 4$

$\begin{cases} a^3+b^3=4 \\ a^3b^3=-1 \end{cases}$

$x-2x+4=$

$x=2, y=4 \quad z=2$

$x=\frac{4\pm\sqrt{20}}{2}=2\pm\sqrt{5}$

$x=0, y=3$

$\log_2(4-y)=0$

$4+4-4$

$x^2-3x+1=0$

$\sqrt{x^2-2x+4} = \sqrt{(x-1)^2+3}$

$D=9-4$

$\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

$\begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 3 \end{cases}$

$a^5b^2+3a^2b^2(a+b)+a^2b^5=1$

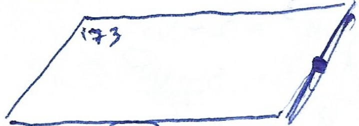
$a^5b^2+a^2b^5$

$a^3+b^3=4$

$a^2+b^2=3$

$a^2b^2=1$

$a^3b^3=-1$



$5a^3 = -\frac{5}{b^3}$

$\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

$a+b=1$

$a^5+b^5+a^3b^2+a^2b^3=12$

$a^5+b^5+a^2b^2(a+b)=12$

$2a^5+2b^5=22$

$5a^3+5b^3=20$

$x^2-2x+4 \geq x^2$

$4 \geq 2x \Rightarrow x \leq 2$

Чистовик

№1

$x^2 - x - 1 = 0$

a, b - корни уравнение

По т. Виета:

(1) $\begin{cases} a+b=1 \\ ab=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+b)^2=1 \\ ab=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+2ab+b^2=1 \\ ab=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=3 \\ ab=-1 \end{cases}$

Тогда $5a^3+2b^5-7ab = 5a^3+2b^5+7$

По условию $(a+b)^3=1$ из (1), т.е. $a^3+3a^2b+3b^2a+b^3=1$

т.е. $a^3+b^3 = 1-3ab(a+b) \Rightarrow a^3+b^3=4$. т.е.

$\begin{cases} a^3+b^3=4 \\ a^2+b^2=3 \\ ab=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^3+b^3=4 \\ a^3b^3=-1 \\ a^2+b^2=3 \\ a^2b^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^3=4-a^3 \\ 4a^3-a^6+1=0 \\ b^2=3-a^2 \\ 3a^2-a^4-1=0 \end{cases}$

$\begin{cases} b^3=4-a^3 \\ a^6-4a^3-1=0 \\ b^2=3-a^2 \\ a^4-3a^2+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a^3=2+\sqrt{5} \\ b^3=2-\sqrt{5} \end{cases} \\ \begin{cases} a^3=2-\sqrt{5} \\ b^3=2+\sqrt{5} \end{cases} \\ \begin{cases} a^2=\frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ b^2=\frac{3-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} a^2=\frac{3-\sqrt{5}}{2} \\ b^2=\frac{3+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \end{array} \right.$

Рассмотрим 2 случая

1) $a>b$. Тогда $\begin{cases} a^3=2+\sqrt{5} \\ b^3=2-\sqrt{5} \\ a^2=\frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ b^2=\frac{3-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$.

Тогда $5a^3+2b^5-7ab =$

$= \cancel{5a}\ 5(2+\sqrt{5})+2\cdot\frac{(2-\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}{2}+7 = 10+5\sqrt{5}+$
$+6-5\sqrt{5}+5+7=28$.

2) $a<b$: $\begin{cases} a^3=2-\sqrt{5} \\ b^3=2+\sqrt{5} \\ a^2=\frac{3-\sqrt{5}}{2} \\ b^2=\frac{3+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

Тогда $5a^3+2b^5-7ab = 5(2-\sqrt{5})+2\frac{(2+\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}{2}+$
$+7 = 10-5\sqrt{5}+6+5\sqrt{5}+5+7=28$.

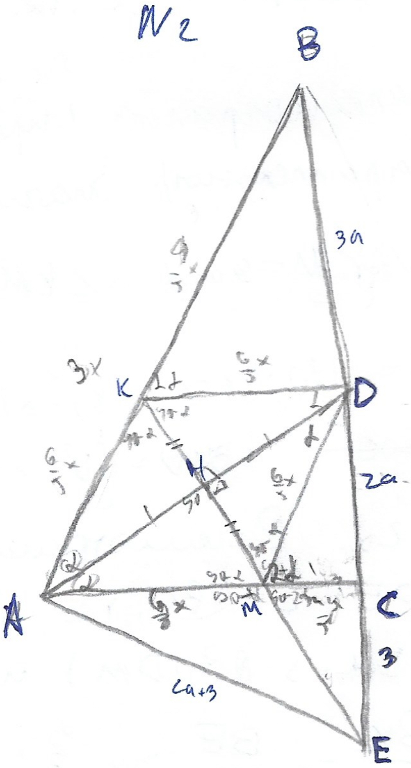
Заменим, что всё корректно, т.к. если $a>b$, то $a^3>b^3$ и $a^2>b^2$, т.к. $a'=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$, $b'=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$, если $a'>b'$, то $a'=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $b'=$
$=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow a'^2=3+\sqrt{5}$, $b'^2=3-\sqrt{5} \Rightarrow a'^2>b'^2$.

Ответ: 28

Шифр

Чистовик

№2



Решение

~~Пусть M = AC ∩ EH~~

Обозначим $\angle BAD$ за α. Т.к. AD – биссектриса $\angle CAB$, то $\angle BAD = \angle DAC = \alpha$. Проведём AE. Обозначим за H – основание серединного перпендикуляра отрезка AD. Рассмотрим $\triangle ADE$. EH – высота и медиана этого треугольника, значит $\triangle ADE$ – равнобедренный и $AE = DE$. Обозначим BD за 3a. Тогда, т.к. AD – биссектриса, то у $\triangle ABC$ по св-ву биссектрисы следует:

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CD} \Leftrightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} \Leftrightarrow \frac{3}{2} = \frac{3a}{CD} \Rightarrow CD = 2a.$$

Пусть $M = AC \cap EH$

Продлим EH до пересечения с AB в т. K. Тогда в $\triangle AKD$ KH – высота и медиана $\Rightarrow$ AKD равнобедренный, т.е. $AK = KD$. $\angle AKH = 90-\alpha = \angle HKD = 90-\alpha$. Т.к. $AM \parallel KD$ (KM – секущая, $\angle AMK = \angle MKD = 90-\alpha$), тогда $\triangle BKD \sim \triangle ABC$ ($\angle BKD = \angle BAC$, $\angle B$ – общий) $\Rightarrow \frac{BK}{AB} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{BK}{3x} = \frac{3a}{5a}$

$BK = \frac{9ax}{5a} = \frac{9}{5}x$. $AK = 3x - \frac{9}{5}x = \frac{6}{5}x$. $AK = KD \Rightarrow KD = \frac{6}{5}x$.

Рассмотрим $\triangle AKM$. ~~AH – высота~~ $\angle AMK = \angle MKD = \angle AKM = 90-\alpha$.

т.к. $NM = KM$. значит $AK = AM = \frac{6}{5}x$. т.к. $KD \parallel AM$ и $KD = AM \Rightarrow AMDK$ — параллелограмм (противоположные стороны равны и параллельны). Значит $DM = AK = \frac{6}{5}x$. $\angle KMD = \angle AKM = 90 - \alpha = \angle KMD$. $\angle DMC = 180° - \angle KMD = \angle AMK = 180 - (90 - \alpha) - (90 - \alpha) = 2\alpha$.

~~т.к. $KD \parallel AC$, то $\angle BKD = \angle$~~. $\angle BKD = 180° - \angle MKD - \angle AKM = 180 - (90° - \alpha) - (90° - \alpha) = 2\alpha$. Рассмотрим $\triangle BKE$ и $\triangle DME$. $\angle E$ — общий, $\angle MDE = \angle ABC$, т.к. $AB \parallel MD$ ($AKDM$ — паралл. $\Rightarrow AK \parallel DM \Rightarrow AB \parallel DM$) и BE — секущая. т.е. $\triangle BKE \sim \triangle DME$. т.е. $\frac{BK}{MD} = \frac{BE}{DE} \Rightarrow \frac{\frac{9}{5}x}{\frac{6}{5}x} = \frac{5a+3}{2a+3}$

$\frac{9}{6} = \frac{5a+3}{2a+3} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{5a+3}{2a+3} \Rightarrow 6a + 9 = 10a + 6$, т.е.

$3 = 4a \Rightarrow a = \frac{3}{4}$. $BD = 5a \Rightarrow BD = 5 \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$

Ответ: $\frac{15}{4}$

N3

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 4} \cdot \log_2(4 - y) = x \\ \sqrt{y^2 - 2y + 4} \cdot \log_2(4 - z) = y \\ \sqrt{z^2 - 2z + 4} \cdot \log_2(4 - x) = z \end{cases}$$

Заметим, что ~~подк~~ подкоренные значения всех выражений ($x^2 - 2x + 4$, $y^2 - 2y + 4$, $z^2 - 2z + 4$) всегда строго > 0, т.к. ветви направлены вверх ($a = 1 > 0$) и $D = 2^2 - 4 \cdot 4 = 4 - 16 = -12 < 0$. Значит $\begin{cases} 4 - y > 0 \\ 4 - z > 0 \\ 4 - x > 0 \end{cases}$, т.е. $\begin{cases} y < 4 \\ z < 4 \\ x < 4 \end{cases}$

Шифр

черновик

$100 + \frac{16x^2}{\pi^2} + \cancel{100\cos x} + \frac{625\pi^2}{x^2} + 3\sin^7 x - 100\sin^2 x$

$= 1 + \frac{16x^2}{\pi^2} + \frac{16\pi^2}{x^2} + \frac{609\pi^2}{x^2} + 3\sin^7 x - 100\sin^2 x$

$\cancel{x^2 = \pi^2}$

$1 + \frac{16x^2}{\pi^2} + \frac{16\pi^2}{x^2} + \frac{609\pi^2}{x^2} + \sin^2 x(3\sin^5 x - 100)$

$\left(\frac{4x}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{25\pi}{x}\right)^2$ $\frac{\pi}{2}$ $\frac{3\pi}{2}$ $-\frac{5\pi}{2}$

$\left(\frac{4x}{\pi} - \frac{25\pi}{x}\right)^2 = 200 + \frac{16\pi^2}{x^2} + \frac{625\pi^2}{x^2}$

$\sqrt{x^2-2x+4} < 4$ $x^2-2x-12<0$

$\left(\frac{4x}{\pi} + \frac{25\pi}{x}\right)^2 - 100 = 100 + \frac{16\pi^2}{x^2} + \frac{625\pi^2}{x^2}$

$x^2 = \frac{25\pi^2}{4}$ $x = \frac{5}{2}\pi \Rightarrow \sin x = 1$

$x = \pm\frac{5}{2}\pi$ $x = -\frac{5}{2}\pi \Rightarrow \sin x =$ $\sin x = -1$

$(3\sin^7 x - 100\sin^2 x)' = 0$ $x = \frac{3\pi}{2}k$

4

$\vec{a_1} + \vec{a_2} + \dots + \vec{a_n} = 0$ $21\sin^6 x\cos x - 200\sin x\cos x = 0$

$\sin x \cos x$ $3\log_2^2(4-y) \le 4$

$x<4$ $x>y>2$ $\log_2(4-y) \le$

$y<3$ $16a \ge 12a^2$

1) $x>2$ $4a \ge 3a^2$ $\frac{\log_2 2^x}{\log_2 4-y} = \log_{4-y} 2^x$

$\sqrt{\ } > 2$ $4 \ge 3a$

$\log_2(4-x) < 2$ $(x^2-2x+4)\log_2^2(4-y) = x^2$

$4a^2 - 4(a-1)\cdot 4a =$ $ax^2 - 2ax + 4a - x^2 = 0$ $a \ge 0$

$= 4a^2 - 16a^2 + 16a =$ $x^2(a-1) - 2ax + 4a = 0$

$= 16a - 12a^2 \ge 0$ $\frac{4a \pm \sqrt{4a-3a^2}}{2(a-1)}$

черновик

$a = 4 - y$

$b = 4 - z$

$c = 4 - x$

$\log_2(4-y) = \sqrt{\frac{4^3}{x^2-2x+4}}$

$\log_2(4-y) = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2}}}$ $\frac{1}{2}$

$\sqrt{(c-3)^2+3} \cdot \log_2 a = 4 - c$

$\sqrt{(a-3)^2+3} \cdot \log_2 b = 4 - \cancel{a}$

$0 \le x < 2$

$1 = \frac{2}{x}$

$\frac{1}{2} c +$

$a = 2 - y$

$b = 2 - z$

$c = 2 - x$

$1 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} = 1 + \frac{2}{x}\left(\frac{2}{x} - 1\right)$

$\sqrt{\frac{1}{1 - t + t^2}}$ $\frac{1}{1-t+t^2}$ $(1-t+t^2)' = 2t - 1$

$\frac{-b}{2a}$ $\frac{1}{2}$ $\sqrt{x^2-2x+4} \ge x$ $t = \frac{1}{2}$

$\frac{2}{x} = \frac{1}{2}$

$x < 0$

$\frac{1}{4} - \frac{2}{4} + 1 = \frac{3}{4}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\sqrt{x}$ $\sqrt{y}$ $\sqrt{z}$ $\log_2(4-y)$ $\log_2 x$ $\log_2 z$ $\log_2 z$

$$\begin{cases} \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2}} = \log_{4-y} 2 \\ \sqrt{1 - \frac{2}{y} + \frac{4}{y^2}} = \log_{4-z} 2 \\ \sqrt{1 - \frac{2}{z} + \frac{4}{z^2}} = \log_{4-x} 2 \end{cases}$$

$\sqrt{t^2 - t + 1} = \frac{1}{4}$

$(4-y)^{\sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2}}} = (4-z)^{\sqrt{1 - \frac{2}{y} + \frac{4}{y^2}}} = (4-x)^{\sqrt{1 - \frac{2}{z} + \frac{4}{z^2}}} = 2$

$a > 1$ $b \ge 0$ $\sqrt{(c-1)^2+3} \le a - c$

$c \ge 0$

$b \ge 0$ $-a = c$ $-2c \le -4c$ $-c \ge c$

$-a \cdot$ $a \cdot (-1) = c$ $c \ge 0$ $a = -c$ a $c < 0$

Чистовик

$f(x) = \frac{16x^2}{\pi^2} + 100\cos^2 x + \frac{625\pi^2}{x^2} + 3\sin^7 x =$

$= \frac{16x^2}{\pi^2} + 100 + \frac{625\pi^2}{x^2} + 3\sin^7 x - 100\sin^2 x =$

$= \left(\frac{4x}{\pi} - \frac{25\pi}{x}\right)^2 + 300 + 3\sin^7 x - 100\sin^2 x$

Заметим, что $g(x) = \left(\frac{4x}{\pi} - \frac{25\pi}{x}\right)^2 + 300 \geq 300$,

а р-во достигается при $\left(\frac{4x}{\pi} - \frac{25\pi}{x}\right)^2 = 0$,

т.е. $\frac{4x}{\pi} = \frac{25\pi}{x} \Rightarrow 4x^2 = 25\pi^2 \quad x^2 = \frac{25}{4}\pi^2$

$\left[\begin{array}{l} x = \frac{5}{2}\pi \\ x = -\frac{5}{2}\pi \end{array}\right.$. Теперь рассмотрим $h(x) = 3\sin^7 x -$

$100\sin^2 x$. Заметим, что $h(x) \geq -103$ (т.к. $-3 \leq 3\sin^7 x \leq 3$

и $-100 \leq -100\sin^2 x \leq 0 \Rightarrow 3\sin^7 x - 100\sin^2 x \geq -103$,

а р-во достигается при $3\sin^7 x - 100\sin^2 x = -103$,

т.е. при $3\sin^7 x = -3$ и $-100\sin^2 x = -100$,

$\begin{cases} \sin^7 x = -1 \\ \sin^2 x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \sin x = -1 \Leftrightarrow \quad x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

т.е. $f(x) = g(x) + h(x) \geq 300 - 103 = 197$.

Р-во достигается при:

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = \frac{5}{2}\pi \\ x = -\frac{5}{2}\pi \end{array}\right. \\ x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \quad \boxed{x = -\frac{5}{2}\pi}$

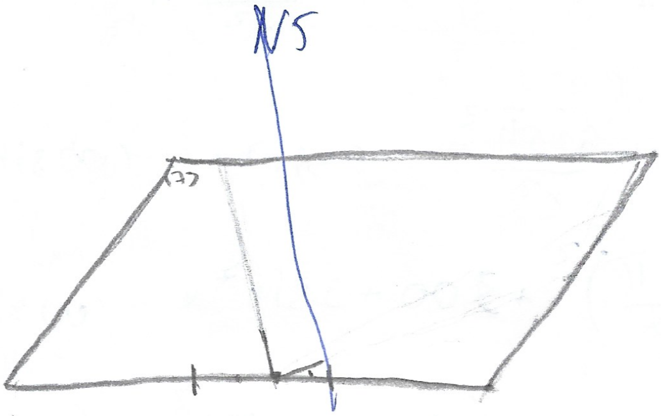
$+\frac{5}{2}\pi$ не является решением

системы т.к. тогда $2\pi n - \frac{5}{2}\pi - \frac{3\pi}{2} = \pi$, т.е. $n = \frac{1}{2}$,

но $n \in \mathbb{Z} \Rightarrow n \neq \frac{1}{2}$.

Ответ: 197; $-\frac{5}{2}\pi$

№5



№3 (продолжение)

Сделаем замену. Пусть:

$$\begin{cases} a = 2 - y, & a \geq -2 \\ b = 2 - z, & b > -2 \\ c = 2 - x, & c > -2. \end{cases}$$ Тогда:

$$\begin{cases} (1)\ \sqrt{(c-1)^2+3}\cdot\log_2(a+2) = 2-c \\ (2)\ \sqrt{(a-1)^2+3}\cdot\log_2(b+2) = 2-a \\ (3)\ \sqrt{(b-1)^2+3}\cdot\log_2(c+2) = 2-b \end{cases}$$

1) Допустим $a > 0$. Тогда:

$\sqrt{(c-1)^2+3} < 2-c$, т.к. $\log_2(a+2) > 1$

$c^2 - 2c + 4 < 4 - 4c + c^2$

$-2c < -4c$

$2c > 4c$

$c > 2c$

$-c > 0 \Rightarrow c < 0.$

2) т.к. $c < 0$, то $\sqrt{(b-1)^2+3} > 2-b$ при $b \geq 2$, т.к. $\log_2(c+2) < 1$

$b^2 - 2b + 4 > b^2 - 4b + 4$

$b > 0$, ~~если же $b > 2$, то $b > 0$.~~

~~Тогда~~ по сравнению с рассуждением

~~1) получаем~~ из ур-я (2) $a<0$. ~~Противоречие.~~

Если же $c<-1$, то $2-b<0$, т.к.

$\sqrt{(b-1)^2+3}>0$ и $\log_2(2+c)<0$, т.к. $2+c<1$.

т.е. $2<b \Rightarrow b>2 \Rightarrow b>0$.

Таким образом из $a>0$, $b>0$, $c<0$.

Но если $b>0$, то: ~~но-это~~ из (2)

$\sqrt{(a-1)^2+3}<2-a$, т.к. $\log_2(b+2)>1$

$(a-1)^2+3<4-4a+a^2$

$a^2-2a+4<a^2-4a+4$

$-2a<-4a$

$2a>4a$

$a<0$. Противоречие. ~~Подобные рассуждения мы можем провести для каждой переменной (здесь мы допускали, что $a>0$, для $b>0$ и $c>0$, рассуждение аналогично), т.к. система симметрична.~~

~~Т.е. из $a>0$ следует $c<0$, из~~ $b>0$, $a<0$.

~~Если $a<0$, то проведя рассуждения для (1), подобные рассуждению 2) получим $c>0$, из чего в~~

Пусть $a<0$, тогда $c>0$ (рассуждение подобно 2) в силу симметрии)

тогда $b<0$ из (3) (расс.е подобно 1) в силу симметрии системы),

тогда >0 из (1) (расс.е. подобно 2) в силу симметрии системы)

Опять противоречие. Значит $a=0$. Тогда $\sqrt{(c-1)^2+3}=2-c$

$\begin{cases} c^2-2c+4=c^2-4c+4 \\ c<2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ c<2 \end{cases} \Rightarrow c=0$. Тогда $\sqrt{(b-1)^2+3}=2-b$

$\begin{cases} b^2-2b+4=b^2-4b+4 \\ b<2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=0 \\ b<2 \end{cases} \Rightarrow b=0$.

Значит $a=0$, $b=0$, $c=0$. Проверим:

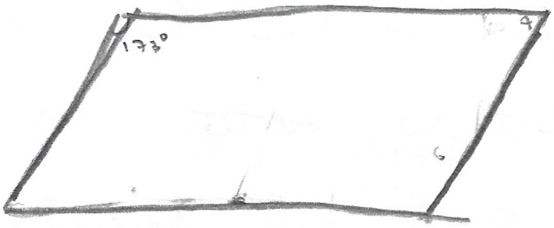
$\sqrt{1^2+3}\cdot\log_2 2=2$

$2\cdot1=2$. Верно.

т.е. $\begin{cases} x-y=0 \\ z-x=0 \\ x-z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \\ z=2 \end{cases}$

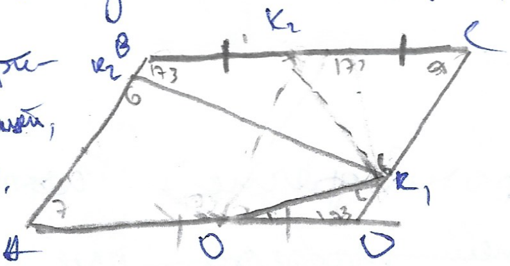
Ответ: (2; 2; 2)

N 5



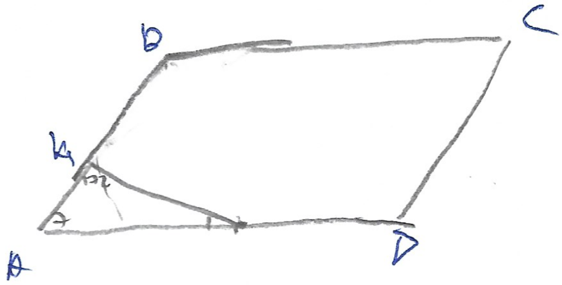
Рассмотрим 2 случая

1) Шар изначально летит ~~на большей~~ стороне, пристилует составляющий угол 173° с искомой.



После первого удара шар попадёт на сторону CD. $\angle OK_1D = 180-173-1=6°$. Допустим после второго отскока шар попадёт на сторону BC. Тогда образ $\triangle K_2K_1C$, где $\angle K_1K_2C = 180-7-6=167°$. $167° > 90°$, это невозможно ~~получается что шар пролетела сквозь, а не от~~, т.к. угол отраж + угол пад ~~=180°~~ = 2 · угол отраж. $< 180°$. Тогда $K_2 \in AB$. $\angle K_1K_2B = 360-173-7-6=174° \Rightarrow \angle AK_2K_1 = 6°$. Таким образом мы получили симметричную картину ($AK_2K_1D = K_1K_2BC$ по (все углы равны между собой, $BC=AD$, K_1K_2 – общ.)), таким образом шарик будет бесконечно биться между K_1 и K_2.

г)



В ~~такон~~ случае шар р поле пер

~~Таким~~ образом, в обоих случаях рано или поздно образуется симметричная картинка (т.е. шар будет бесконечно перелетать между двумя точками).

Ответ: невозможно