



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

**ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА**

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьевы Горы»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Петроченков Михаил Сергеевич**

Технический балл: **80**

Дата: **21 мая 2020 года**

# Олимпиада школьников «Покори Воробьёвы горы!»

Математика. 11 классы. Заключительный этап 2019/2020 учебного года.

## Вариант 2

**1.** Геометрическая прогрессия состоит из шести членов. Среднее арифметическое её первых четырёх членов равно 20, а среднее арифметическое последних четырёх членов равно 180. Чему может быть равен пятый член прогрессии?

**2.** Каково расстояние между ближайшими друг к другу корнями уравнения

$$\sin(\pi x) = \sin(x^\circ) ?$$

**3.** Один из углов треугольника в 2 раза меньше другого, а наибольшая сторона треугольника на  $2\sqrt{2}$  больше второй по величине стороны. Чему может быть равна биссектриса третьего угла, если этот угол в 3 раза больше, чем один из двух других углов?

**4.** Маша выбирает случайным образом целое число  $a$  из отрезка  $[-5; 6]$  и после этого решает уравнение  $3x^3 - (3a - 13)x^2 - (2a - 9)x + a - 1 = 0$ .

Найдите вероятность того, что Маша получит три различных корня, из которых, как минимум, два будут целыми, если точно известно, что при вычислениях она не ошибается.

**5.** В алфавите жителей сказочной планеты ОГ2020 всего две буквы: буква  $O$  и буква  $G$ . Все слова начинаются на букву  $O$  и заканчиваются тоже на букву  $O$ . В любом слове буква  $O$  не может соседствовать с другой буквой  $O$ . Также не может идти подряд больше, чем 2 буквы  $G$ . Например, слова ОГГО, ОГОГОГО, ОГГОГОГГО являются допустимыми, а слова ОГГОГ, ОГООГО, ОГОГГГО – нет. Сколько 19-буквенных слов в словаре этой планеты?

Май 2020 г.

82k)

geom. progressz:  $b, bq, bq^2, \dots, bq^5$

$$\frac{b + bq + bq^2 + bq^3}{q} = 20 \quad \Rightarrow \quad b(1 + q + q^2 + q^3) = 20$$
$$\frac{bq^2 + bq^3 + bq^4 + bq^5}{q} = 180 \quad \Rightarrow \quad bq^2(1 + q + q^2 + q^3) = 180$$

$$\Rightarrow q^2 = 9 \Leftrightarrow q = \pm 3$$

$$\begin{aligned} \text{If } q = 3: & b(1 + 3 + 9 + 27) = 80 \Leftrightarrow b = 2 \\ \text{If } q = -3: & b(1 - 3 + 9 - 27) = 80 \Leftrightarrow b = -4 \end{aligned}$$

norm. "Wen"  $= 2 \cdot 3^9 \text{ mm} - 4 \cdot 3^9$

Antwort:  $\{168, -272\}$

$$\{162, -324\}$$

N4

$$3\lambda^3 - (3a-73)\lambda^2 - (2a-9)\lambda + a - 1 = 0 \quad | \quad P =$$

$$(\Rightarrow (\lambda+1)(3\lambda^2 - (3a-70)\lambda + a - 1) = 0$$

$$D = (3a-70)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (a-1) = 9a^2 - 719a + 712$$

$$f(-5) = 667$$

$$f(4) = -52$$

$$f(-9) = 544$$

$$f(5) = -17$$

$$f(-3) = 409$$

$$f(6) = 4$$

$$f(-2) = 292$$

M.K. über Kopieren gelöst  
nachrechnen  $a = 6, 2, 7$

$$f(a) = 772$$

$$\left| \begin{array}{l} a = 6 \\ \lambda = -7 \\ \mu = 1 \\ \nu = \frac{29}{6} \end{array} \right. \quad (a=7)$$

$$f(7) = 99$$

$$f(2) = 4$$

$$f(3) = -23$$

$$\left| \begin{array}{l} a = 2 \\ \lambda = -7 \\ \mu = -\frac{1}{3} \end{array} \right. \quad \text{S}$$

$$\left| \begin{array}{l} \lambda = -7 \\ \mu = 0 \\ \nu = -\frac{1}{6} \end{array} \right. \quad \text{S}$$

$$P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

Anteil an:  $\frac{1}{6}$

(=)

= 0

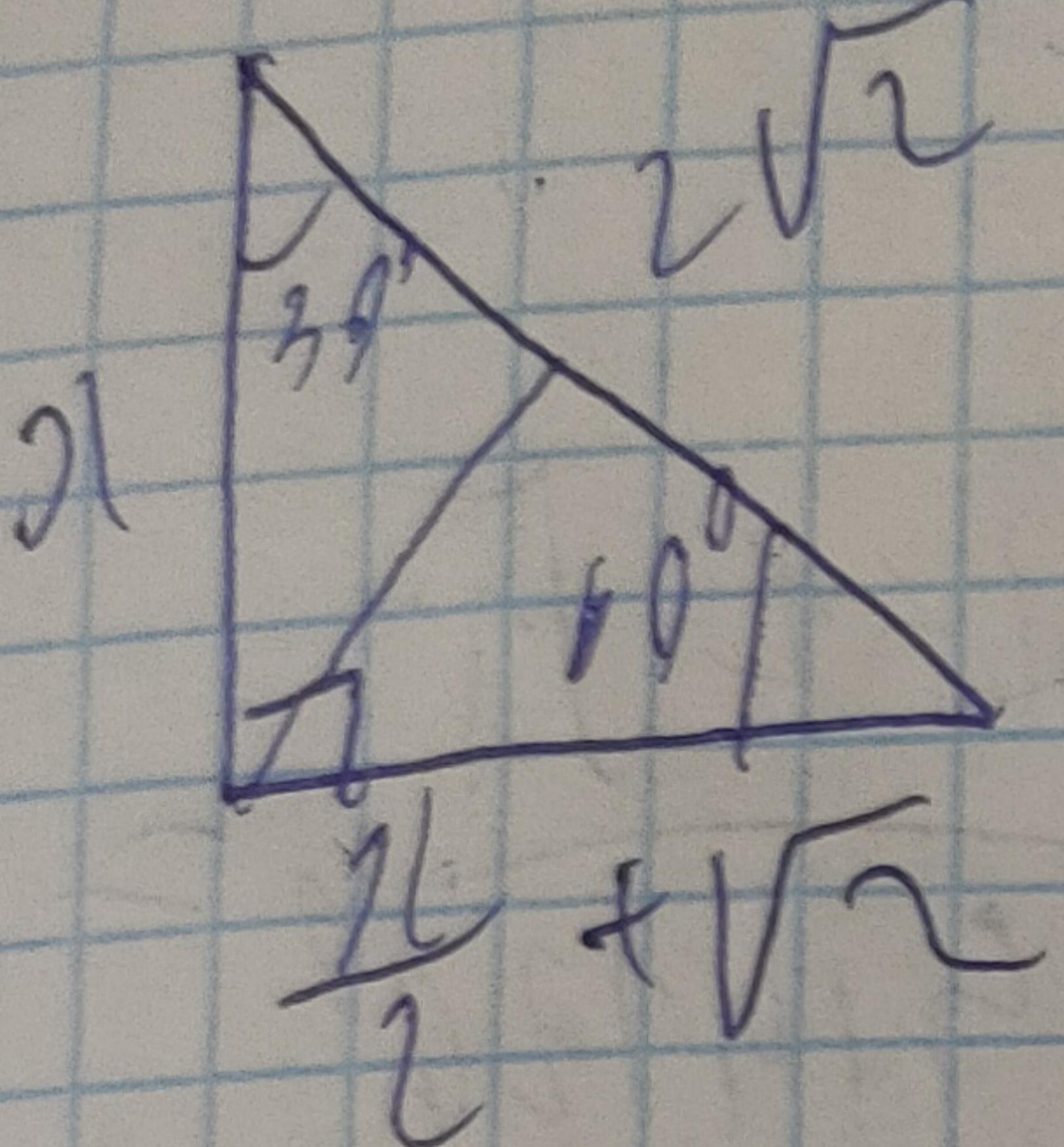
94  
12

2021

N 3

① parabolische Spur = 0

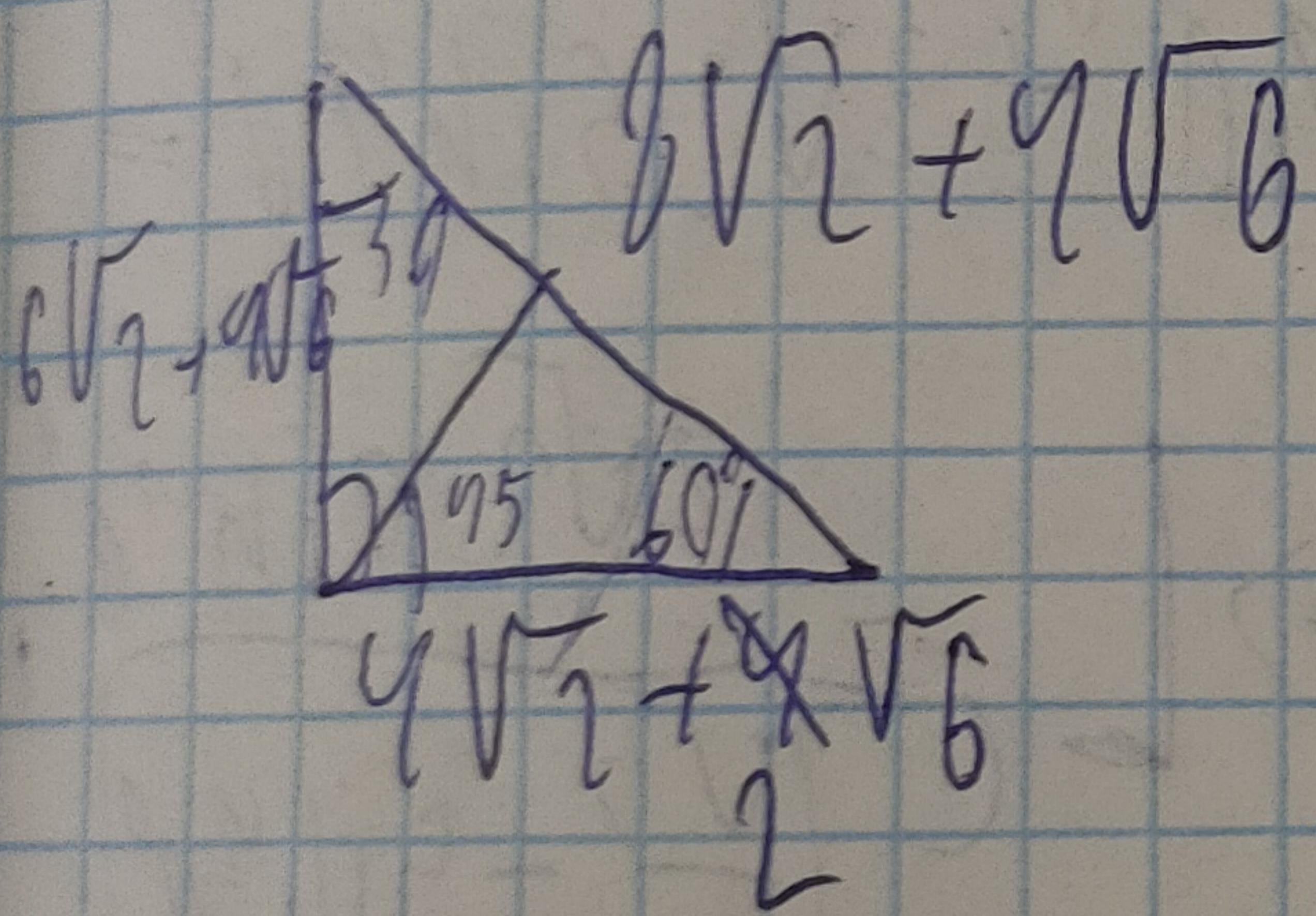
graph:  $\alpha, \beta, \gamma$  d  $\Rightarrow \alpha = 30^\circ$



$$rl^2 + \frac{rl^2}{4} + 7V2 + l = 11 + 9V2 + 3$$

$$rl^2 - 12V2 - 24 = 0$$

$$rl = 6V2 + 4V6$$



$$\sqrt{2} \sin(4V2 + 9V6)$$

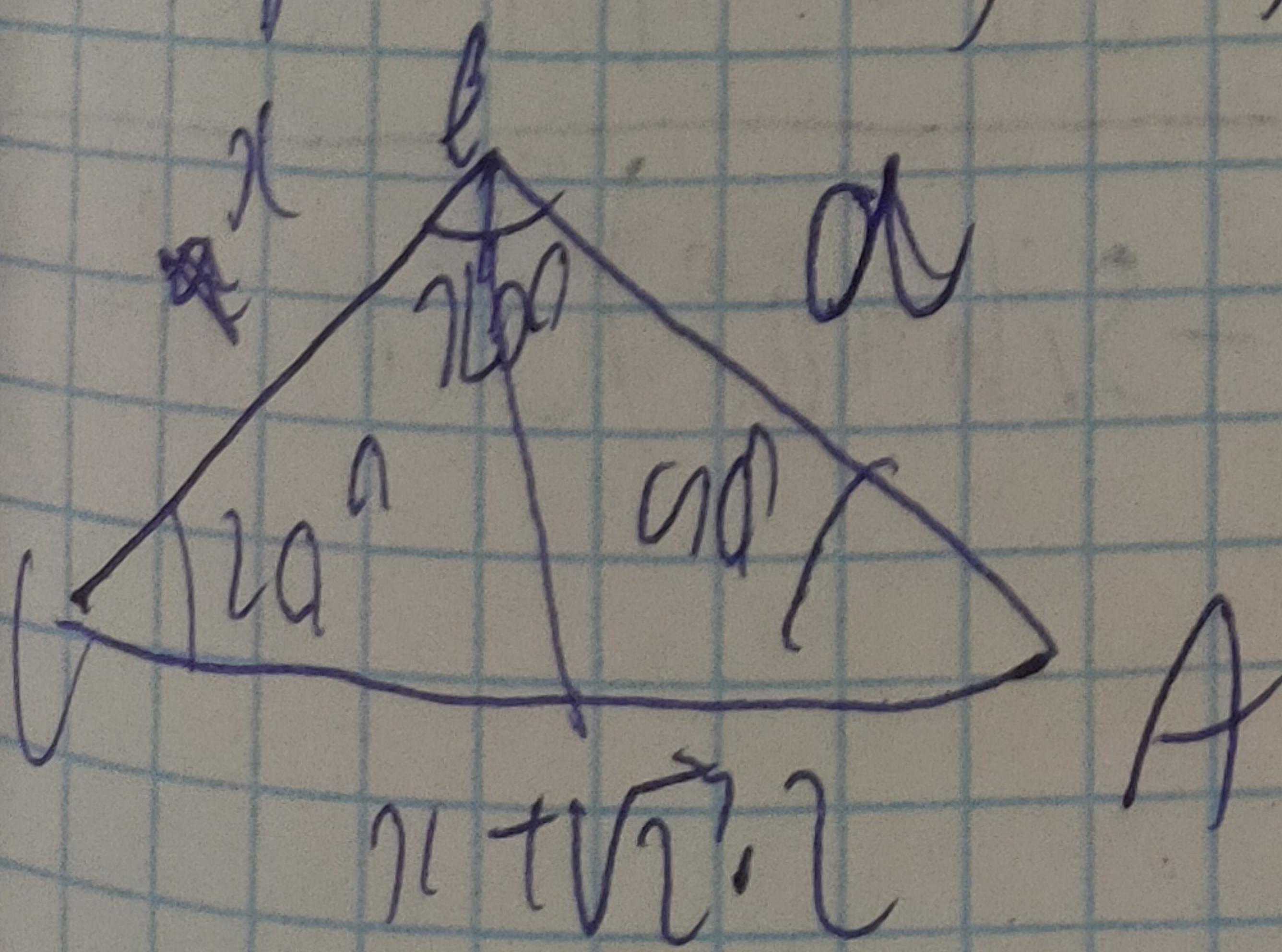
~~$$\frac{l}{\sin 60^\circ - \sin}$$~~

$$\text{Th S.H. } \frac{l}{\sin 60^\circ} = \frac{4V2 + 2V6}{\sin 75^\circ}$$

$$l = 2\sqrt{3} + 6$$

$$\sin(45^\circ + 30^\circ)$$

② parabolische Spur:  $\alpha, 2\alpha, 6\alpha \Rightarrow \alpha = 20^\circ$



$$\frac{A}{\sin 20^\circ} = \frac{l}{2 \sin 10^\circ (\cos 520^\circ)}$$

$$A = \frac{l}{2 \cos 520^\circ}$$

$$L_C = \frac{2abc \cos \alpha}{a+b} \quad ; \quad l_C = \frac{j_1}{1 \cos \alpha^o}$$

Reziproker Abstand

$$\frac{1}{(2 \cos \alpha^o + 1)}$$

$$\text{Th curv yrob: } \frac{\alpha}{\sin 10^o} = \frac{j_1 + 2\sqrt{2}}{\sin 120^o} =$$

$$= \frac{j_1}{\sin 90^o} \cdot \frac{j_1 \sqrt{3}}{2} = j_1 \sin 10^o + 2\sqrt{2} \sin 90^o \Rightarrow$$

$$\Rightarrow j_1 = \frac{2\sqrt{2} \sin 90^o}{\sqrt{3} - \sin 90^o} \Rightarrow L_C = \frac{2\sqrt{2} \sin 90^o}{\frac{1}{2}(\sqrt{3} - \sin 90^o) + 1}$$

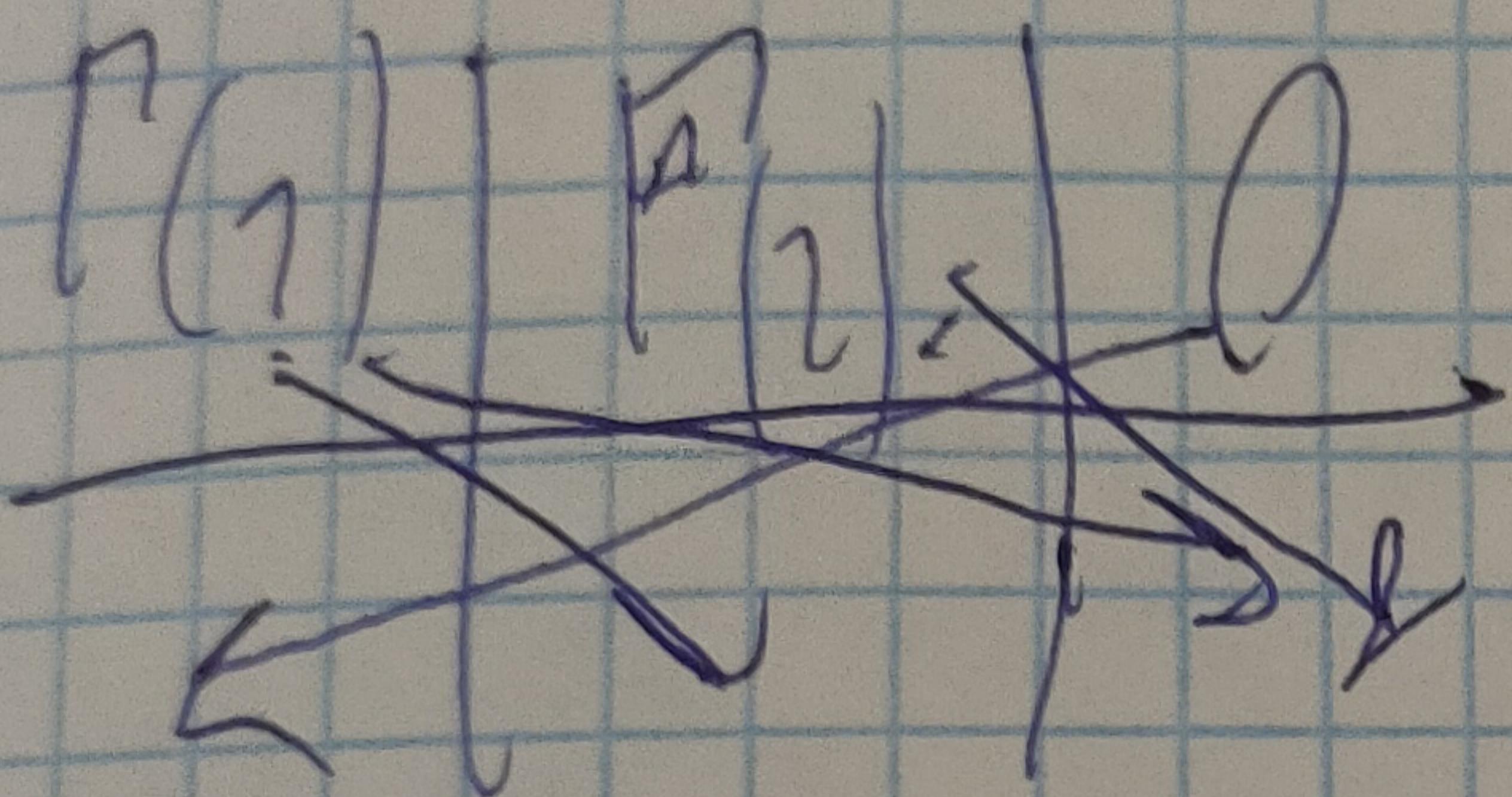
$$\text{Antwort: } \left\{ 2\sqrt{3} + 6 ; \frac{2\sqrt{2} \sin 90^o}{(\frac{\sqrt{3}}{2} - \sin 90^o)(1 \cos 10^o + 1)} \right\}$$

№ 5

"1, 0" - огива буква 9

"Г(1)" - огива буква Г

"Г(1)" - огива буква Г



|    |   |   |   |    |
|----|---|---|---|----|
|    |   |   |   | 0  |
| 1  | 0 | 0 | 0 | 1  |
| 3  | 0 | 1 | 1 | 1  |
| 4  | 2 | 0 | 1 | 1  |
| 5  | 2 | 1 | 1 | 1  |
| 6  | 2 | 1 | 1 | 2  |
| 7  | 2 | 1 | 2 | 3  |
| 8  | 2 | 2 | 2 | 4  |
| 9  | 3 | 2 | 2 | 5  |
| 10 | 4 | 3 | 3 | 5  |
| 11 | 5 | 4 | 4 | 7  |
| 12 | 7 | 5 | 5 | 9  |
| 13 | 9 | 7 | 7 | 12 |

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 14 | 77 | 9  | 76 |
| 15 | 16 | 11 | 27 |
| 16 | 21 | 76 | 26 |
| 72 | 26 | 21 | 37 |
| 78 | 37 | 20 | 49 |
| 79 | 45 | 32 | 65 |

Amber: 65

$$\sin(17\pi) = \sin\left(\frac{17\pi}{780}\right) \oplus$$

$$\Leftrightarrow 17\pi = \frac{17\pi}{780} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z} \quad \Rightarrow$$

$$17\pi = 17 - \frac{17\pi}{780} + k\pi$$

$$\Leftrightarrow \pi = \frac{360k}{780}$$

$$\Leftrightarrow \pi = \frac{720}{780} + \frac{360k}{780} \text{ h}$$

$$\frac{360k}{780} - \left( \frac{720}{780} + \frac{360k}{780} \right) = \frac{720}{32395} \text{ k}$$

$$\frac{720}{780} / \frac{720}{32395} \text{ k} = \frac{780}{780} = 1 \text{ k}$$

$$\Rightarrow K = 95, \text{ moga peremowane } \frac{780}{32395} \text{ h}$$

Imbezi:  $\frac{180}{32395}$

Председателем аттестационной  
комиссии становится Покорн Родригес-  
би горы!" Ректор МГУ А. Д.  
М. В. Лапинская академик  
B. A. Соловьевичу ученик  
Темирова Михаил Сергеевич  
11 класса ТФОУ "Предметный  
ФИЛ № 239" Сакам-Темирова.

Алехина.

Прочитал предложенную вами задачу по  
математике, поскольку считаю, что ее можно решить  
с помощью симметрии относительно прямой, про-  
веденной в задаче № 3, где один из отверстий уже заменен  
в неприведенном виде, что не делает ее сложной для коми-  
ческих задач. Так же не понятно за какие задачи ставят  
данный предмет если необходимо прокомментировать какое-  
либо решение, момеме отрицаются на нормах

mishok2503@mail.ru

(700)  
Сумас, что мне делать с теми бывшими настенными

30.05.2020

Temp