

19-71-91-68  
(143.1)



Олимпиада ПБГ  
2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

*город Уфа*

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьевы горы

по физике

Самттарова Тамара Ильдаровича

фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата

«13» марта 2016 года

Подпись участника

Т. Самттарова

**ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!» по ФИЗИКЕ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2016 года**  
**БИЛЕТ № 01 (10-11 классы)**

**Задание 1:**

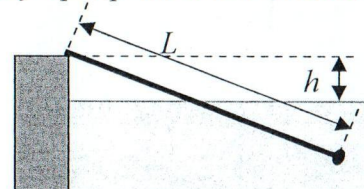
**Вопрос:** От каких факторов зависит величина, точка приложения и направление силы Архимеда? Приведите примеры ситуаций, когда ее направление не совпадает с вертикалью. Может ли сила Архимеда сообщить очень легкому телу в покоящейся жидкости ускорение, превышающее ускорение свободного падения? Ответ объяснить.

**Задача:** Узкая тонкая однородная доска длиной  $L = 1$  м лежит, опираясь одним из концов на борт бассейна. При этом второй конец доски опущен в воду, и к нему прикреплен небольшой груз (см. рис.). Высота борта над водой  $h = 40$  см. Коэффициент трения между доской и бортом бассейна  $\mu = 0,75$ . При каком

максимальном отношении массы груза к массе доски  $x \equiv \frac{m}{M}$

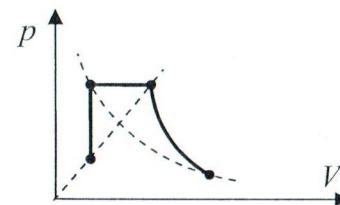
доска может покоиться? Вода в бассейне неподвижна, плотность

воды  $\rho_0 = 1$  г/см<sup>3</sup>, плотность дерева, из которого изготовлена доска  $\rho = 0,5$  г/см<sup>3</sup>.

**Задание 2:**

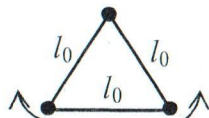
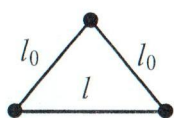
**Вопрос:** Чему может быть равна теплоемкость одного моля идеального газа в изохорном и изобарном процессах?

**Задача:** Постоянное количество идеального газа участвует в процессе, диаграмма которого показана на рисунке в координатах давление-объем. Известно, что при изохорном нагревании газ получает количество теплоты, равное  $Q = 60$  кДж, а после изобарного расширения температура газа становится в  $n = 9$  раз больше наименьшей (для всего процесса). Найдите работу газа при адиабатическом расширении. Линии, показанные пунктиром – прямая, проходящая через начало координат, и изотерма.

**Задание 3:**

**Вопрос:** Чему равна потенциальная энергия электростатического взаимодействия четырех одинаковых точечных зарядов  $q$ , расположенных в вершинах квадрата со стороной  $a$ ?

**Задача:** Три маленьких одинаковых заряженных шайбы соединены попарно двумя легкими нерастяжимыми нитями длиной  $l_0 = 40$  см и одной упругой резинкой, длина которой в



недеформированном состоянии также равна  $l_0$  (сила упругости резинки пропорциональна деформации). Если поместить их на гладкую горизонтальную поверхность, то

в состоянии покоя длина резинки будет равна  $l = 50$  см. Удерживая шайбы, резинку переводят в недеформированное состояние (так, что шайбы образуют равносторонний треугольник) и отпускают шайбы без начальной скорости. До какой максимальной длины растянется резинка в ходе дальнейшего движения? Какой будет максимальная скорость «средней» шайбы? Циклическая частота колебаний одной шайбы на резинке равна  $\omega = 20$  с<sup>-1</sup>.

**Задание 4:**

**Вопрос:** Что нужно сделать для того, чтобы поперечное увеличение изображения пламени свечи, наблюдаемого через рассеивающую тонкую линзу, уменьшилось – придвинуть линзу к свече или отодвинуть от нее? Ответ объяснить.

**Задача:** С помощью тонкой линзы на экране получено изображение нити небольшой лампочки, развернутой перпендикулярно оси линзы, с увеличением  $|\Gamma| = 2,5$ . Когда экран придвинули к линзе на расстояние  $s = 8$  см, то для получения нового четкого изображения лампочку пришлось сдвинуть вдоль оси на расстояние  $s' = 1,6$  см. Каким стало увеличение изображения?

19-71-91-68  
(143.1)

Олимпиада ПВГ  
2016

Кистован

N1

Вопрос:

$F_A = \rho \cdot V_{\text{погр}} \cdot g$ ; величина зависит от объема погруженной части, от  $g_{\text{погр}}$ , от плотности ~~погруженной~~ <sup>погруженной</sup> ~~части~~ <sup>части</sup>.

точка приложения:

к центру погруженной части, т.е. ~~к центру тела~~ к центру тяжести погруженной части, или ба она точка отсчета  $\oplus$

Направление зависит от  $g_{\text{погр}}$   $\oplus$   
от ~~плотности~~ <sup>плотности</sup> погруженной ~~части~~ <sup>части</sup> относительно ускорения  $\oplus$



$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = m \vec{g}_{\text{погр}}$$

$$\vec{g}_{\text{погр}} \downarrow \uparrow \vec{F}_A$$

пример, когда  $F_A$  не параллельно  $g$   $\oplus$   
когда тело движется с горизонтальным ускорением:

тогда  $\vec{g}_{\text{погр}} = -\vec{a} + \vec{g}$

$F_A$  будет составлять

угол  $\alpha$  с вертикалью  $\oplus$



Σ				
4	5	5	5	85
15	20	14	20	

Оценки: 85 баллов

Задача:

$L = 1 \text{ м}$

$h = 0,4 \text{ м}$

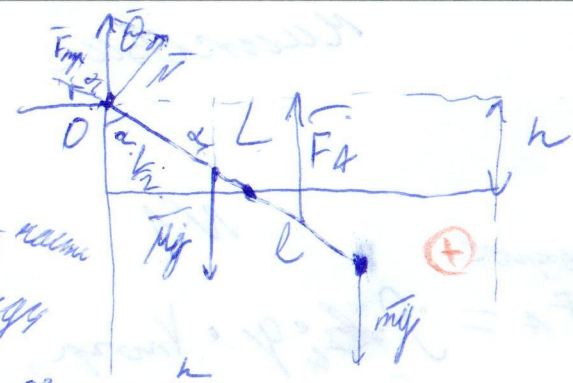
$\mu = 0,45$

$g = 500 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$\rho_0 = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

$\lambda = 1$

Обозначим  
 $L$  - длина погруженной части  
 $\alpha$  - угол между вертикалью и доской;  $\cos \alpha = \frac{L-l}{L}$



для т. O запишем правило моментов чтобы доска показала  $\Sigma$  моментов = 0

$\sin \alpha \neq 0 \quad \mu g \cdot \frac{L}{2} \cdot \sin \alpha = F_A \cdot (L - \frac{L}{2}) \cdot \sin \alpha + m g L \sin \alpha$

$\mu g \frac{L}{2} = F_A (L - \frac{L}{2}) + m g L$

$\Theta = F_{тр} + N$  - чтобы доска не поворачивалась

чтобы тело покоилось также необходимо:

$\Theta + m g + m g + F_A = 0$

$\Theta = m g + m g - F_A$

чтобы доска не скользила

$\Theta \cdot \cos \alpha \leq F_{тр \max} = \mu \cdot N = \mu \cdot \Theta \cdot \sin \alpha$

$\cos \alpha = \frac{L-l}{L} \leq \frac{\mu \cdot \sqrt{L^2 - l^2 - h^2}}{L-l}$

$l < L$

$l \leq \mu \cdot \sqrt{L^2 - l^2 - h^2}$

$F_A = m_0 \cdot g \cdot \rho_0 = \frac{m_0 \cdot l \cdot \rho_0}{\rho L} = \frac{\mu g \rho_0 \cdot L}{\rho L} = a$

$\mu g L (\frac{\mu}{2} + m) = a L (L - \frac{L}{2})$

$a L^2 + 2 a l \cdot L = \mu g L (\mu + 2m) = 0$

$D = a^2 \cdot L^2 + 4 \mu g L (\mu + 2m) > 0$  и не подходит

$\lambda = \frac{\mu^2 g^2 \rho_0^2}{\rho^2} + 4 \cdot \mu g \rho_0 (\mu + 2m)$

19-71-91-68  
(143.1)

$$l_x = \frac{-L\alpha + \sqrt{\mu^2 g^2 \rho_0^2 + g^2 \mu \rho_0 (1+2\alpha)}}{g}$$

(с минимальной скоростью)

$\alpha$

$\alpha > L\alpha$  (из условия)  
(если  $\rho_0$  — это диаметр  
шара в воздухе)

$$l = \frac{-\mu g \rho_0 + \sqrt{\mu^2 g^2 \rho_0^2 + g^2 \mu \rho_0 (1+2\alpha)}}{g}$$

$$\frac{\mu g \rho_0}{L}$$

$$l = \frac{-\rho_0 g + \sqrt{g^2 \rho_0^2 + g^2 \rho_0 (1+2\alpha)}}{g}$$

$$= \sqrt{L^2 + \frac{\rho_0}{g} (1+2\alpha)} - L$$

подставим в 6)

$$\frac{h}{\mu} \leq \sqrt{(L-l)^2 + h^2}$$

$$\frac{h}{\mu} + h^2 \leq \left( 2L - \sqrt{L^2 + \frac{\rho_0}{g} (1+2\alpha)} \right)^2$$

даже  
подставил  
значения

$$\frac{4 \cdot 0,4 + 0,16}{3} \leq \left( 2 - \sqrt{1 + \frac{1}{2} + 2} \right)^2$$

$\sqrt{1,5+2} = \epsilon$

$$\frac{0,16}{3} + 0,16 \leq 4 - 4\sqrt{1,5+2} + (1,5+2)$$

$$t^2 - 4\epsilon + 4 - \frac{0,64}{3} \geq 0$$

$$t = 4\epsilon + \frac{11,36}{3} \geq 0$$

...?

АДАНТИННО  
УГОС



N2

вопрос  
при изобарном процессе

$$C_p = \left(\frac{i}{2} + 1\right) R = \frac{i+2}{2} R$$

для изохоры

$$C_v = \frac{i}{2} R$$

(если нужен  
выбор ш. термовин)

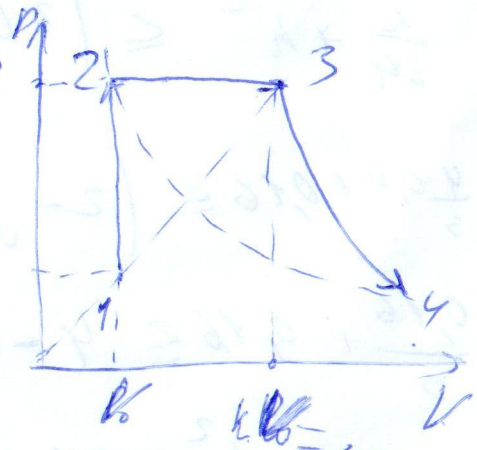
i - кол. степеней свободы,  
для одноатомной i = 3, для дв. - i = 5  
для ш. - i = 6



Задание

Q = 60 кДж  
n = 9  
A<sub>34</sub> = ?

1:  $p_0 V_0 = \nu R T_0$      $k \cdot p_0$   
 2:  $k^2 \cdot p_0 V_0 = \nu R \cdot n \cdot T_0$      $3 p_0$   
 $k^2 = n = 9$   
 $k = 3$



1-2:  $\frac{i}{2} \cdot 2 p_0 V_0 = Q$

2-3:  $\Delta U_{23} = Q_2 - 6 p_0 V_0 = \frac{i}{2} \cdot (9 p_0 V_0 - 3 p_0 V_0)$

3-4:  $\Delta U_{34} = -A_{34}$

$$A_{34} = Q_1 - 6 p_0 V_0 = \frac{i}{2} \cdot 6 p_0 V_0 = 3 \cdot \left(\frac{i}{2} \cdot 2 p_0 V_0\right) = 3Q = 180 \text{ кДж}$$

и

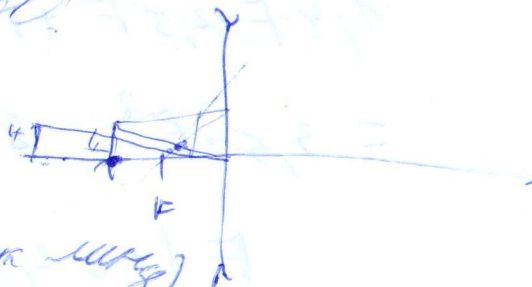
Ответ: 180 кДж



114  
Вопрос!

$$F = \frac{F}{d-F}$$

(для увеличения  
нужно подогнать к линзе)



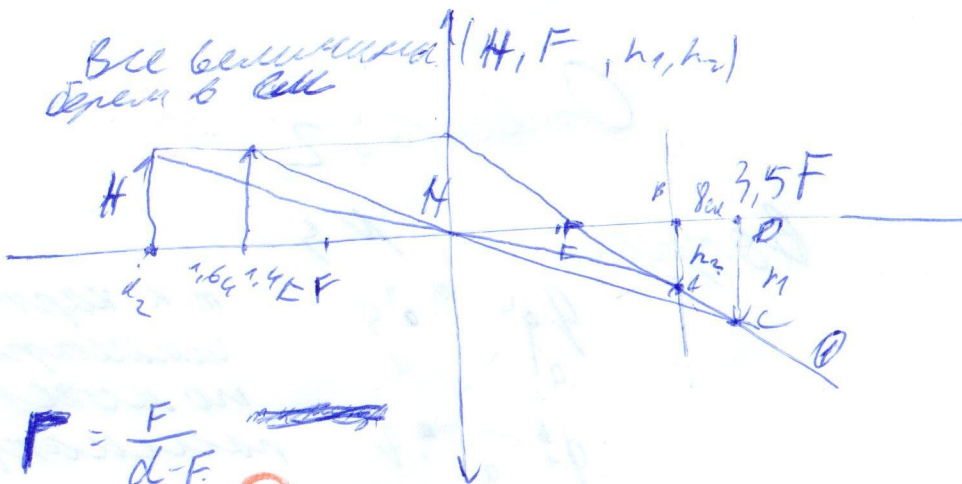
для увеличения  
нужно отойти от линзы (+)

Задача

линза собирательная  
на экране наблюдая лучи можно  
увидеть с разл-и м-ми

$\Gamma = 2,5$   
 $S = 8 \text{ см}$   
 $S_1 = 1,6 \text{ см}$

Все величины (H, F, h1, h2)  
даны в см



м.к. экран  
на экран  
 $d-F > 0$

$$F = \frac{F}{d-F}$$

$$\frac{F}{d-F} = 2,5 \Rightarrow d = 1,4F$$

$$\Gamma = \frac{d_2}{d} = 2,5$$

$$d_2 = 2,5 \cdot 1,4F = 3,5F$$

подогнать экран ближе к линзе  
пересек с лучами (0) равные, зная  
увидеть и увеличимся, а значит  $d_2 > d_1$   
 $d_2 = d_1 + 1,6 \text{ см}$  по условию

из подобия треугольников

$$\Gamma = \frac{h_2}{H} = \frac{d_2}{d_1} \Rightarrow \frac{H}{F} = \frac{h_2}{3,5F - F - 8} \Rightarrow d_2 = 3,5F \text{ и } S$$

$$d_2 = 1,4F + 1,6$$

$$\frac{h_2}{H} = \frac{2,5F - 8}{F} = \frac{(3,5F - 8) \cdot 8}{(1,4F + 1,6) \cdot 8}$$

$$1,4 \cdot F \cdot 2,5F + F(1,6 \cdot 2,5 - 8 \cdot 1,4) = 1,6 \cdot 8$$

$$= 3,5 \cdot F^2 - 8F$$

$$F(1,6 \cdot 2,5 - 8 \cdot 1,4) = 1,6 \cdot 8$$

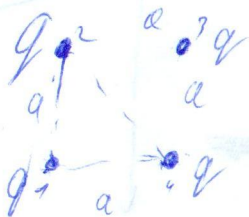
$$F = \frac{1,6 \cdot 8}{0,4 \cdot 8} = 16 \text{ см}$$

$$F_2 = \frac{2,5 \cdot 16 - 8}{16} =$$

$$= 2,5 - \frac{1}{2} = 2$$

Ответ: 2 ⊕

Вопрос №3



т.к. картина симметрична, то можно рассмотреть

отдельно каждый заряд

$$q \text{ в } 4: \varphi_2 = \frac{kq}{a\sqrt{2}} \quad \varphi_4 = \varphi_3 \text{ в } 4: \varphi_3 = \frac{kq}{a}$$

$$E = \frac{2kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}} = \frac{kq^2}{a} \left( \frac{4 + \sqrt{2}}{2} \right)$$

для каждого ⊕

циркулярная симметрия вращательная  
 сила: квадрат 4 стороны  $E_0 = \frac{kq^2}{a} \cdot 4 + \frac{2kq^2}{\sqrt{2}a} = \frac{kq^2}{a} (4 + \sqrt{2})$

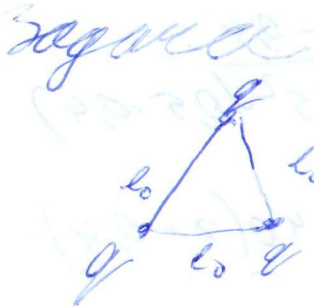
6



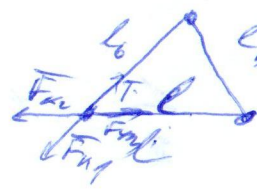
$$l_0 = 0,4 \text{ м}$$

$$\omega = 20 \text{ см}$$

$$l = 0,5 \text{ м}$$



$k_1$  - жесткость нитки



для составления уравнения:

$$\frac{k q^2}{l^2} = k_1 (l - l_0)$$

$$\frac{q^2}{k_1} = \frac{l^2 (l - l_0)}{k} ; \frac{k_1}{q^2} = \frac{k}{l^2 (l - l_0)}$$

запишем закон сохранения энергии для начального состояния и составим мал. растянутости нитки.

$$\frac{k q^2}{l_0^2} + 0 = \frac{k q^2}{l^2} + \frac{k_1 (l - l_0)}{2} \quad | \cdot \frac{1}{k q^2}$$

$$\frac{1}{l_0^2} = \frac{1}{l^2} + \frac{k_1 (l - l_0)}{2 k q^2}$$

$$\frac{1}{l^2} = \frac{1}{l_0^2} - \frac{2}{l^2 (l - l_0)}$$

$$\frac{k q^2}{l_0^2} = \frac{k q^2}{l^2} + k_1 (l - l_0) \quad | \cdot \frac{1}{k q^2}$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{1}{l_0^2} = \frac{1}{l^2} + \frac{(l - l_0)}{l^2 (l - l_0)} \quad | \cdot l^2 (l - l_0)$$

$$(l^2 (l - l_0) l^2 = l_0^2 l^2 (l - l_0) + l_0^3 - l_0^2 l^2) \quad \textcircled{\pm}$$

~~$l_0^3 - l_0^2 l^2 + l^2 (l - l_0) = 0$~~  подставим значения  $l_0$  и  $l$  (можно решить и без подстановки, если знаешь корень  $l = l_0$ ) но это слишком долго

$$\frac{1}{0,42} = \frac{1}{x^2} + \frac{x-0,4}{0,5^2 \cdot (0,5-0,4)}$$

$$\frac{1}{0,42} = \frac{1}{x^2} + 40(x-0,4) \quad | \cdot x^2$$

$$6,25 = \frac{1}{x^2} + 40x - 16 \quad | \cdot x^2$$

$$40x^3 - 22,25x + 1 = 0 \quad | \cdot \frac{4}{(x-0,4)}$$

$$x = 0,4 \text{ - корень}$$

$$40x^2 - 6,25x - 2,5 = 0 \quad \left( \begin{array}{l} \cdot \frac{4}{5} \\ \text{вынесем в} \\ \text{множителе} \end{array} \right)$$

$$32x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 4 \cdot 32 \cdot 2}}{32 \cdot 2}$$

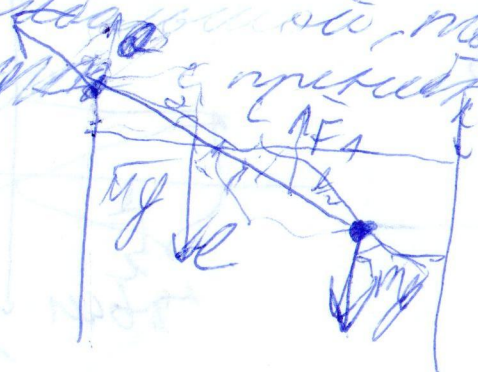
$$x \text{ - не подходит, т.к. } x < 0$$

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{25 + 256}}{64} =$$

$$= \frac{5 + \sqrt{281}}{64}$$

Чертеж

т.к груз находится в равновесии, то  $F_A + F_B = mg$   
 где  $F_A$  и  $F_B$  — силы натяжения,  $mg$  — сила тяжести



$$\cos \alpha = \frac{h}{L}$$

$$M_A = M_B \Rightarrow \frac{mgL}{2} = F_A \left( \frac{L}{2} + L \right)$$

$$mg \left( \frac{L}{2} + L \right) = F_A \left( L + \frac{L}{2} \right)$$

$Q = p \cdot d \cdot v_0 = \frac{1}{2} \rho \cdot v_0^2 \cdot S \cdot (v_1 + v_2) \cdot \cos \alpha \leq \mu \dots$

A graph showing pressure  $p$  on the vertical axis and velocity  $v$  on the horizontal axis. A rectangular area is marked between  $v_0$  and  $v_1$  on the x-axis, with height  $p_0$  on the y-axis.

1-2:  $2v_0 v_0 = Q$

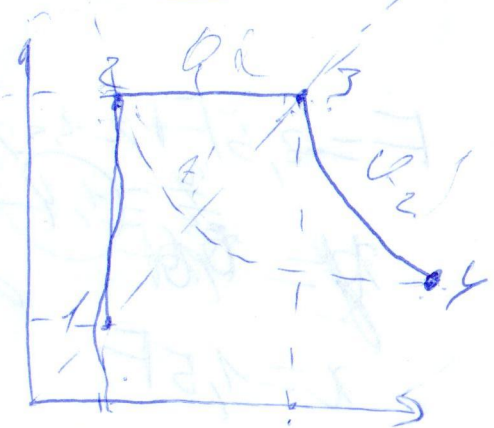
2-3:  $6v_0 v_0 = Q_1 - 6v_0 v_0$

$12v_0 v_0 = Q_1$

3-4:  $A_{24} = \dots = 6v_0 v_0 \cdot v_0$

$Q_1 = Q_2; A' = 12v_0 v_0 = 6 \cdot Q =$

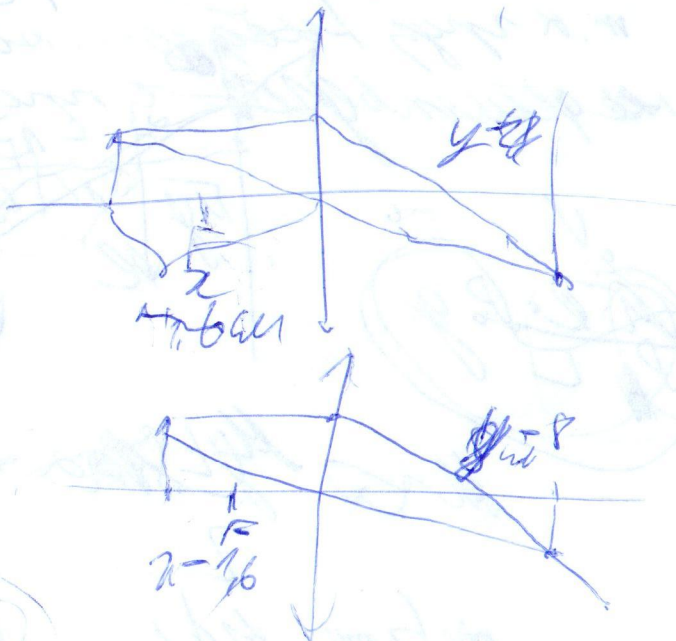
$40x^3 - 22,25x^2 + 0x + 1$   
 $40x^3 - 100x^2$   
 $27,75x^2 + 0x + 1$   
 $44,75x^2 - 0x$   
 $27,75x^2 + 0x + 1$   
 $27,75x^2 - 27,75x^2 + 0x + 1$   
 $0x^2 + 0x + 1$   
 $1$



$$\Gamma_1 = 2,5$$

$$S = 8 \text{ км}$$

$$S_1 = 1,6 \text{ км}$$



$$\frac{F}{x+1,6} = 2,5 \quad y = 2,5x$$

$$\frac{F}{F+1,6x} = \frac{x+1,6}{y+8} = 2,5$$

$$2 + 1,6 = 2,5y +$$

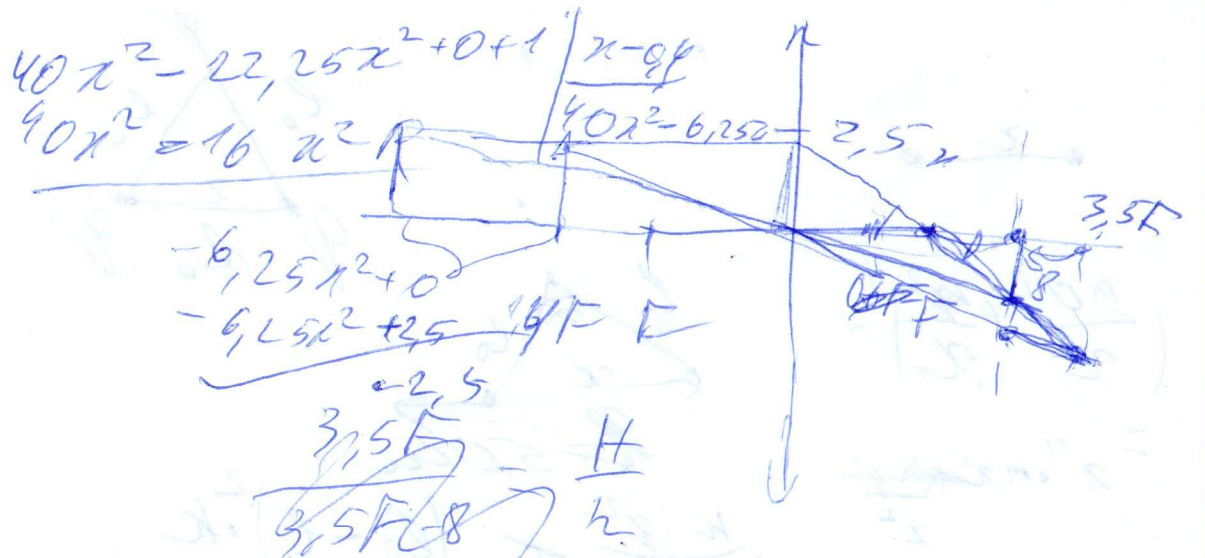
$$y = 2,5x$$

$$F = 2,5F + x \cdot 2,5x - 1,6 = \frac{y}{1,5} - 1,6 = \frac{2,5x - 1,6}{1,5}$$

$$x = 1,5F \quad \text{---} \quad 2,5 \text{---}$$

$$\frac{0,6F}{1,5F} = \frac{y - 8}{x - 1,6} = \frac{2,5x - 8}{x - 1,6}$$

$$2,5 = \frac{y}{x - 1,6}$$



$$1 + \frac{0}{3,5F - 8} \quad \frac{h_0}{F} = \frac{h_1}{3,5F - 8} = \frac{h_2}{2,5F}$$

$$\frac{F}{F} = \frac{F}{3,5F - 8}$$

$$F_1 = \frac{3,5F - 8}{1,4F + 1,6} F$$

$$\frac{H}{F} = \frac{h_2}{2,5F - 8}$$

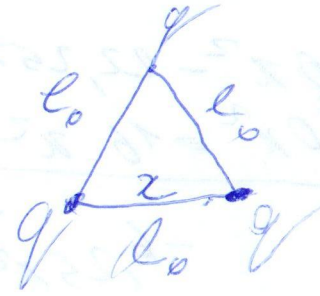
$$F_1 = \frac{2,5F - 8}{F}$$

$$2F^2 + 8F - 16(1,4F + 1,6) = 2F^2 - 16F$$

$$8F - 0,4 \cdot 16F = 16 \cdot 0,16$$

$$0,1 \cdot 16F = 16 \cdot 0,16$$

$$F_2 = \frac{F - 16 \cdot 2,5 - 8}{16} = 2$$



$$\left( \frac{m g^2}{2} + \frac{k q^2}{x} \right) =$$

$$= x'' \cdot m \cdot \frac{k q^2}{x^2}$$

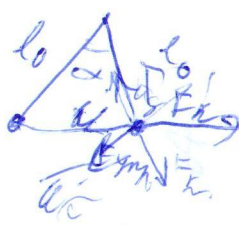
$$x'' \cdot x = \frac{k q^2}{x}$$



$$\frac{k q^2}{l_0} = \frac{(l_0 - x) \cdot k}{2}$$

$$\frac{k q^2}{l_0 + x} + \frac{(l_0 + x)^2 \cdot k}{2} = \text{const}$$

$$= \frac{k q^2}{(l_0 + x)^2} + \frac{(l_0 + x) \cdot k}{2} = 0$$



$$\frac{k q^2}{x^2} = k_0 \cdot \frac{(l_0 - x) \cdot k q^2}{x} + \frac{x^2 \cdot k_0}{2}$$

$$k_0 = \frac{k q^2}{0.1 \cdot 0.25} = 40 k^1 \cdot 2$$

$$- \frac{k q^2}{x^2} + k_0 x = 0$$

$$x_0 \cdot x = \frac{k q^2}{k_0}$$

$$\left( \frac{k q^2}{x} + \frac{x^2 \cdot k_0}{2} \right) \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{x' k q^2}{x^2} + \frac{2 x' \cdot x \cdot k_0}{2} =$$

=