22-08-29-20
(170.1)

Олимпиада ПВГ
2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

вых 11^{32} – 11^{39}

Вариант 02

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы!"

по физике

Неварко Александр Дмитриевич
фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата

«20» марта 2016 года

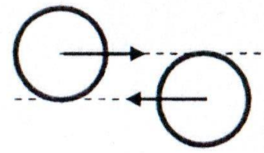
Подпись участника
АНев

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2016 года
БИЛЕТ № 02 (10-11 классы)

Задание 1:

Вопрос: Две упругие однородные шайбы, скользившие поступательно по гладкому льду, столкнулись. При каких условиях после удара они также будут двигаться поступательно?

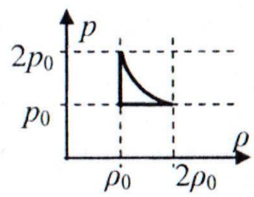
Задача: Два одинаковых упругих колечка радиуса R с шероховатой боковой поверхностью скользят навстречу друг другу по гладкой горизонтальной поверхности с одинаковыми по величине скоростями v_0. Линии движения центров колечек проходят по касательной к ним (см. рисунок). После удара они начали вращаться с угловыми скоростями $\omega = \dfrac{v_0}{4R}$. Найти величину скоростей движения центров масс колечек после удара.



Задание 2:

Вопрос: Идеальный газ участвует в процессе, в котором его температура изменяется от T_0 до $5T_0$, а график зависимости давления от температуры – парабола $p = p_0\left[1 + \dfrac{T^2}{4T_0^2}\right]$. Плотность газа в конце процесса равна ρ_K. Чему равна минимальная плотность газа в этом процессе?

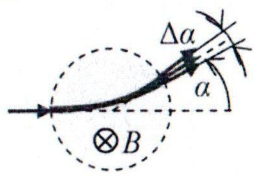
Задача: Постоянное количество гелия является рабочим телом тепловой машины, цикл которой в координатах «давление-плотность» показан на рисунке. Найти максимальное КПД этой тепловой машины (т.е в пренебрежении всеми потерями, кроме передачи тепла холодильнику). Криволинейный участок диаграммы – гипербола $p\rho = const$.



Задание 3:

Вопрос: Как может двигаться заряженная частица в однородном и постоянном магнитном поле (если других силовых полей нет)? Опишите все возможные случаи.

Задача: Узкий пучок ионов с одинаковым зарядом, но с немного различающимися массами направляют в область цилиндрической формы, в которой создано однородное магнитное поле, направленное по оси цилиндра. Скорость ионов перпендикулярна этой оси. После прохождения области пучок отклонился от направления первоначального движения на угол $\alpha = 30°$ и у него появилась расходимость с углом $\Delta\alpha \approx 0{,}6°$ (начальная расходимость была пренебрежимо мала по сравнению с этой). Найти (в процентах) разброс масс ионов пучка ($\Delta m / m = ?$).



Задание 4:

Вопрос: В каком случае двояковыпуклая тонкая линза может являться рассеивающей? Ответ обосновать.

Задача: Небольшая лампа подвешена на высоте $H = 1{,}8$ м над горизонтальной поверхностью стола. Между лампой и столом поместили линзу, оптическая сила которой $D = 2{,}5$ дптр, таким образом, что на столе наблюдалось четкое изображение нити лампы (плоскость линзы горизонтальна). Линзу переместили вниз на расстояние h, и оказалось, что и в этом случае на столе наблюдается четкое изображение нити. Найти h.

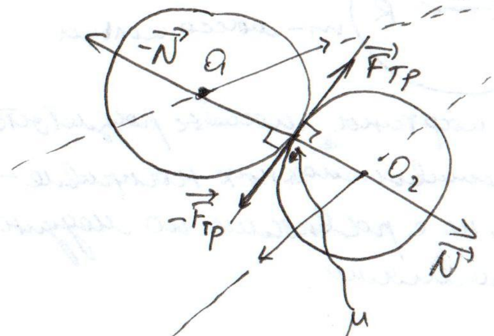
22-08-29-20 (170.1)

ОЛИМПИАДА ПВГ 2016

Чистовик

№1

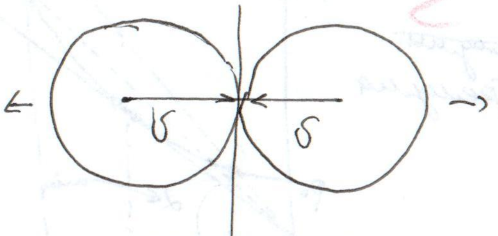
Вопрос:



1) Две упругие шайбы будут двигаться поступательно, если их ~~бок~~ боковые грани гладкие, то есть сил трения между ними возникать не будет, а следовательно и моментов сил, закручивающих шайбы не будет.
По II з-ну Ньютона, после соударения шайбы в ~~отсут~~ отсутствие сил будут двигаться равномерно прямолинейно и поступательно.

Между шайбами в момент соударения будут действовать силы реакции $\vec{N}$ и силы трения $|\vec{F}_{Tp}| \leq \mu N$
$\vec{N}$ будет проходить через центры шайб и не будет создавать закручивающий момент.
Но если $\mu \neq 0$ F_{Tp} будет закручивать шайбы, и они не будут двигаться поступательно.
$\vec{F}_{Tp} = -\mu N \cdot \frac{\vec{v}_{отн.рад.}}{v}$

2) Если удар лобовой, то есть вектора скоростей шаров лежат на одной прямой, то даже если боковые поверхности шаров шероховатые, $\vec{F}_{Tp} = -\mu N \cdot \frac{\vec{v}_{отн.рад.}}{v} = 0 \Rightarrow M_{закр.} = 0$
Далее они будут двигаться поступательно.



+

Оценка: 81 балл

81

1	2	3	4	Σ
5	5	5	5	
9	20	12	20	81

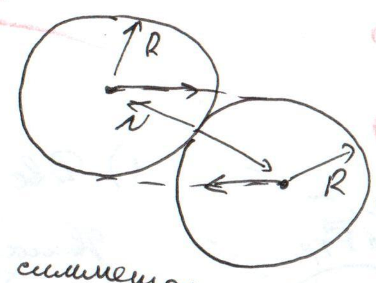
(Шрамко АМ)

(Никанов АК)

Задача Чистовик

R, $\omega = \frac{v_0}{4R}$, v_0

$v = ?$



Запишем закон сохранения энергии:

m – масса кольца

в силу симметрии картина, чтобы разлетятся в противоположных направлениях, но с равными по модулю скоростями.

$$\frac{mv_0^2}{2}\cdot 2 = \frac{mv^2}{2}\cdot 2 + \frac{J\omega^2}{2}\cdot 2 + Q_{Tp}$$

$J = mR^2$ для ~~но~~ однородного кольца

относительное перемещение колец при контакте

$Q_{Tp} = F_{Tp}\cdot\Delta x$ – теплота, выделившаяся при соударении из-за ~~игра~~ трения. Т.к. силы N очень большие, время контакта очень мало, поэтому контакт был точечным $\Rightarrow \Delta x = 0$

$Q_{Tp} = 0$ =

$$v_0^2 = v^2 + R^2\cdot\frac{v_0^2}{16R^2} \Rightarrow v^2 = \frac{15}{16}v_0^2 \qquad \boxed{v = \frac{\sqrt{15}}{4}v_0}$$

Ответ: $v = \frac{\sqrt{15}}{4}v_0$

№2

Вопрос

$T_0 \to 5T_0$

$p = p_0\left(1 + \frac{T^2}{4T_0^2}\right)$

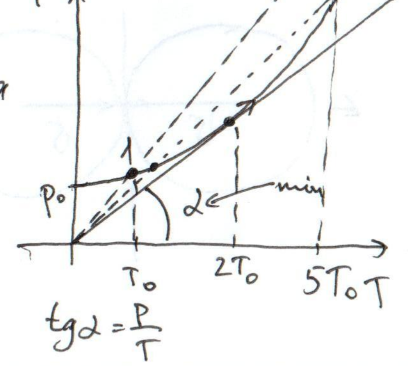
$\rho_к$

Ур-е Менделеева – Клапейрона:

$$pV = \nu RT \Rightarrow p = \frac{\rho}{\mu}RT \Rightarrow \rho = \frac{p\mu}{RT} = \frac{\mu}{R}\cdot\frac{p}{T}$$ – угол ~~касательной~~ прямой из $(0;0)$ к оси T.

Для нашего процесса:

$$\rho = \frac{p_0\mu}{R}\left(\frac{1}{T} + \frac{T}{4T_0^2}\right)$$

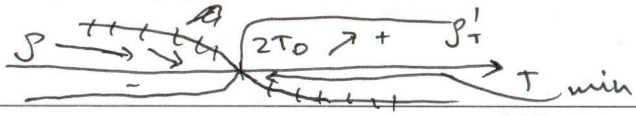


$tg\,\alpha = \frac{p}{T}$

$$\rho'_T = \frac{p_0\mu}{R}\left(-\frac{1}{T^2} + \frac{1}{4T_0^2}\right) = 0$$ ← условие ~~минимума~~ экстремума

$\Downarrow$

$$\frac{1}{T^2} = \frac{1}{4T_0^2} \Rightarrow \boxed{T = 2T_0}$$



Чистовик

Значит $\rho_{min} = \dfrac{p_0\left(1+\dfrac{4T_0^2}{4T_0^2}\right)\mu}{R\cdot 2T_0} = \dfrac{p_0\mu}{RT_0}$

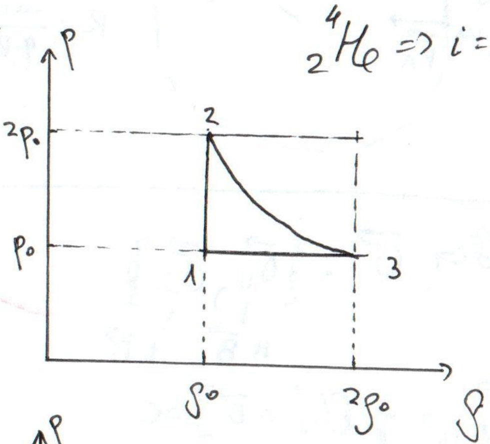
Из ур-я М-К: $p_0\left(1+\dfrac{25T_0^2}{4T_0^2}\right) = \dfrac{\rho_к}{\mu}R\cdot 5T_0$

$\dfrac{p_0\mu}{RT_0} = \rho_к\cdot\dfrac{5\cdot 4}{29} = \dfrac{20}{29}\rho_к = \rho_{min}$

Ответ: $\rho_{min} = \dfrac{20}{29}\rho_к$ +

Задача

Перерисуем график из $p-\rho$ в $p-V$ $\quad {}^4_2He \Rightarrow i=3$



$\rho = \dfrac{m}{V}$ $\quad m=const$

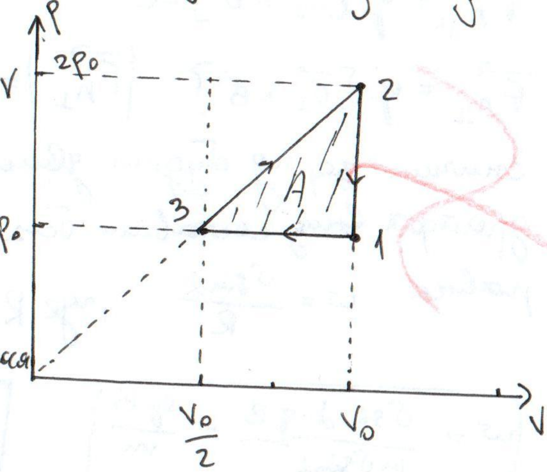
$\rho_0 = \dfrac{m}{V_0}$ $\quad 2\rho_0 = \dfrac{2m}{V_0}$

$\rho_0 - V_0$ $\quad 2\rho_0 - \dfrac{V_0}{2}$

$1\to 2$ $\quad \rho = const \Rightarrow V = const$

$2\to 3$ $\quad p\rho = const \Rightarrow \dfrac{p}{V} = const \Rightarrow p = \alpha V$

$3\to 1$ $\quad p = const$



$A = \dfrac{p_0\cdot V_0}{2}\cdot\dfrac{1}{2} = \dfrac{p_0V_0}{4}$ – работа за цикл

Машина тепловая, а не холодильная

$\Rightarrow$ цикл $1\to 3\to 2\to 1$

$Q_{32} = \dfrac{3}{2}\left(2p_0V_0 - \dfrac{p_0V_0}{2}\right) + \dfrac{V_0}{2}\cdot\dfrac{3p_0}{2} = 3p_0V_0 > 0$

$Q_{21} = \dfrac{3}{2}\left(p_0V_0 - 2p_0V_0\right) = -\dfrac{3}{2}p_0V_0 < 0$

$Q_{13} = \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{p_0V_0}{2} - p_0V_0\right) - \dfrac{p_0V_0}{2} = -\dfrac{\cancel{11}\,5}{4}p_0V_0 < 0$

$\Rightarrow$ $Q_+ = 3p_0V_0$, $\quad Q_- = -\dfrac{11}{4}p_0V_0$

$\eta = \dfrac{A}{Q_+} = \dfrac{1}{4\cdot 3} = \dfrac{1}{12}$

Ответ: КПД $\eta = \dfrac{1}{12}$ +

Чистовик

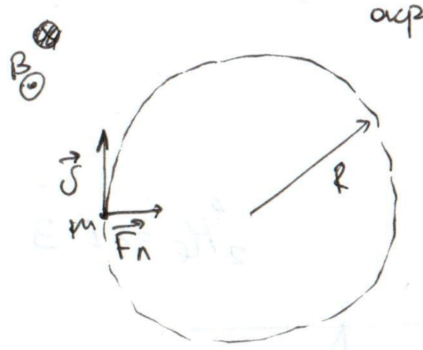
№3

Вопрос:

$\vec{F_л} = q\cdot[\vec{v}\times\vec{B}]$

1) $\vec{v} \perp \vec{B}$ $\vec{F_л} \perp \vec{v}$ $\forall t$ =>

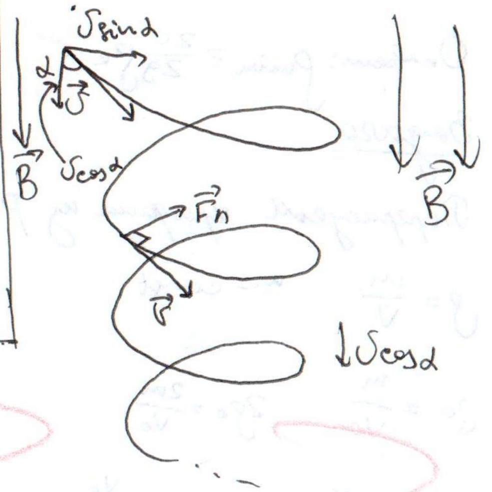
=> траектория = дуга окружности (в области B)



$qvB = \frac{mv^2}{R}$

$R = \frac{mv}{qB}$

2) $\vec{v} \not\perp \vec{B}$ $\angle(\vec{v};\vec{B}) = \alpha$



Разл. $\vec{v}$: $\{\vec{v}_{\parallel}, \vec{v}_{\perp}\}$ ($\vec{v}_{\parallel} \parallel \vec{B}$, $\vec{v}_{\perp} \perp \vec{B}$)

$\vec{F_л}_{\parallel} = q[\vec{v}_{\parallel} \times \vec{B}] = 0$

$\vec{F_л}_{\perp} = q[\vec{v}_{\perp} \times \vec{B}]$ $|\vec{F_л}_{\perp}| = qv_{\perp}B = qvB\sin\alpha$

Значит заряд будет двигаться по спирали. Скорость дрейфа вниз составит $v\cos\alpha$, угловая скорость будет равна $\omega = \frac{v\sin\alpha}{R}$, где $R = \frac{mv\sin\alpha}{qB}$

+

3) $\angle(\vec{v};\vec{B}) = 0$

$F_л = 0$ => равномерное прямолинейное движение

$$\boxed{\omega = \frac{v\sin\alpha\cdot qB}{mv\sin\alpha} = \frac{qB}{m}}$$

Задача

$\Delta\alpha = 0{,}6°$

~~sin~~ $\alpha = 30°$

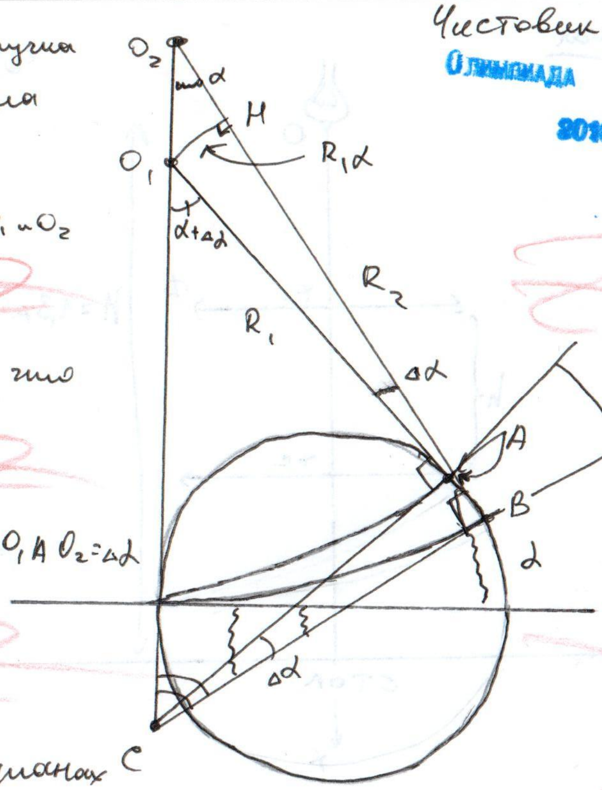
Из выше написанного частицы будут двигаться по дугам окружностей, радиусами

$R_1 = \frac{mv}{qB}$ $R_2 = \frac{(\Delta m + m)v}{qB}$

$R \in [R_1; R_2]$

Чистовик

Проведём $\perp$ к краям пучка на вылете и к пучку на входе. Они пересекутся в центрах окружностей O_1 и O_2



$O_2B = R_2$ $O_1A = R_1$

Т.к. $\Delta\alpha$ мал, считаем, что $AB \ll R_2 - R_1$

Тогда $\angle CO_2B = \alpha$ $\Rightarrow \angle O_1AO_2 = \Delta\alpha$

$\angle CO_1A = \alpha + \Delta\alpha$

$O_1H \perp O_2B$

т.к. α мал

$O_1H \simeq R_1\Delta\alpha$, где α в радианах

$BH \simeq R_1 \Rightarrow O_2H = \Delta R = R_2 - R_1 = ctg\,\alpha \cdot O_1H$

$\Delta R = R_1\Delta\alpha \cdot ctg\,\alpha$

$\Delta R = \frac{\Delta m v}{qB} \Rightarrow \frac{\Delta R}{R_1} = \frac{\Delta m}{m} = \frac{R_1 \cdot \Delta\alpha \cdot ctg\,\alpha}{R_1}$

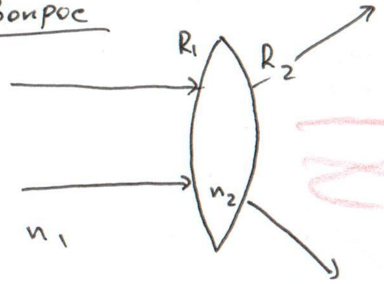
$\frac{\Delta m}{m} = \Delta\alpha \cdot ctg\,\alpha \simeq \sqrt{3} \cdot \frac{0{,}6^\circ}{180^\circ} \cdot 2\pi \approx 1{,}7 \cdot \frac{0{,}6 \cdot 3{,}14 \cdot 2}{180} \simeq 3{,}57\%$

Ответ: $\frac{\Delta m}{m} \simeq 3{,}57\% = \Delta\alpha \cdot ctg\,\alpha$

$\mp$

№4

Вопрос



Запишем ф-лу „шлифовщика":

$$\frac{1}{F} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Если линза двояковыпуклая, то

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} > 0$$

~~Ел~~ У рассеивающей линза $F < 0 \Rightarrow$ если $\frac{n_2}{n_1} - 1 < 0 \Leftrightarrow n_2 < n_1$, то такая линза будет рассеивающей.

Например: тонкая воздушная линза в воде.

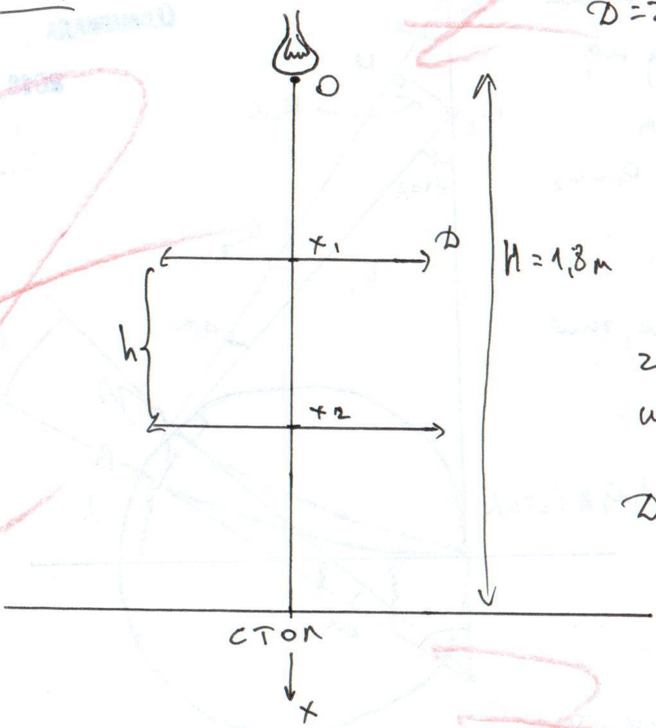
$\boxed{n_2 < n_1}$ — ответ

+

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

Задача

Чистовик



$D = 2{,}5$ Дптр

Т.к. $D > 0$ линза собирающая

Запишем ф-лу линзы, при условии, что на столе получено изображение:

$$D = \frac{1}{x} + \frac{1}{H-x}$$

$$D = \frac{H}{x(H-x)} \Leftrightarrow -Dx^2 + DHx = H \Leftrightarrow Dx^2 - DHx + H = 0$$

квадратное ур-е на x. ~~Имеет 2 решение~~

$$x_{1,2} = \frac{DH \pm \sqrt{D^2H^2 - 4DH}}{2D}$$

При $D^2H^2 - 4DH > 0$ есть 2 решения

$$D^2H^2 - 4DH = 2{,}5^2 \cdot 1{,}8^2 - 4 \cdot 2{,}5 \cdot 1{,}8 = \frac{9}{4} > 0$$

Очевидно, что тогда $x_2 - x_1 = h$, т.к. только в этих положениях на столе будет изображение.

$$h = \frac{\sqrt{D^2H^2 - 4DH}}{D} = \frac{3 \cdot 4}{2 \cdot 10}\text{ м} = 0{,}6\text{ м}$$

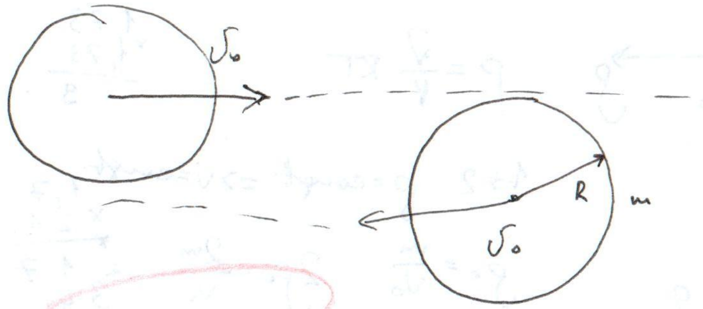
Ответ: $h = 0{,}6\text{ м} = \frac{\sqrt{D^2H^2 - 4DH}}{D}$

+

6

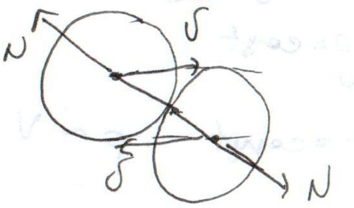
Черновик

№1



$\omega = \frac{v_0}{4R}$

$J = mR^2$



ЗСЭ:

$$\frac{2mv_0^2}{2} = \frac{2mv_1^2}{2} + 2\cdot\frac{J\omega^2}{2}$$

$$\cancel{m}v_0^2 = \cancel{m}v_1^2 + \cancel{m}\cancel{R^2}\cdot\frac{v_0^2}{16\cancel{R^2}}$$

$$v_1^2 = v_0^2\left(1-\frac{1}{16}\right) = \frac{15}{16}v_0^2$$

$$v_1 = \frac{\sqrt{15}}{4}v_0$$

№2

$\frac{25}{4}+1=\frac{29}{4}$

$T_0 \to 5T_0$ $\quad \rho_к$ $\qquad p = p_0\left(1+\frac{T^2}{4T_0^2}\right)$

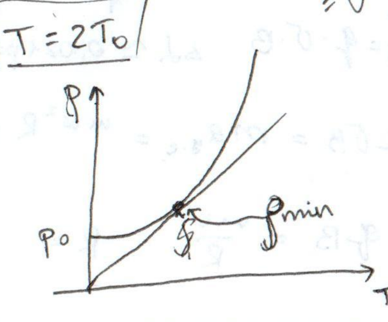
$\rho_{min} = ?$ $\quad pV = \nu RT$ $\quad p = \frac{\rho}{\mu}RT$ $\quad \rho = \frac{p\mu}{RT} = \frac{\mu}{R}\cdot\frac{p_0\cdot(4T_0^2+T^2)}{4T_0^2T} =$

$= \frac{p_0\mu}{R}\left(\frac{1}{T}+\frac{T}{4T_0^2}\right)$ $\quad \rho'_T = \frac{p_0\mu}{R}\left(-1\cdot\frac{1}{T^2}+\frac{1}{4T_0^2}\right) = 0$

$-\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=-\frac{5}{4}$

$x^{n\prime} = nx^{n-1}$

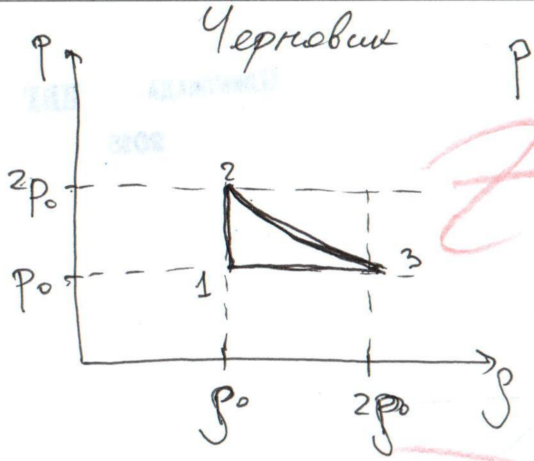
$\frac{1}{4T_0^2} = \frac{1}{T^2}$ $\qquad \boxed{T = 2T_0}$



$$\rho_{min} = \frac{p\mu}{RT} = \frac{p_0\mu}{R\cdot 2T_0}\left(1+\frac{4T_0^2}{4T_0^2}\right) = \frac{p_0\mu}{RT_0}$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик



$p \cdot \rho = const$

$p = \frac{\rho}{\mu} RT$

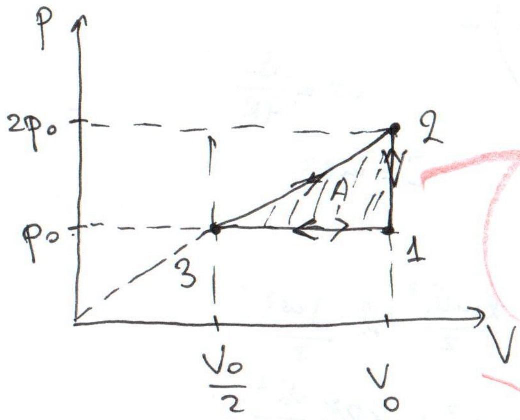
$\rho = \frac{m}{V}$

$p = \frac{\nu}{V} RT$

${}^4_2He$

$1{,}72 \times 1{,}72$: 344, 1204, 172, $2{,}9584$

$1{,}73 \times 1{,}73$: 9



$1 \to 2 \quad \rho = const \Rightarrow V = const$

$\rho_0 = \frac{m}{V_0} \qquad 2\rho_0 = \frac{2m}{V_0}$

$1{,}7 \times 2{,}1$: 17, 34, $3{,}57$

$\rho_0 - V_0 \qquad 2\rho_0 - \frac{V_0}{2}$

$2 \to 3 \quad p \cdot \rho = const$

$\frac{p}{V} = const \qquad p \sim V$

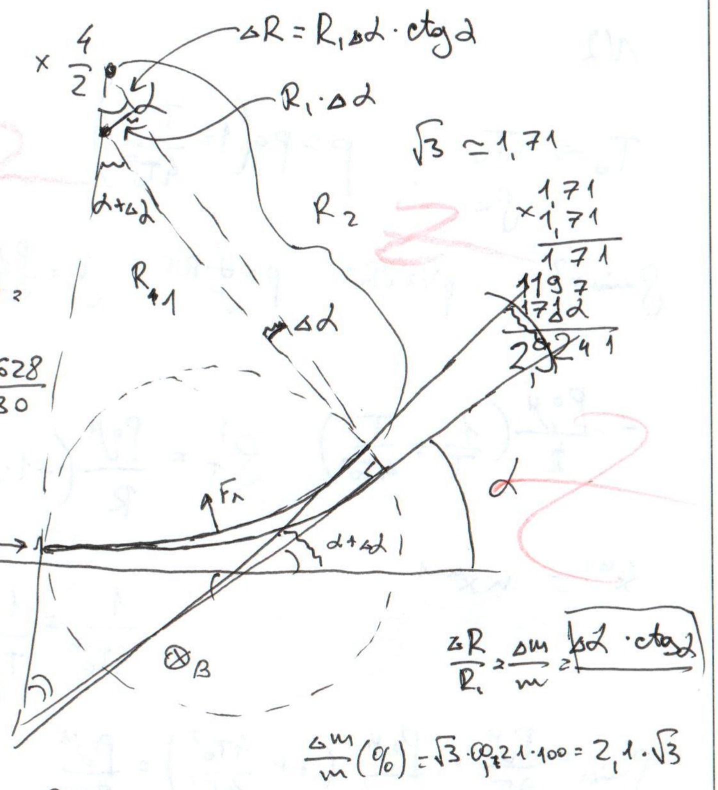
$3 \to 1 \quad p = const$

$A = \frac{V_0}{2} \cdot p_0 \cdot \frac{1}{2} = \frac{p_0 V_0}{4}$

$Q_+ = \Delta U + A = \frac{3}{2}\left(2p_0V_0 - \frac{p_0V_0}{2}\right) + \frac{V_0}{2} \cdot \frac{3p_0}{2} = p_0V_0\left(3 - \frac{3}{4} + \frac{3}{4}\right) = 3 p_0V_0$

$\nu R \Delta T = 2p_0V_0 - \frac{p_0V_0}{2} = \frac{3}{2} p_0V_0$

$\eta = \frac{1}{4 \cdot 3} = \frac{1}{12}$



$\sqrt{3} \simeq 1{,}71$

$1{,}71 \times 1{,}71$: 171, 1197, 171, $2{,}9241$

№3

$\Delta\alpha = 0{,}6° = \frac{0{,}6}{180} \cdot 2 \cdot 3{,}14 = \frac{0{,}6 \cdot 6{,}28}{180} = \frac{0{,}628}{30}$

$\Delta\alpha \approx 0{,}6°$

$\alpha = 30°$

$\frac{\Delta m}{m} = ?$

$0{,}628 : 30 = 0{,}0208 \approx 0{,}021$

$F_Л = q \cdot v \cdot B \qquad \Delta\alpha \simeq 0{,}021$ рад.

$qvB = ma_{ц.с.} = m\omega^2 R = \frac{mv^2}{R}$

$qB = \frac{mv}{R} \qquad R = \frac{mv}{qB} \qquad \frac{R_1}{R_2} = \frac{m}{m + \Delta m}$

$\frac{\Delta R}{R_1} = \frac{\Delta m}{m} = \boxed{\Delta\alpha \cdot ctg\,\alpha}$

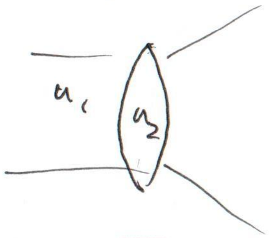
$\frac{\Delta m}{m}(\%) = \sqrt{3} \cdot 0{,}021 \cdot 100 = 2{,}1 \cdot \sqrt{3}$

$R_2 = R_1 + \Delta R$

$\frac{R_1 + \Delta R}{R_1} = 1 + \frac{\Delta R}{R_1} = 1 + \frac{\Delta m}{m}$

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

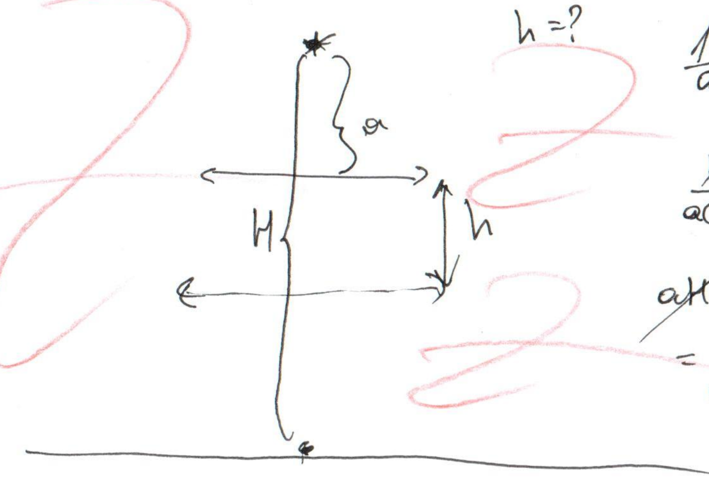
Черновик



$$\frac{1}{F} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$n_2 < n_1 \Rightarrow F < 0$

$h = ?$



$$\frac{1}{a} + \frac{1}{H-a} = \frac{1}{F} = \frac{1}{a+h} + \frac{1}{H-a-h}$$

$$\frac{H}{a(H-a)} = \frac{H}{(a+h)(H-a-h)}$$

$$aH + Hh - a^2 - ah - ah - h^2 =$$
$$= aH - a^2$$
$$h^2 + 2ah - Hh = 0$$

$h = 0$

$h + 2a - H = 0$

$-2a + H = h$

$$\frac{H}{a(H-a)} = D$$

$$aHD - a^2D - H = 0$$
$$a^2 \cdot D - a \cdot HD + H = 0$$
$$D = H^2D^2 - 4HD = 1{,}8^2 \cdot 2{,}5^2 - 4 \cdot 1{,}8 \cdot 2{,}5 =$$
$$\frac{9}{2}\left(\frac{9}{2} - 4\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{2} = \frac{9}{4}$$

$$\cancel{a = \frac{HD \pm \frac{9}{4}}{2D} = \frac{\frac{9}{2} \pm \frac{9}{4}}{5}} = \cancel{\frac{27}{20}} = \frac{9}{20}$$

$$1{,}8 \cdot 2{,}5 = \frac{18 \cdot 10}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{18 \cdot 10}{4} = \frac{9}{2}$$

$$\Delta a = \frac{9}{2 \cdot 5} = \frac{9}{10} = 0{,}9\text{м} = h$$

$$\boxed{\cancel{h = 1{,}8 - 0{,}9 = 0{,}9\text{м}}}$$

$$\cancel{\frac{27}{20} = \frac{2{,}7}{2} = 1{,}35\text{м}}$$

$$\frac{9}{2}\left(\frac{9}{2} - 4\right) = \frac{9}{4}$$
$$\frac{1}{2}$$

$$a = \frac{\frac{9}{2} \pm \frac{3}{2}}{5} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} = 1{,}2\text{м}; \quad \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0{,}6\text{м}$$

$\Delta = \frac{3}{5}$

Серебряный век — начало XX в конец [illegible]в.

~~По-моему, философ серебряного века Добролюбов~~

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!