00-39-99-36
(178.3)

Олимпиада ПВГ
2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 06

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников покори воробьевы горы

по физике

Пахомова Михаила Вадимовича
фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата
«22» марта 2016 года

Подпись участника

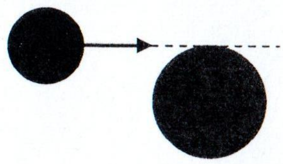
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2016 года
БИЛЕТ № 06 (10-11 классы)

00-39-99-36
(178.3)

Задание 1:

Вопрос: Гладкая шайба, скользящая по горизонтальной поверхности, столкнулась с такой же (по размеру и массе) покоящейся шайбой. Вектор ее скорости в результате удара повернулся на 30°. Под каким углом к направлению движения налетающей шайбы направлен вектор скорости другой шайбы после удара?

Задача: Гладкая цилиндрическая шайба покоится на гладкой горизонтальной поверхности. В нее врезается шайба, изготовленная из того же материала, той же высоты, радиус которой в $n = 1{,}5$ раза меньше, чем у покоящейся. Линия движения центра налетающей шайбы касается боковой поверхности покоящейся. Под какими углами к направлению движения налетающей шайбы будут двигаться шайбы после упругого удара?



Задание 2:

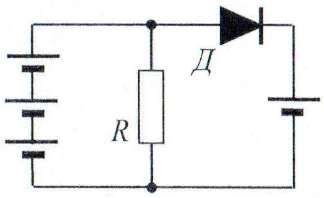
Вопрос: Как выглядит диаграмма изобарного процесса над одноатомным идеальным газом в координатах $A - U$ («совершенная газом работа – внутренняя энергия»), выходящая из точки (A_0, U_0)?

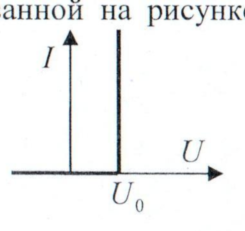
Задача: Давление одного моля одноатомного идеального газа изохорически изменили от начального до некоторого значения. Затем изобарически уменьшили объем газа в $n = 3$ раза. После этого газ изохорически перевели в конечное состояние. Зная, что температура газа в конечном состоянии в $k = 1{,}2$ раза превышает его температуру в начальном состоянии и что полное количество теплоты, которым обменялся газ с внешними телами, равно нулю, найти отношение максимального давления газа к минимальному в этом процессе.

Задание 3:

Вопрос: Резистор и идеальный диод соединены последовательно и подключены к полюсам источника, величина напряжения которого остается постоянной, а полярность изменяется на противоположную каждую секунду. Как изменится тепло, выделяющееся в резисторе за 10 секунд, если его с тем же диодом подключить к полюсам этого источника параллельно?

Задача: В схеме, показанной на рисунке слева, диод *Д* не является идеальным – его вольтамперная характеристика показана на рисунке справа. Все источники одинаковы, их внутреннее сопротивление равно r, а сопротивление резистора $R = 2r$. Найдите зависимость мощности тепловыделения в резисторе от величины ЭДС источников. Пороговое напряжение диода U_0 считать известным.





Задание 4:

Вопрос: Чему может быть равно увеличение (отношение размера изображения к размеру предмета), даваемое тонкой рассеивающей линзой?

Задача: Точечный источник света размещен на главной оптической оси тонкой рассеивающей линзы. Расстояние между источником и его изображением равно L_1. Если передвинуть источник в точку, где находится его изображение, то изображение сместится в ту же сторону на расстояние L_2. Найти оптическую силу линзы (напомним, что у рассеивающей линзы она считается отрицательной).

00-39-99-36
(178.3)

Олимпиада ПВГ 2016

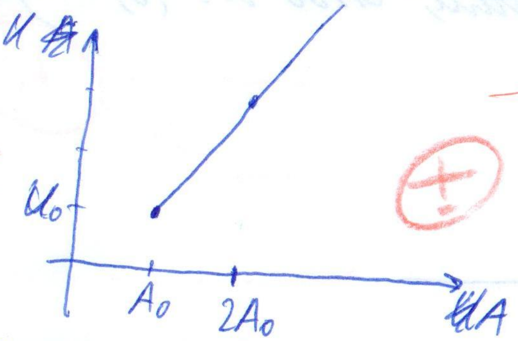
Чистовик.

Задача №2

Вопрос: работа газа в изобарном процессе $A=P\Delta V$, при этом изменения внутренней энергии $\Delta U = U - U_0 = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}P\Delta V$ (т.к. одноатомный)

Тогда, $A = \frac{2}{3}U - \cancel{\frac{2}{3}U_0}$ $\boxed{U=\frac{3}{2}A \cancel{+U_0}}$

При этом $U_0 = \frac{3}{2}A_0$



Задача: запишем второй закон термодинамики для всего процесса (работа совершалась только на одном участке)

$Q=0=P_2 V_2\left(\frac{1}{n}-1\right)+\frac{3}{2}\nu R T_1 (k-1)$

(где P_2, V_2 – давл. и объем во втором сост., T_1 – темпер. в первом)

Причем по Клапейрону-Менделееву:

$\frac{P_1V_1}{T_1}=\nu R \Rightarrow \frac{T_1}{V_1}=\frac{P_1}{\nu R}$, причем $V_2=V_1$

$P_2\left(\frac{1}{n}-1\right)=\frac{3}{2}P_1(k-1) \Rightarrow \frac{P_2}{P_1}=\frac{\frac{3}{2}(k-1)}{\frac{1}{n}-1}=0{,}45$

Это значит, что $P_2<P_1$.

Тогда $P_4>P_1>P_2$ $\left(\frac{P_4\cdot\frac{V_1}{n}}{kT_1}=\nu R \Rightarrow P_4=knP_1\right)$

Тогда $\max P = P_4$
$\min P = P_2$

$$\frac{P_4}{P_2}=\frac{knP_1\cdot\left(\frac{1}{n}-1\right)}{P_1\cdot\frac{3}{2}(k-1)} = \cancel{0{,}45\cdot 3\cdot 1{,}2 = \frac{6}{5}\cdot 3\cdot 0{,}45} = 8$$

Ответ: в 8 раз: $\frac{P_4}{P_2}=\frac{2kn\left(\frac{1}{n}-1\right)}{3(k-1)}=8$.

чистовик.

Задача №4

Вопрос: увеличение линзы $\Gamma = \frac{h}{H} = \frac{f}{d}$, где d - расст. до источ., f - до изобр.
По формуле тонкой линзы:

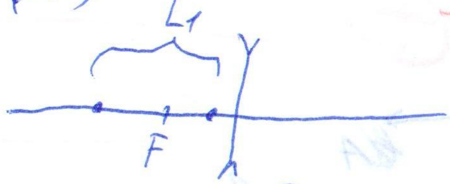
$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F} \Rightarrow f = \frac{dF}{d+F}$$

Тогда, $\Gamma = \frac{F}{d+F}$. Заметим, что $d \in (0;+\infty) \Rightarrow \Gamma \in (0;1)$

5

Ответ: $\Gamma \in (0;1)$.

Задача:



Заметим, что изображение в рассеивающей линзе всегда ближе к линзе, чем сам предмет. Тогда

$$\begin{cases} \frac{1}{d} - \frac{1}{f} = D \\ \frac{1}{f} - \frac{1}{f-L_2} = D \text{ - после перемещения} \\ L_1 = d - f \Rightarrow d = L_1 + f \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{L_1+f} - \frac{1}{f} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f-L_2}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{f = \frac{2L_1L_2}{L_1-L_2}} \Rightarrow D = \frac{1}{L_1+f} - \frac{1}{f} = \frac{-L_1}{(L_1+f)f} =$$

$$= -\frac{1}{\left(1+\frac{2L_2}{L_1-L_2}\right)\cdot\frac{2L_1L_2}{L_1-L_2}} = -\frac{(L_1-L_2)^2}{2(L_1+L_2)L_1L_2}$$

Ответ: $D = -\frac{(L_1-L_2)^2}{2(L_1+L_2)L_1L_2}$, то есть при $L_1 = L_2$ $D = 0$.

20

00-39-99-36
(178.3)

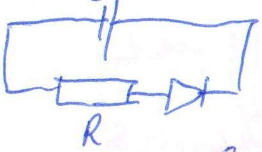
ОЛИМПИАДА ПВГ 2016

Чистовик

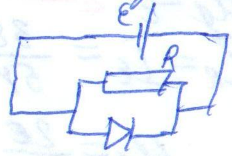
Задача 3

Вопрос:

1 ситуация



2 ситуация



1 сит.: очевидно, что ток будет идти только 5 сек., когда диод открыт $\Rightarrow$
$Q = 5\frac{\varepsilon^2}{R}$

2 сит.: одни 5 сек. диод будет открыт и весь ток будет идти через него; а в другие 5 сек. - он закрыт и идет через резистор.

$Q = 5\frac{\varepsilon^2}{R}$

они равны.

5

Ответ: не изменится.

Задача: рассмотрим две ситуации:

1) диод закрыт - $U_д < U_0$

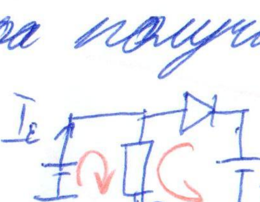
2) диод открыт - $U_д = U_0$

а) Начнем со второй:

по правилам Кирхгофа получим систему

$$\begin{cases} I_R \cdot 2r + \cancel{5I_R}\, 3I_\varepsilon r = 3\varepsilon \; + \\ I_R \cdot 2r + U_0 - I' r = \varepsilon \\ I' + I_R = I_\varepsilon \end{cases}$$

неверный знак



$$\begin{cases} 5I_R r + 3I' r = 3\varepsilon \\ I_R \cdot 2r + U_0 - I' r = \varepsilon \end{cases} \Rightarrow 11 I_R r + 3U_0 = 6\varepsilon$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} I_R = \frac{6\varepsilon - 3U_0}{11r} \\ I' = \frac{\varepsilon}{r} - \frac{5}{3}\cdot\frac{(6\varepsilon - 3U_0)}{11r} = \frac{\varepsilon}{r} - \frac{10\varepsilon \mp 5U_0}{11r} = \\ = \frac{\varepsilon + 5U_0}{11r} \quad (I' > 0 \text{ всегда}) \end{cases}$$

Тогда $I_R = \frac{6\varepsilon - 3U_0}{11r} \Rightarrow P(\varepsilon) = I_R^2 \cdot 2r = \frac{2(6\varepsilon - 3U_0)^2}{121r}$ чистов.

б) Рассмотрим первый случай, то есть диод закрыт и $U_g < U_0$:
по правилу Кирхгофа:

$I_R \cdot 2r - I'r + U_g = \varepsilon$ та же ошибка

Причем $I_R = I_\varepsilon = \frac{3\varepsilon}{5r}$, а $I' = 0$ в узле

$\frac{3\varepsilon}{5\cancel{r}} + U_g = \varepsilon \quad U_g = \frac{2\varepsilon}{5\cancel{r}}$ отсюда неверно

Тогда крайний случай при $U_g = U_0 \Rightarrow$

$\varepsilon = \frac{5U_0}{2} \Rightarrow$ при $\varepsilon < \frac{5U_0}{2}$ $P(\varepsilon) = \left(\frac{3\varepsilon}{5r}\right)^2 \cdot 2r =$

$= \frac{9\varepsilon^2 \cdot 2}{25r} = \frac{18\varepsilon^2}{25r}$

Ответ: при $\varepsilon \geq \frac{5U_0}{2}$ $P(\varepsilon) = \frac{2(6\varepsilon - 3U_0)^2}{121r}$

при $\varepsilon < \frac{5U_0}{2}$ $P(\varepsilon) = \frac{18\varepsilon^2}{25r}$.

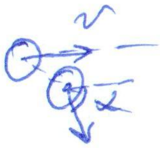
9б понимание
6б исполнение

15

~~Зада~~ Чистовик.

Задача №1.

Вопрос:



Пусть искомый угол α. Проведем ось OX вдоль скорости v первой шайбы до столкновения. Тогда запишем закон сохр. импульса и энергии:

$$\begin{cases} \cancel{m}v = \cancel{m}v_1 \cdot \cos 30^\circ + \cancel{m}v_2 \cdot \cos\alpha \\ 0 = \cancel{m}v_1 \cdot \sin 30^\circ - \cancel{m}v_2 \cdot \sin\alpha \\ v^2 = v_1^2 + v_2^2 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} v_1^2 \cdot \frac{3}{4} + v_1 v_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos\alpha + v_2^2 \cdot \cos^2\alpha = v_1^2 + v_2^2 \\ v_1 = 2v_2 \sin\alpha \end{cases}$$

$$3\sin^2\alpha + 2\sqrt{3} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha + \cos^2\alpha = 4\sin^2\alpha + 1$$

$$\cancel{2}\sin^{\cancel{2}}\alpha = \cancel{2}\sqrt{3}\ \cancel{\sin\alpha} \cdot \cos\alpha$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

Ответ: 60° +

Задача:

Также запишем уравнения, учитывая, что $m_2 = 2{,}25 m_1$ (т.к. $m = \rho V = \rho \cdot \pi r^2 \cdot h$)

$$\begin{cases} mv = mv_1 \cdot \cos\alpha + 2{,}25 v_2 \cdot \cos\beta \\ 0 = mv_1 \cdot \sin\alpha - 2{,}25 v_2 \cdot \sin\beta \\ v^2 = v_1^2 + v_2^2 \\ \alpha + \beta = 90^\circ - \text{т.к. шайбы „не щутся".} \end{cases}$$

??

+

65.

Решим систему: чистовик.

$$\begin{cases} v = v_1 \cos\alpha + 2{,}25 v_2 \cdot \sin\alpha \\ 2{,}25 v_2 \cdot \cos\alpha = v_1 \cdot \sin\alpha \Rightarrow v_1 = \frac{2{,}25 v_2 \cdot \cos\alpha}{\sin\alpha} \\ v^2 = v_1^2 + v_2^2 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$v_1^2 \cdot \cos^2\alpha + 4{,}5 v_1 v_2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha + 2{,}25^2 v_2^2 \cdot \sin^2\alpha = $$
$$= v_1^2 + v_2^2$$

$$2{,}25^2 \cos^4\alpha + 2{,}25^2 \cdot 2 \cdot \cos^2\alpha \cdot \sin^2\alpha + 2{,}25^2 \cdot \sin^4\alpha =$$
$$= \sin^2\alpha + 2{,}25^2 \cos^2\alpha$$

$$2{,}25^2 (\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)^2 = \sin^2\alpha + 2{,}25^2 \cos^2\alpha$$

$\cancel{2{,}25^2 = 1}$ $\quad 5{,}0625 = 1 + 4{,}0625 \cos^2\alpha$

$$\cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 0$$
$$\beta = 90^\circ$$

Ответ: первая шайба (которая была подвижна) будет двигаться под $\alpha = 0$; вторая $\beta = 90^\circ$.

00-39-99-36 (178,3)

Черновик.

№1

а)

$$\begin{cases} \cancel{m}V_1 = \cancel{m}V_1 \cos 30 + \cancel{m}V'_{2x} \\ 0 = mV_1 \sin 30° - mV'_{2y} \end{cases}$$

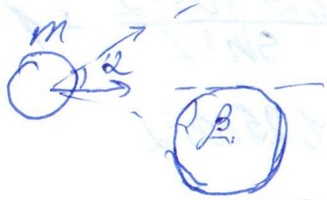
$$\frac{\cancel{m}V^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2}$$

$V_y' = \frac{V_1}{2}$

$V_x' = V\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow V' = V\sqrt{\frac{1}{4} + 1 - \sqrt{3} + 3}$

$tg\,\alpha = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$

б)

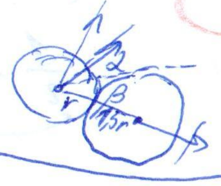


$m = \rho V = \rho \cdot \pi r^2 \cdot h$

2,25m

$$\begin{cases} \cancel{m}V = \cancel{m}V_{1x} + 2{,}25\cancel{m}V_{2x} \\ 0 = \cancel{m}V_{1y} - 2{,}25\cancel{m}V_{2y} \\ \frac{\cancel{m}V^2}{2} = \frac{\cancel{m}V_1^2}{2} + \frac{\cancel{m}V_2^2}{2} \\ V_1^2 = V_{1x}^2 + V_{1y}^2 \\ V_2^2 = V_{2x}^2 + V_{2y}^2 \end{cases}$$

$\alpha, \beta - ?$



Вопрос:

$$\begin{cases} V = V_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + V_{2x} \cdot \cos\alpha \\ V_2 \cdot \sin\alpha = V_1 \cdot \cancel{\sin 3} \cdot \frac{1}{2} \\ V^2 = V_1^2 + V_2^2 \end{cases}$$

$V_1 = 2V_2 \cdot \sin\alpha \quad V = \sqrt{3}\, V_2 \sin\alpha + V_2 \cdot \cos\alpha$

$3\cancel{V_2^2} \sin^2\alpha + 2\sqrt{3}V_2^2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha + V_2^2\cos^2\alpha =$

$= 4V_2^2 \sin^2\alpha + V_2^2$

$\cancel{1} + 2\sin^2\alpha + 2\sqrt{3}\sin\alpha \cdot \cos\alpha = 4\sin^2\alpha + \cancel{1}$

$\sqrt{3}\,\cancel{\sin\alpha} \cos\alpha = \sin^2\alpha$

$tg\,\alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60°$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик.

$\cancel{m}v = \cancel{m}v_1 \cdot \cos\alpha + 2{,}25 v_2 \cdot \cos\beta^{=\sin\alpha}$

$0 = \cancel{m} v_1 \cdot \sin\alpha - 2{,}25 v_2 \cdot \sin\beta$ $\cos\alpha$

$v^2 = v_1^2 + v_2^2$

$\alpha + \beta = 90^\circ$

$v_1 = \dfrac{2{,}25 v_2 \cdot \cos\alpha}{\sin\alpha}$

$\Downarrow$

$v_1^2 \cos^2\alpha + 2{,}25^2 v_2^2 \cancel{\dfrac{\cos^2 2\alpha}{\sin^2\alpha}} = v_1^2 + v_2^2$

$\dfrac{2{,}25^2 \cdot \cos^4\alpha}{\sin^2\alpha} + 2{,}25^2 \cdot \sin^2\alpha = \dfrac{2{,}25 \cdot \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} + 1$

$2{,}25^2 (\cos^4\alpha + \sin^4\alpha) = 1 + 1{,}25\cos^2\alpha$

$1 - 2\sin^2\alpha$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$$\begin{array}{r} 2{,}25 \\ \times\ 2{,}25 \\ \hline 1125 \\ 450 \\ 450 \\ \hline 5{,}0625 \end{array}$$

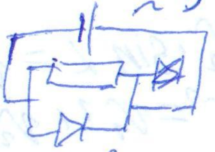
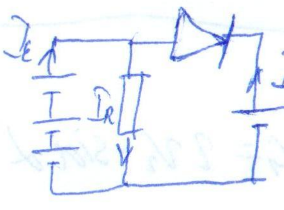
$\left(\dfrac{\cos 2\alpha + 1}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{1 - \cos 2\alpha}{2}\right)^2 = \dfrac{1 + 1{,}25\cos^2\alpha}{2{,}25^2}$

$\dfrac{1}{2} + 2\cos^2 2\alpha = \dfrac{2 \cdot 6\cos^2\alpha + 8}{8 \cdot 2{,}25^2} = \dfrac{6 \cdot \cos 2\alpha + 14}{9 \cancel{100} \cdot 4{,}5}$

$\times\ \begin{array}{r} 2{,}25 \\ 2{,}25 \end{array}$

$U = \mathcal{E} - I_\varepsilon r$

№ 3

а)   

$5 U^2/R$ $\quad$ $5\dfrac{U^2}{R}$ ← такие же

б) $P(\mathcal{E}) = UI = I_R \cdot U = I_R^2 \cdot 2r$

$\cancel{U\ I\ R + 2}\ I_R 2r + 3 I_\varepsilon r = 3\mathcal{E}$ $\qquad$ $I' + I_\varepsilon = I_R \Rightarrow I_\varepsilon = I_R - I'$

$I_R \cdot 2r + U_0 - I' r = \mathcal{E}$ $\qquad$ $\cancel{U = \mathcal{E} + I' r} - I_R \cdot 2r$

$\cancel{U = U_0}$ $\begin{cases} \cancel{I_R \cdot 2r} + 5 I_R r - 3 I' r = 3\mathcal{E} \\ I_R \cdot 2r + U_0 - I' r = \mathcal{E} \end{cases}$

$I_R r + 3U = 0$

$\begin{cases} I_R = -\dfrac{3U}{r} \\ I' = -\dfrac{15U - 3\mathcal{E}}{3r} = -\dfrac{5U + \mathcal{E}}{r} \end{cases}$

$\cancel{U = \mathcal{E} + 5U}$

$\cancel{\mathcal{E}}\ \cancel{-6U}\ \cancel{-6U + U}$

$I_R \cdot 2r = U - \mathcal{E}$

$\cancel{-3U}$ $-6U = U - \mathcal{E}$

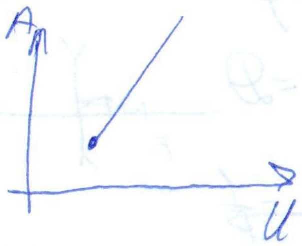
$7U = \mathcal{E}$ $\quad \cancel{U = 0}$

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик.

1) $Q = A + \Delta U = P\Delta V +$



$A = P\Delta V = \nu R\Delta T$

$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$

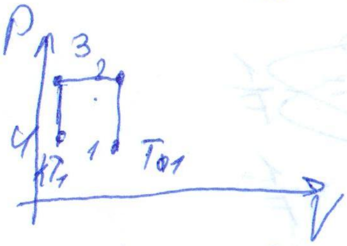
$U - U_0 = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$

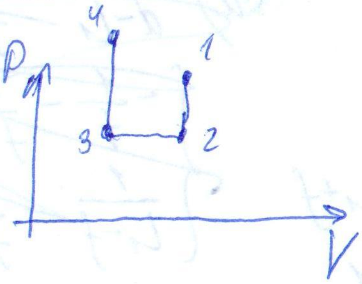
$A = \frac{3}{2}\Delta U$

№1(d)

№3

2)





$V_3 = \frac{V_2}{n}$ $\quad P_2$

$Q = P_2\Delta V + \frac{3}{2}\nu R\Delta T = +P_2 \cdot V_1\left(\frac{1}{n} - 1\right) + \frac{3}{2}\nu R\left(kT_1 - T_1\right) = 0$

$\frac{P_1V_1}{T_1} = \nu R \Rightarrow \frac{T_1}{V_1} = \frac{P_1}{\nu R}$ $\quad \frac{P_4\frac{V_1}{n}}{kT_1} = \nu R$ $\quad P_4 = \frac{\nu R k n T_1}{V_1}$

$P_2V_1\left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{3}{2}\nu R T_1(k-1)$

$P_2\left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{3}{2}P_1(k-1)$ $\quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{3}{2}(k-1)}{1-\frac{1}{n}} = \frac{\frac{3}{2}\cdot 0,2}{1-\frac{1}{3}} =$

$\frac{3\cdot 0,1}{\frac{2}{3}} = \frac{9\cdot 0,1}{2}$ $\quad 0,9 \quad 0,45$

$= \frac{9\cdot 0,2}{2\cdot 2} = \frac{1,8}{4} =$

$= 0,45$

$\frac{P_4}{P_2} = \frac{\left(1-\frac{1}{n}\right)\cdot P_1 \cdot kn}{\frac{3}{2}P_1(k-1)} = \frac{1,2\cdot 3\cdot \frac{2}{3}}{\frac{3}{2}\cdot 0,2} =$

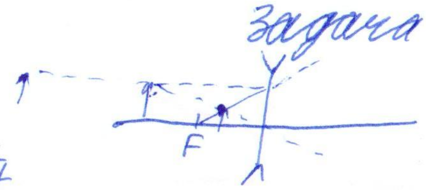
$= \frac{1,2\cdot 3\cdot 2}{9\cdot 0,1} = \frac{0,4\cdot 2}{0,1} = 8$ $\quad 0,45$

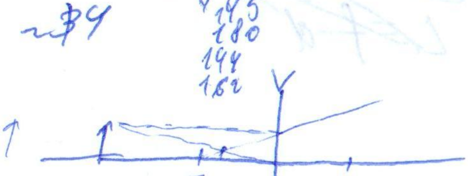
$\times\ 1,8 \quad 0,9 \quad 162$

2 3 3,6 1,45 180 144 162

Задача №4

$\Gamma = \frac{h}{H}$



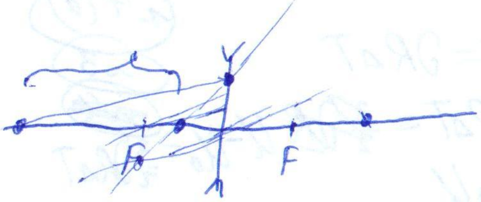


$\Gamma = \frac{f}{d}$

$+\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}$ $\quad f = \frac{dF}{F+d}$

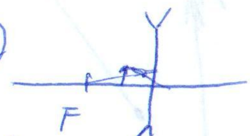
$\Gamma = \frac{F}{F+d}$

черновик.



$L_1 = \cancel{d+f}\ d-f$

$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F} = D$



a) $\cancel{\frac{1}{d-L_1} - \frac{1}{f-L_2} = -\frac{1}{F}}$

a) $\begin{cases} \frac{1}{d} - \frac{1}{f} = D \\ \frac{1}{f} - \frac{1}{f-L_2} = D \\ L_1 = d-f \Rightarrow d = L_1+f \end{cases}$

$\cancel{\begin{cases} -\frac{1}{f} - \frac{1}{f-L_2} = -\frac{1}{F} \\ \frac{1}{L_1-f} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F} \end{cases}}$

$\frac{1}{f} - \frac{1}{f-L_2} = \frac{1}{L_1+f} - \frac{1}{f}$

$\cancel{\frac{2}{f}}$

L''

$\cancel{\frac{1}{L_1-f} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{f} - \frac{1}{f-L_2}}$

$\cancel{f} - L_2 = \cancel{f} - L_1 \Rightarrow$ не верно

$\cancel{d)\ \frac{1}{d+L_1}}$

$2(f-L_2)(L_1+f) = f(f-L_2) + f(L_1+f)$

$2(f^2 - L_1L_2 - L_2f + L_1f) = f^2 - L_2f + f^2 + fL_1$

$fL_1 - fL_2 - 2L_1L_2 = 0$

$f = \frac{2L_1L_2}{L_1-L_2} \Rightarrow D = \frac{1}{L_1+f} - \frac{1}{f} =$

$= \frac{\cancel{f} - L_1}{(L_1+f)f} =$

$= \frac{-1}{\left(1+\frac{2L_2}{L_1-L_2}\right)\frac{2L_2}{L_1-L_2}} =$

$= -\frac{(L_1-L_2)^2}{2(L_1+L_2)L_2}$

$\cancel{d)\ \frac{1}{d} - \frac{1}{f} = D}$

$\cancel{L_1 = f-d}$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ