

**Олимпиада школьников  
«Покори Воробьевы горы»  
по математике**

Задания заочного этапа 2019/2020 учебного года для 5–6 класса

---

1. Петя, Коля, Вася, Леша и Иннокентий играли в футбол. Один из мальчиков нечаянно разбил окно в кабинете ОБЖ. Их вызвали в кабинет к директору. Директор спросил у каждого: «Кто это сделал?» и услышал следующие ответы:

Петя: *Окно разбил Коля.*

Коля: *Окно разбил Вася.*

Вася: *Окно разбил Леша.*

Леша: *Окно разбил Иннокентий.*

Иннокентий: *Если окно разбил не Коля, то его разбил Вася или Леша.*

Определите, кто на самом деле разбил окно, если известно, что все утверждения, кроме одного – ложные.

*Ответ: Иннокентий.*

2. Назовем *парными* два различных числа, если десятичная запись одного совпадает с десятичной записью другого в обратном порядке. Например, числа 2019 и 9102 – парные. Сколько всего пар таких чисел, у которых оба числа лежат в диапазоне [500;700]? (Пары  $(a,b)$  и  $(b,a)$  считаем за одну пару.)

*Ответ: 10 пар.*

3. Найдите наименьшее натуральное  $N$ , для которого существуют 4 последовательных натуральных числа, произведение которых не делится на  $N$  без остатка.

*Ответ:  $N=5$ .*

4. Петр строит последовательность фигур по следующему правилу: первая фигура – равносторонний треугольник. Каждая последующая получается из предыдущей путем соединения середин сторон в образующих ее правильных равносторонних треугольниках (см. рис.).



Петр заметил, что суммарное количество треугольников в  $n$ -й и  $n+1$ -й фигурах равно 20480. Чему равно  $n$ ?

*Ответ:*  $n=7$ .

5. Расположите в порядке возрастания числа  $2^{1850}$ ,  $3^{1480}$ ,  $4^{1110}$  и  $5^{740}$ .

*Ответ:*  $5^{740} < 2^{1850} < 4^{1110} < 3^{1480}$ .

6. Иван Семенович вырастил на огороде дыню, тыкву и арбуз. Известно, что дыня с тыквой весят (в сумме) на 80% больше, чем арбуз, а дыня с арбузом – на 25% больше, чем тыква. На сколько процентов тыква с арбузом весят больше, чем дыня?

*Ответ:* на 304%.

7. Про натуральные числа  $a$  и  $b$  известно, что  $a^b$  имеет пять натуральных делителей, а  $b^a$  – семь натуральных делителей. Сколько делителей у произведения  $a \cdot b$ ?

*Ответ:* 6.