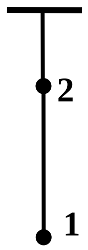
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!» ПО ФИЗИКЕ.
2019/20 учебный год, ЗАДАНИЕ ЗАОЧНОГО ТУРА. 7,8 и 9 классы.

ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ, ОТВЕТЫ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ.

Часть I. Пример тестового задания.

Вопрос 1 (7 баллов):
Упругая однородная легкая веревка длиной 1,2 м под весом груза 1 растягивается на 2 см. Вторая веревка, отрезанная от того же мотка, но длиной 2,4 м, под весом груза 2 растягивается на 1 см. Найти суммарное растяжение этих двух веревок под весом этих двух грузов, подвешенных следующим образом: наверху закреплен конец короткой веревки, к другому ее концу подвешен груз 2, к которому прикреплен верхний конец длинной веревки. Внизу к ней прикреплен груз 1 (см. рисунок). Ответ запишите в см, с точностью до десятых, без указания единиц.



ОТВЕТ: 6,5.

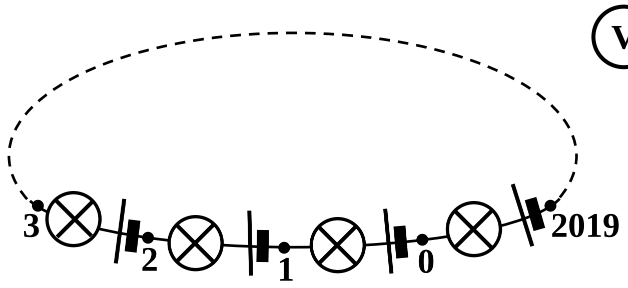
Комментарий: Пусть k – коэффициент жесткости короткой веревки, а m – масса груза 1. Тогда ее растяжение под весом этого груза $\Delta l = \dfrac{mg}{k} = 2$ см. Поскольку длинную веревку можно представить как две последовательно соединенных коротких, то при растяжении длинной веревки на ту же величину каждая из коротких растягивается в два раза меньше, то есть на 0,5 см. Следовательно, растягивающая сила (вес груза 2) в четыре раза меньше – масса второго груза $m_2 = \dfrac{1}{4}m$. Теперь заметим, что в рассматриваемой конструкции короткая веревка растягивается суммарным весом обоих грузов, и поэтому $\Delta l_1' = \dfrac{(m + m/4)g}{k} = \dfrac{5}{4}\Delta l$. Длинная веревка растягивается весом груза 1, который в четыре раза тяжелее груза 2, и $\Delta l_2' = 4\dfrac{\Delta l}{2} = 2\Delta l$. Общее удлинение $\Delta l' = \Delta l_1' + \Delta l_2' = \dfrac{13}{4}\Delta l = 6{,}5$ см.

Вопрос 2 (9 баллов):
Два небольших тяжелых шарика брошены одновременно практически из одной точки с одинаковыми по величине скоростями 5 м/с. Вектора начальных скоростей лежат в одной вертикальной плоскости, один – под углом 39° к горизонту, другой – под углом 51° к горизонту (горизонтальные проекции скоростей направлены в противоположные стороны). Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите расстояние между шариками спустя 2 с после броска (когда они еще находятся в полете). Ответ запишите в метрах, с точностью до целого значения, без указания единиц.

ОТВЕТ: 14.

Комментарий: В отсутствие сопротивления воздуха оба шарика движутся с одинаковыми ускорениями, равными ускорению свободного падения. Поэтому, если наблюдать за ними из свободно падающей системы отсчета, то они движутся с постоянными скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, равными начальным скоростям. Расстояние между шариками зависит только от их относительного положения, поэтому $l = |\vec{v}_1 t - \vec{v}_2 t|$. Заметим, что $|\vec{v}_1 t| = |\vec{v}_2 t| = 10$ м, и при этом, как следует из условия, эти вектора направлены перпендикулярно. Значит, отрезок, соединяющий шарики, является гипотенузой равнобедренного прямоугольного треугольника с такими катетами. Поэтому $l = \sqrt{2}\,|\vec{v}_1 t| \approx 14$ м.

Вопрос 3 (9 баллов):
Гирлянда из 2020 одинаковых лампочек и такого же количества одинаковых батареек собрана по схеме, показанной на рисунке. Все лампочки работают в номинальном режиме. ЭДС каждой из батарей равно 12 В, их внутренние сопротивления 0,5 Ом, сопротивление каждой лампочки в номинальном режиме 2 Ом. Какое напряжение покажет вольтметр, если в этой схеме подключить его к контактам с номерами 1 и 51? Ответ запишите в Вольтах, без указания единиц.



ОТВЕТ: 0.

Комментарий: Ток в цепи равен $I = \dfrac{2020\mathcal{E}}{2020r + 2020R} = 4{,}8$ А. Поэтому напряжение между соседними контактами $U_{i+1,i} = \mathcal{E} - I(R+r) = 0$ В. Следовательно, напряжение между любыми двумя контактами в цепи равно нулю.

Часть II.

1. («**Надо чаще встречаться**») Два школьника 7 класса одновременно двинулись навстречу друг другу по одной дороге из населенных пунктов Алексеево и Борисово. Они шли с постоянной скоростью, и при встрече оказалось, что точка встречи в 1,5 раза ближе к Борисово, чем к Алексеево, если отмерять расстояние по дороге. Сразу после встречи оба школьника побежали бегом. И теперь они двигались с постоянными скоростями, причем каждый из них увеличил свою скорость (по сравнению с движением до встречи) в одно и то же число раз. Добежав до населенных пунктов, они оба развернулись и с теми же скоростями побежали навстречу друг другу. Во сколько раз точка их второй встречи будет ближе к Алексеево, чем к Борисово (как и в первый раз, расстояния нужно отмерять по дороге)?

Решение:

Пусть $v_{A,B}$ – скорости школьников, вышедших соответственно из Алексеево и Борисово. Скорости соотносятся так же, как пройденные до первой встречи расстояния, то есть $\frac{v_A}{v_B} = \frac{s_A}{s_B} = 1{,}5$. Кроме того, $s_A + s_B = L$ (L – расстояние между Алексеево и Борисово по дороге), и поэтому $s_A = \frac{3}{5}L$, $s_B = \frac{2}{5}L$. Пусть x – расстояние от Алексеево до точки второй встречи. Так как скорости школьников увеличились в одинаковое количество раз, то отношение скоростей осталось неизменным. Значит, не изменилось и отношение пройденных расстояний: $\frac{(2L/5) + L - x}{(3L/5) + x} = \frac{3}{2}$. Из этого уравнения следует, что $x = \frac{L}{5}$. Искомое отношение $\frac{L - x}{x} = 4$.

ОТВЕТ: 4.

Критерии оценивания задачи 1 («Надо чаще встречаться»):

действия	**макс. балл**
Указано, что вначале скорости школьников отличаются в 1,5 раза	**1**
Найдены (выражены через отношение, заданное в условии) пути до первой остановки	**2**
Указано (используется в решении), что соотношение пройденных расстояний не изменилось после увеличения скоростей	**3**
Записано правильное уравнение для нахождения x или искомого отношения	**4**
Получен правильный ответ	**5**
ИТОГО	**15**

2.(«**Тепловой отрыв**») В вертикальном цилиндрическом сосуде с теплоизолирующими стенками лежит на дне цилиндрическая ледяная таблетка, диаметр которой в два раза меньше внутреннего диаметра сосуда, а температура равна 0°С. Масса таблетки 80 г. Через дно таблетку начинают нагревать, подводя к ней теплоту. Какое минимальное количество теплоты нужно сообщить таблетке, чтобы она оторвалась от дна сосуда? Удельная теплота плавления льда λ = 334 Дж/г.

Решение:

Так как начальная температура таблетки равна температуре плавления льда, то при подведении тепла лед сразу начинает плавиться. В ходе плавления температура льда и образовавшейся воды остаются равными 0°С, поэтому считаем, что таблетка тает «снизу». До отрыва таблетки от дна сосуда вода из-под нее выдавливается на свободное пространство, то есть площадь горизонтального сечения водяного столба равна разности площади дна S и площади сечения таблетки s. Из соотношения диаметров ясно, что $S = 4s$. Тогда сохранение общей массы означает, что при уменьшении высоты таблетки от H_0 до H уровень воды в сосуде увеличивается от 0 до h, причем $\rho_Л (H_0 - H)s = \rho_B h(S - s) = 3\rho_B hs$. Здесь $\rho_{Л,В}$ – плотности льда и воды. Таким образом,

$H_0 - H = 3\dfrac{\rho_B}{\rho_Л}h$. В момент отрыва сила Архимеда уравновешивает вес оставшейся части таблетки, то есть $\rho_Л H = \rho_B h \Rightarrow h = \dfrac{\rho_Л}{\rho_В}H$. Следовательно, $H_0 - H = 3H$ и $H = \dfrac{1}{4}H_0$. Значит, для отрыва таблетки от дна сосуда нужно расплавить три четверти таблетки. Поэтому $Q = \dfrac{3}{4}\lambda m \approx 20{,}04$ кДж.

ОТВЕТ: $Q = \dfrac{3}{4}\lambda m \approx 20$ **кДж.**

Критерии оценивания задачи 2 («Тепловой отрыв»):

действия	**макс. балл**
Правильно учтено соотношение площадей дна и сечения таблетки	**1**
Правильно записано условие постоянства массы	**3**
Правильно записано условие равенства силы Архимеда и веса оставшейся части таблетки	**4**
Доказано, что к моменту отрыва нужно расплавить три четверти массы льда	**4**
Получен правильный аналитический ответ	**2**
Получен правильный числовой ответ	**1**
ИТОГО	**15**

3.(«**Провод с утечкой**») Школьник 8 класса обнаружил в поле за городом остаток электрической линии – два прямолинейных отрезка одинакового однородного провода, закопанных на постоянной небольшой глубине параллельно друг другу. Длина каждого из отрезков была несколько меньше километра (но больше 800 м). Школьник раскопал концы обоих проводов. Провода не были соединены друг с другом, однако, подключив к концам последовательно соединенные аккумулятор и амперметр (сопротивление использованных им небольших соединительных проводов намного меньше внутренних сопротивлений приборов), он обнаружил, что амперметр показывает ток $I_1 = 1{,}80$ А. Школьник подумал: «Очевидно, изоляция проводов от времени испортилась, и между проводами идет ток утечки через землю». Он нашел неподалеку кусок такого же провода длиной $L = 5$ м, и подключил его (протянув без контакта с землей) последовательно с амперметром и аккумулятором между концами закопанных проводов. Амперметр показал ток $I_2 = 1{,}50$ А. В третий раз школьник подключил кусок провода к концам параллельно аккумулятору и амперметру (которые друг с другом по-прежнему были соединены последовательно). Теперь ток через амперметр оказался равен $I_3 = 5{,}00$ А. Используя данные школьника, определите:

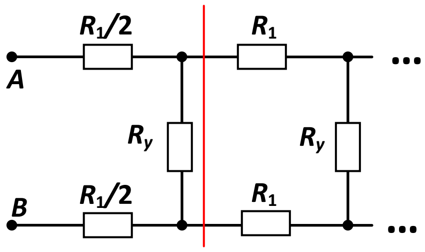
- сопротивление R_1 $l = 1$м провода;
- сопротивление R_X закопанного провода (при использованном способе подключения);
- ток утечки i_1 с участка длиной $l = 1$м в начале (то есть отсчитывая от точек подключения) закопанного провода в первом опыте.

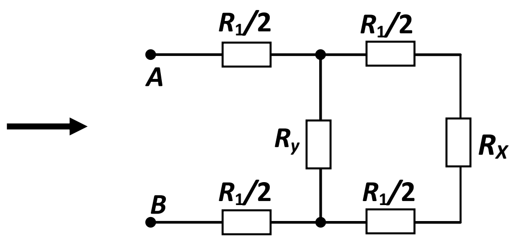
Считайте, что состав и влажность почвы одинаковы по всей длине закопанного провода. Отметим, что наш школьник очень интересуется электротехникой и всегда берет с собой на загородные прогулки аккумулятор с ЭДС $\mathcal{E} = 4{,}5$ В и точный амперметр.

Решение:

Пусть r – сумма внутренних сопротивлений аккумулятора и амперметра, а R_5 – сопротивление 5-метрового провода. Тогда $I_1(r+R_X)=\mathcal{E}$ и $I_2(r+R_X+R_5)=\mathcal{E}$. Из этих уравнений выражается $R_5=\dfrac{\mathcal{E}}{I_2}-\dfrac{\mathcal{E}}{I_1}=0{,}5$ Ом. Сопротивление однородного провода постоянного сечения пропорционально его длине, поэтому $R_1=\dfrac{l}{L}R_5=0{,}1$ Ом. Кроме того, $I_3\left(r+\dfrac{R_5R_X}{R_5+R_X}\right)=\mathcal{E}$. Выразим из первого уравнения $r=\dfrac{\mathcal{E}}{I_1}-R_X$ и подставим в третье. Получаем уравнение для определения сопротивления закопанного провода: $R_X^2-\left(\dfrac{\mathcal{E}}{I_1}-\dfrac{\mathcal{E}}{I_3}\right)(R_X+R_5)=0$. Его положительный корень дает $R_X=2$ Ом.

В соответствии с условием, можно считать, что на одинаковые по длине участки закопанного провода приходится одинаковое сопротивление включенной между ними земли (далее будем называть его «сопротивлением утечки»). Составим эквивалентную схему участка с закопанным проводом, изображая влияние среды с помощью сопротивления утечки R_y для каждого метра пары проводов, подключенного к середине этого метра (см. рисунок слева). Можно заметить, что при «отсечении» первого звена оставшаяся часть





схемы практически совпадает сама с собой с подключением на входе пары резисторов с сопротивлением $R_1/2$ (см. рисунок справа). Ведь 1 м – это очень малая часть наших проводов с длиной более 800 м, и укорочение их на 1 м изменит сопротивление менее чем на 1% (на самом деле – «очень сильно намного» меньше, так как большая часть тока утечки идет «по линии наименьшего сопротивления», то есть через ближайшие к точкам подключения участки проводов). Значит, $R_X=R_1+\dfrac{R_y(R_X+R_1)}{R_y+R_X+R_1}$. Выразим из этого уравнение сопротивление утечки: $R_y=\dfrac{(R_X-R_1)(R_X+R_1)}{2R_1}$. В схеме справа видно, что ток I_1, подтекающий к сопротивлению утечки первого метра, делится между ним и остальной частью схемы в соотношении, равном обратному соотношению сопротивлений, то есть $i_1=\dfrac{R_X+R_1}{R_X+R_1+R_y}I_1=\dfrac{2R_1}{R_X+R_1}I_1=\dfrac{2}{21}I_1\approx 0{,}17$ А. Как видно, ток утечки с первого метра составляет менее 10% от полного тока, но он значительно больше восьмисотой части полного тока – видно, что при однородном распределении сопротивления утечки ток утечки распределен очень неоднородно.

ОТВЕТ: $R_1 = 0{,}1$ **Ом,** $R_X = 2$ **Ом,** $i_y \approx 0{,}17$ **А.**

Примечание: На самом деле ток утечки стекает не с середины каждого метра, а непрерывно по длине провода. Поэтому данное решение – приближенное (мы считаем 1 м малым участком провода). Чем на большее количество (более коротких) участков мы будем разбивать провод, тем точнее будет такое приближение. Если мы используем разбиение на участки длиной l/n, где n – целое число, то ток утечки с первого метра будет равен сумме токов через n сопротивлений утечки участков, размещенных на этом метре. В этом случае окажется, что $i_1 = \left[1 - \left(1 - \dfrac{2R_1}{nR_X + R_1}\right)^n\right] I_1$. При $n = 1$ получаем «старый» приближенный результат. Чем выше n, тем точнее эта формула, и при $n \to \infty$ получаем точную формулу. Для ее получения нужно использовать знания за пределами программы 9 класса по математике: необходимо знать о «втором замечательном пределе», то есть о том, что $\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n \xrightarrow[n \to \infty]{} e$, где число $e \approx 2{,}718$ – основание натурального логарифма. В результате точная формула имеет вид $i_1 = \left[1 - \exp\left(-\dfrac{2R_1}{R_X}\right)\right] I_1$ ($\exp(x) \equiv e^x$), и она дает численное значение $i_1 = (1 - e^{-0{,}1}) I_1 \approx 0{,}17$ А. Приближение оказалось очень хорошим – приближенный результат практически не отличается от точного (различие есть, но оно появляется только в четвертой значащей цифре!). Кроме того, данная формула показывает, что через первые 100 м (для вычисления вместо R_1 нужно использовать $R_{100} = 100R_1$) закопанных проводов протекает более 99,995 % всего тока – действительно, «последние метры» оказывают очень малое влияние на ток.

Комментарии по поводу «альтернативных» подходов:

1) Некоторые участники интерпретировали описание третьего измерение иначе: они посчитали, что пятиметровый провод подключается только к аккумулятору и амперметру, без закопанного провода (не обратив внимание на слово «параллельно»). В этом случае вычисление R_X проводится проще, но остальная часть решения по сути не изменяется. Поэтому жюри приняло решение, что в этом случае оценка за пункт «нахождение R_X» понижается до 2 баллов, а остальная часть решения при правильном выполнении оценивается полностью. Конечно, ответы для сопротивления закопанного провода и тока утечки при этом изменяются: получается $R_X = 2{,}1$ Ом и $i_1 = \dfrac{1}{11} I_1 \approx 0{,}16$ А.

2) В части работ для закопанного провода использовалась другая эквивалентная схема, в которой сопротивление утечки подключается не к середине, а к концу каждого метра. С физической точки зрения ясно, что это приближение дальше от реальности, чем использованное выше. Точность у него тоже немного ниже: расчет по такой схеме дает $i_1 = \dfrac{2R_1(R_X + R_1)}{R_X^2 + 2R_1^2} I_1 = \dfrac{7}{67} I_1 \approx 0{,}19$ А, хотя в целом такое приближение тоже допустимо. Поэтому при таком подходе решение засчитывалось, но за пункт «правильный ответ для i_1» ставилось на 1 балл меньше, то есть 3 балла.

Критерии оценивания задачи 3 («Провод с утечкой»):

действия	**макс. балл**
Правильно записаны уравнения закона Ома (или эквивалентные им) для трех измерений	**3×1=3**
Правильно найдено R_5	**2**
Правильно найдено R_1	**1**
Правильно найдено R_X	**4**
Составлена правильная эквивалентная схема закопанного провода с учетом утечки (или записаны уравнения, позволяющие описать изменение тока утечки вдоль провода)	**2**
Предложен корректный метод анализа эквивалентной схемы (решения уравнений), позволяющий вычислить i_1	**4**
Получен правильный ответ для i_1	**4**
ИТОГО	**20**

4.(«**Эксперимент с насосом**») Однажды некий школьник 9 класса на даче приспособил электронасос, купленный его родителями, для подачи воды в большой резервуар. Уровень воды в колодце был практически постоянен, и насос подавал воду в резервуар по трубе постоянного сечения $S = 5\,\text{см}^2$. В резервуаре у самого дна был сделано отверстие с патрубком сечением $S' = 10\,\text{см}^2$, через который вода выливалась в оросительный канал (см. рисунок). Школьник обнаружил, что, изменяя мощность, потребляемую насосом, можно регулировать высоту установившегося уровня воды в резервуаре h. Он подобрал значения мощности, при которых высота уровня имела заданные значения (см. таблицу). Пользуясь его данными, найдите, на какую высоту H поднимает воду насос при закачивании ее в резервуар. Воду считайте идеальной жидкостью, а ее течение – ламинарным. Также используйте предположение, что КПД насоса не зависит от потребляемой мощности. После вычислений оцените точность полученного результата и точность выполнения предположения о постоянстве КПД.

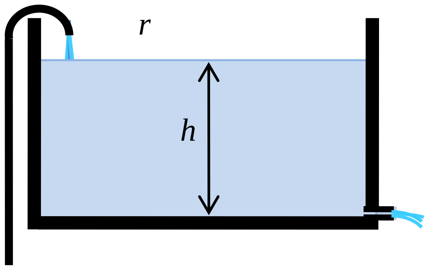


Таблица:

h, см ± 1 см	50	75	100	125
P, Вт ± 1 Вт	770	1037	1344	1628

Решение:

Мы считаем, что течение воды сквозь отверстие с патрубком – ламинарное, из области вблизи дна, где давление $p_A + \rho g h$ (p_A – атмосферное давление), а скорость пренебрежимо мала, в область, где давление равно p_A, а скорость v'. В этом случае, используя уравнение Бернулли (или закон сохранения энергии) $p_A + \rho g h = p_A + \dfrac{\rho v'^2}{2}$, найдем, что скорость вытекания воды $v' = \sqrt{2gh}$. Поскольку уровень воды в резервуаре (в установившемся режиме) неизменен, то поток воды, поступающий в резервуар, равен потоку воды, покидающей его через отверстие. Этот поток равен $\Pi = Sv = S'v' = S'\sqrt{2gh}$. Значит, скорость воды в трубке подачи $v = \dfrac{S'}{S}\sqrt{2gh}$.

Двигатель насоса должен разогнать воду до требуемой скорости v и поднять на необходимую высоту H, и его полезная работа над водой за время Δt равна $A = \rho \cdot \Pi\Delta t\left(\dfrac{v^2}{2} + gH\right)$, поэтому полезная мощность $P_n = \dfrac{A}{\Delta t} = \rho g S'\sqrt{2gh}\left(\dfrac{S'^2}{S^2}h + H\right)$.

Потребляемая мощность $P = \dfrac{\rho g S'}{\eta}\sqrt{2gh}\left(\dfrac{S'^2}{S^2}h + H\right)$, где η – КПД двигателя. Если принять предположение, что КПД двигателя постоянно, то для двух разных режимов работы двигателя (i-го и j-го) $\dfrac{P_j}{P_i} = \dfrac{(4h_j + H)\sqrt{h_j}}{(4h_i + H)\sqrt{h_i}}$. Здесь учтено, что $\dfrac{S'}{S} = 2$. Из отношения мощностей найдем, что $H = 4\dfrac{P_i h_j^{3/2} - P_j h_i^{3/2}}{P_j\sqrt{h_i} - P_i\sqrt{h_j}}$. Из данных таблицы мы можем составить 6 таких пар. Вычисление приводит к результатам:

i	j	H, м
1	2	8,04
1	3	6,54
1	4	6,90
2	3	5,17
2	4	6,26
3	4	7,99

Как видно, разброс результатов довольно велик. Оценим высоту подъема по среднему значению с учетом разброса: $H = (6{,}8 \pm 1{,}2)$ м. Относительная ошибка результата около 20%.
Для проверки предположения о постоянстве КПД вычислим его для каждого режима при $H = 6{,}8$ м по формуле $\eta_i = \dfrac{\rho g S'\sqrt{2gh_i}}{P_i}(4h_i + H)$. Принимая $\rho \approx 1000$ кг/м^3 и $g \approx 9{,}8$ м/с^2, получаем $\eta_1 \approx 0{,}351$, $\eta_2 \approx 0{,}355$, $\eta_3 \approx 0{,}349$, и $\eta_4 \approx 0{,}352$. Как видно, КПД изменяется очень незначительно (примерно на 1% от среднего) на фоне значительного разброса в значениях высоты подъема. На самом деле это не доказывает, что точность выполнения нашего предположения именно такая – ведь мы использовали «неточное» значение высоты. Однако, если рассмотреть изменения H в пределах от 6м до 8м, то можно заметить, что отклонения значений КПД от среднего не превышают 5%. Можно сделать вывод, что низкая точность нахождения H связана не с зависимостью КПД от мощности, а с поведением зависимости H от измеренных параметров: в знаменателе формулы присутствует разность близких величин, относительная ошибка в определении которой существенно больше ошибок в определении самих этих величин.

ОТВЕТ: $H = (6{,}8 \pm 1{,}2)$ **м, относительная ошибка результата около 20%, погрешность выполнения предположения о постоянстве КПД около 5%.**

Примечание 1: Так как статистический анализ погрешностей выходит за рамки программы 9 класса, то принимались другие разумные подходы к оценке точности. Ответ про погрешность результата считался разумным при корректном методе и попадании в диапазон от 10% до 25%, ответ про погрешность предположения о постоянстве КПД – при корректном методе и попадании в диапазон от 1% до 7%.

Примечание 2: При исследовании изменений КПД можно вместо 4 значений КПД посчитать три отношения (например, $\frac{\eta_2}{\eta_1} \approx 1{,}011$, $\frac{\eta_3}{\eta_1} \approx 0{,}994$ и $\frac{\eta_4}{\eta_1} \approx 1{,}003$). Это позволяет не использовать числовые значения плотности воды и ускорения свободного падения. Результат анализа отклонений при этом получается тот же.

Примечание 3: Решения, в которых при расчете полезной мощности двигателя насоса учитывался только один из двух вкладов, оценивались не более чем в 7 баллов по сумме всех пунктов.

Критерии оценивания задачи 4 («Эксперимент с насосом»):

действия	**макс. балл**
Скорость вытекания воды из отверстия с патрубком правильно выражена через h	**2**
Получено правильное выражение для скорости течения воды в трубке подачи	**2**
Указано, что при расчете полезной мощности двигателя насоса необходимо учитывать работу по подъему воды и по увеличению ее скорости	**2**
Получена правильная формула для потребляемой мощности двигателя	**4**
Получена правильная формула для вычисления высоты подъема через данные таблицы	**3**
Правильно вычислены возможные значения высоты подъема: все 6 значений/ 3-5 значений/ 2 значения/ 1 значение	**4/3/2/1**
В качестве ответа используется среднее из полученных значений	**1**
Ответ попадает в диапазон от 6м до 8м*	**2**
Проведен корректный анализ точности результата (по разбросу значений)	**2**
Проведен корректный анализ точности предположения о постоянстве КПД	**3**
ИТОГО	**25**

*численный ответ в данном диапазоне засчитывался, только если он был получен корректными вычислениями по правильным формулам.