72-77-65-58
(178.3)

Олимпиада ПВГ
2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

+1 лист

Вариант 06

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьевы горы"

по физике

Моторина Ивана Дмитриевича

фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата

«22» марта 2016 года

Подпись участника

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2016 года

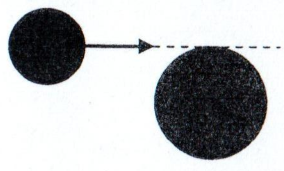
72-77-65-58
(178.3)

БИЛЕТ № 06 (10-11 классы)

Задание 1:

Вопрос: Гладкая шайба, скользящая по горизонтальной поверхности, столкнулась с такой же (по размеру и массе) покоящейся шайбой. Вектор ее скорости в результате удара повернулся на 30°. Под каким углом к направлению движения налетающей шайбы направлен вектор скорости другой шайбы после удара?

Задача: Гладкая цилиндрическая шайба покоится на гладкой горизонтальной поверхности. В нее врезается шайба, изготовленная из того же материала, той же высоты, радиус которой в $n = 1{,}5$ раза меньше, чем у покоящейся. Линия движения центра налетающей шайбы касается боковой поверхности покоящейся. Под какими углами к направлению движения налетающей шайбы будут двигаться шайбы после упругого удара?



Задание 2:

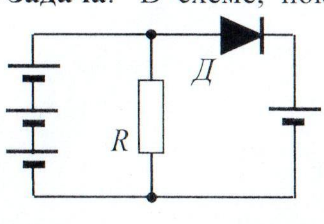
Вопрос: Как выглядит диаграмма изобарного процесса над одноатомным идеальным газом в координатах $A - U$ («совершенная газом работа – внутренняя энергия»), выходящая из точки (A_0, U_0)?

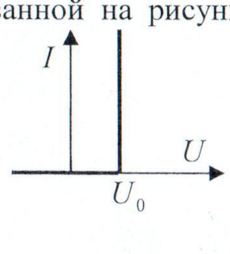
Задача: Давление одного моля одноатомного идеального газа изохорически изменили от начального до некоторого значения. Затем изобарически уменьшили объем газа в $n = 3$ раза. После этого газ изохорически перевели в конечное состояние. Зная, что температура газа в конечном состоянии в $k = 1{,}2$ раза превышает его температуру в начальном состоянии и что полное количество теплоты, которым обменялся газ с внешними телами, равно нулю, найти отношение максимального давления газа к минимальному в этом процессе.

Задание 3:

Вопрос: Резистор и идеальный диод соединены последовательно и подключены к полюсам источника, величина напряжения которого остается постоянной, а полярность изменяется на противоположную каждую секунду. Как изменится тепло, выделяющееся в резисторе за 10 секунд, если его с тем же диодом подключить к полюсам этого источника параллельно?

Задача: В схеме, показанной на рисунке слева, диод $Д$ не является идеальным – его





вольтамперная характеристика показана на рисунке справа. Все источники одинаковы, их внутреннее сопротивление равно r, а сопротивление резистора $R = 2r$. Найдите зависимость мощности тепловыделения в резисторе от величины ЭДС источников. Пороговое напряжение диода U_0 считать известным.

Задание 4:

Вопрос: Чему может быть равно увеличение (отношение размера изображения к размеру предмета), даваемое тонкой рассеивающей линзой?

Задача: Точечный источник света размещен на главной оптической оси тонкой рассеивающей линзы. Расстояние между источником и его изображением равно L_1. Если передвинуть источник в точку, где находится его изображение, то изображение сместится в ту же сторону на расстояние L_2. Найти оптическую силу линзы (напомним, что у рассеивающей линзы она считается отрицательной).

72-77-65-58
(178.3)

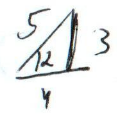
Т	1	2	3	4	Σ
	1	5	5	5	95
З	19	20	20	20	

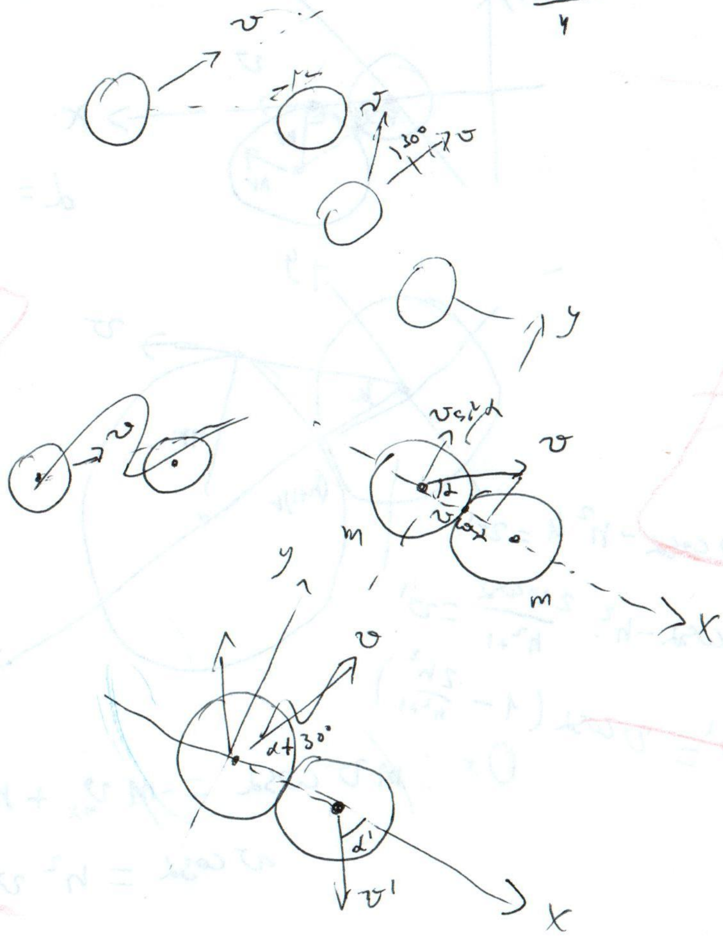
Оценка: 95 баллов.

ОЛИМПИАДА ПВГ 2016

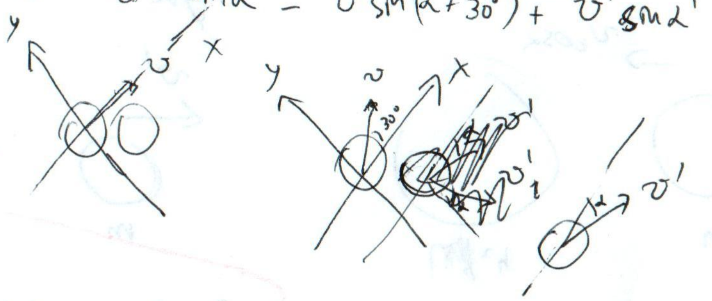
черновик.

$$\frac{\frac{5}{4}}{\frac{13}{4}}\cdot\frac{4}{3}=\frac{\frac{9}{4}-1}{\frac{9}{4}+1}\cdot\frac{4}{3}=\frac{20}{39}$$





~~СС: $v'\sin\alpha = v\sin(\alpha+30^\circ)+v'\sin\alpha'$~~



$$0 = mv\sin30^\circ - mv'\sin\alpha$$

$$mv\cos30^\circ + mv'\cos\alpha = mv$$

$$\cos30^\circ + \frac{v'}{v}\cos\alpha = 1 \qquad v\sin30^\circ = v'\sin\alpha$$

$$\frac{\cos\alpha}{2\sin\alpha} = 1-\frac{\sqrt3}{2} = \frac{2-\sqrt3}{2} \qquad \frac{v}{v'} = \frac{\sin\alpha}{\sin30^\circ} = 2\sin\alpha$$

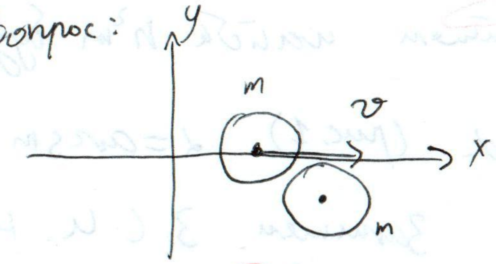
$$tg\alpha = \frac{1}{2-\sqrt3} = 2+\sqrt3$$

Ответ: $arctg(2+\sqrt3)$.

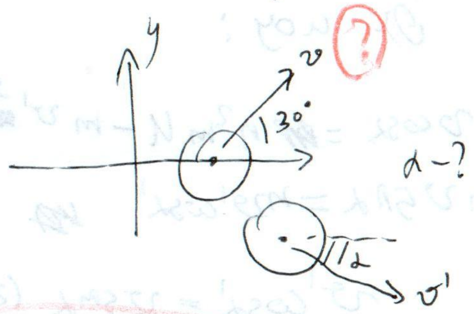
Чистовик

№1

Вопрос:



Запишем закон сохр-ия импульса в проекции на OX и на OY:



$$\begin{cases} 0 = mv\sin 30^\circ - mv'\sin\alpha \ (1) \\ mv = mv\cos 30^\circ + mv'\cos\alpha \end{cases}$$

Из (1) получим

$$\frac{v'}{v} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin\alpha} = \frac{1}{2\sin\alpha}$$

из (2):

$$1 - \cos 30^\circ = \frac{v'}{v}\cos\alpha \quad \text{тогда}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}$$

Ответ $\alpha = \operatorname{arctg}(2+\sqrt{3})$.

Задача

$$m = \rho h \cdot S = \rho h \cdot \pi r^2$$

$$M = \rho h \cdot \pi (nr)^2 = n^2 m$$

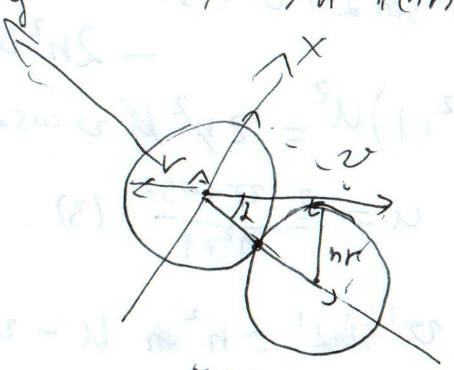


рис.1

Заметим, что вектор скорости можно представить в виде проекций на оси OX и OY (рис. 1)

$$\alpha = \arcsin\frac{n}{n+1} = \arcsin\frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}+1} = \arcsin\frac{3}{5}$$

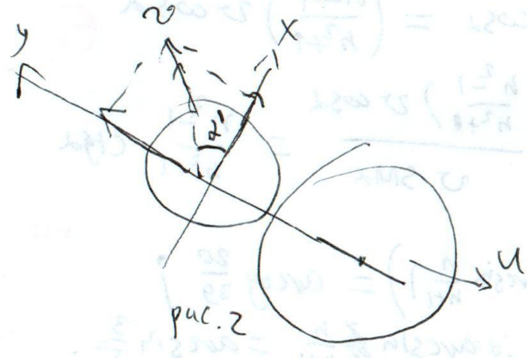
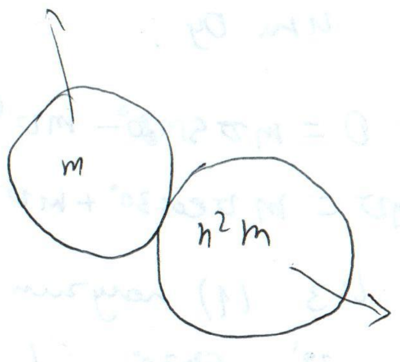


рис.2

Касательная скорость (OX) не будет влиять на столкновение, а скорость на OY — будет влиять на лобовое столкновение.

Чистовик

На оси ОУ произойдёт лобовое столкновение центров => в дальнейшем шайба n^2m будет двигаться под углом α (рис. 1) $\alpha = \arcsin\frac{n}{n+1} = \arcsin\frac{3}{5}$.



Запишем З. С. И. на ОХ и ОУ:

$$\begin{cases} m v\cos\alpha = n^2 m U - m v' \sin\alpha' \\ m v \sin\alpha = m v' \cos\alpha' \end{cases} \quad (1)$$

+

$$v'\cos\alpha' = v\sin\alpha \quad (2)$$

Запишем закон сохр-я энергии для 2х шайб:

$$\frac{m v^2}{2} = \frac{m v'^2}{2} + \frac{n^2 m U^2}{2}$$

$$v^2 = v'^2 + n^2 U^2$$

+

(1): $v' \sin\alpha' = n^2 U - v\cos\alpha$

$$v^2 \overset{(2)}{=} v^2\sin^2\alpha + v^2\cos^2\alpha + n^4U^2 + n^2U^2 - 2n^2 U v\cos\alpha$$

$$\cancel{n^2}(n^2+1)U^{\cancel{2}} = 2\cancel{n^2}\cancel{U} v\cos\alpha$$

$$U = \frac{2 v\cos\alpha}{n^2+1} \quad (3)$$

(1) и (3) $v'\sin\alpha' = n^2 U - v\cos\alpha = \frac{2n^2 v\cos\alpha}{n^2+1} - v\cos\alpha = \left(\frac{n^2-1}{n^2+1}\right) v\cos\alpha$ (+)

$$tg\alpha' = \frac{v'\sin\alpha'}{v'\cos\alpha'} = \frac{\left(\frac{n^2-1}{n^2+1}\right) v\cos\alpha}{v\sin\alpha} = \frac{n^2-1}{n^2+1}\cdot ctg\alpha$$

(±) Ответ: m: $\alpha' = arctg\left(\frac{n^2-1}{n^2+1}\cdot ctg(\arcsin\frac{n}{n+1})\right) = arctg\frac{20}{39}$;

M: $\alpha = \arcsin\frac{n}{n+1} = \arcsin\frac{3}{5}$.

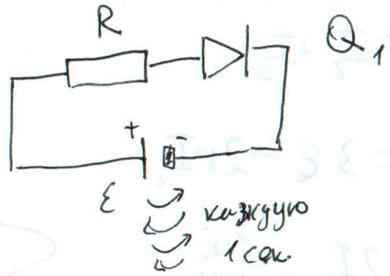
не совсем то, что спрашивали

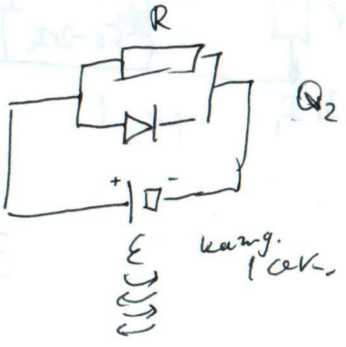
72-77-65-58
(178.3)

Олимпиада ПВГ 2016

Чистовик

№3 Вопрос:





$\frac{Q_1}{Q_2}$ за 10 сек.

1) Если ~~+~~ + источника смотрит в сторону диода , то ток в цепи не течёт, соотв. в эти 5 сек. тепло не выделяется.

В остальные 5 секунд выделится тепло $Q_1 = 5 \cdot \frac{\varepsilon^2}{R}$

2) Если ~~ε~~ + источника смотрит не в сторону диода, то ток через диод течёт, соотв. ток через резистор не течёт и 5 сек. тепло не выделяется (хотя будет К.З.), но если К.З. не будет, то:

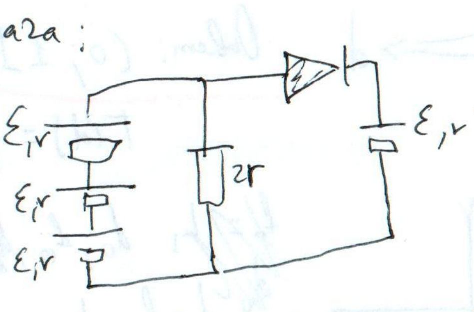
аналогично

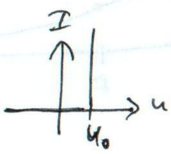
$Q_2 = 5 \cdot \frac{\varepsilon^2}{R}$ $\qquad \frac{Q_1}{Q_2} = 1$ (если не 10 сек, а нечётн. число, то могли бы быть изменения)

Ответ: не изменится.

5

Задача:





$P_{на\ 2r}$ — ? в зав-ти от ε

Перерисуем схему:

Чистовик

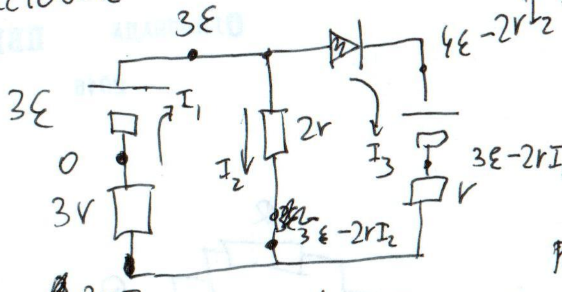


рис. 1

Пусть через диод течет ток I_3 выпишем потенциалы на участках цепи. (рис. 1)

По правилу Кирхгофа:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$3rI_1 = 3\varepsilon - 2rI_2$$

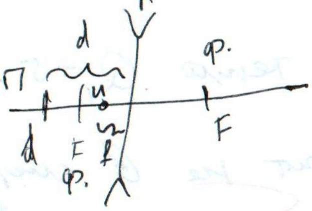
$$3I_1 + 2I_2 = \frac{3\varepsilon}{r}$$

Тогда:

$$3\varepsilon - 4\varepsilon + 2rI_2 - rI_3 \geq U_0$$

(См продолжение).

№4 Вопрос:



Запишем ф-лу тонкой линзы:

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$$

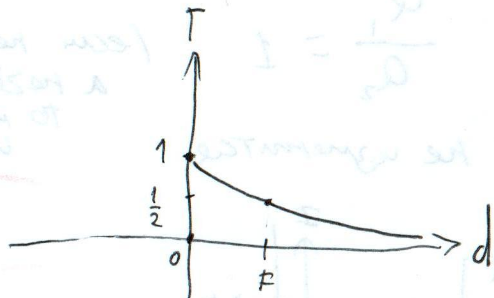
Г - увеличение

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}$$

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{d\Gamma}$$

$$\frac{1}{d\Gamma} = \frac{1}{d} + \frac{1}{F} = \frac{F+d}{Fd},$$

$$\Gamma = \frac{F}{F+d}$$

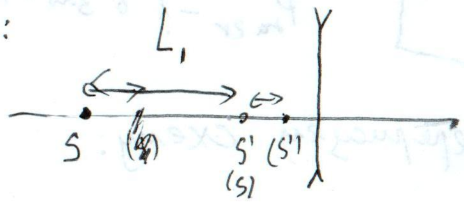


Ответ: $(0; 1]$

$$\Gamma(d) = \frac{F}{F+d}$$

Задача:

D - ?



$\cancel{f_0 = L_1}$ d_0, f_0, d_1, f_1

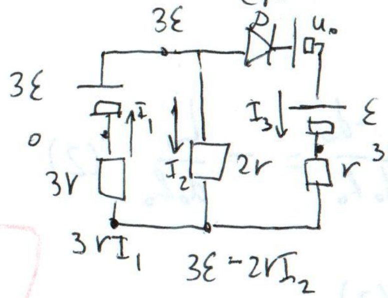
$d_0 - f_0 = L_1$

$d_0 \to f_0$ $\quad f_1 = f_0 - L_2$

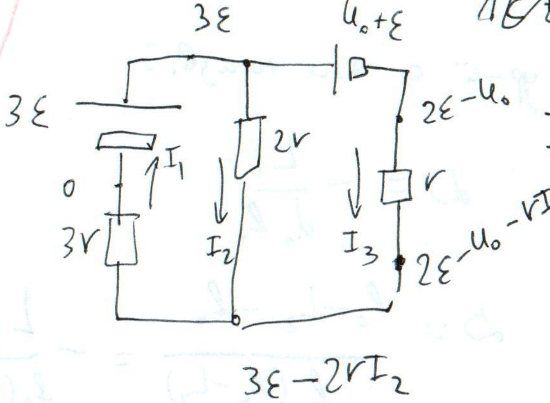
чистовик

№3 (продолжение)

Снова перерисуем схему в определениях идеального диода:



Если ток I_3 течёт в цепи, то: $I_3 \geq 0$



$I_1 = I_2 + I_3$

$3\varepsilon - 2rI_2 - I_1 \cdot 3r = 0$

$3\varepsilon - 2rI_2 = 2\varepsilon - U_0 - rI_3$

$$3\varepsilon = r(2I_2 + 3I_1) = r(5I_2 + 3I_3)$$

$5U_0 \geq 2\varepsilon$

$\varepsilon \leq \frac{5U_0}{2}$

$$\varepsilon + U_0 = (2rI_2 - rI_3) = r(2I_2 - I_3)$$

$5I_2 + 3I_3 = \frac{3\varepsilon}{r}$ $\quad 10I_2 + 6I_3 = \frac{6\varepsilon}{r}$

$\frac{\varepsilon + U_0}{r} = 2I_2 - I_3$ $\quad \frac{5\varepsilon + 5U_0}{r} = 10I_2 - 5I_3$

$$11I_3 = \frac{3\varepsilon}{r} - \frac{5\varepsilon + 5U_0}{r} = \frac{-5U_0 + \varepsilon}{r} \geq 0$$

$$11I_2 = \frac{3\varepsilon}{r} + \frac{3\varepsilon + 3U_0}{r} = \frac{6\varepsilon + 3U_0}{r}$$

$\varepsilon \geq 5U_0$

при таком ε диод открыт.

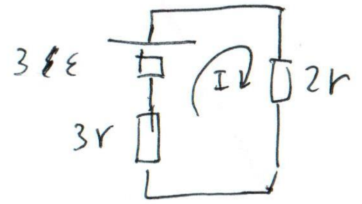
$$I_2 = \frac{6\varepsilon + 3U_0}{11r}$$

$$P_R = \left(\frac{6\varepsilon + 3U_0}{11r}\right)^2 \cdot 2r$$

Чистовик.

№3 (продолж.)

Если же $\mathcal{E} < 5U_0$, то диод закрыт $\Rightarrow$ схема след.:

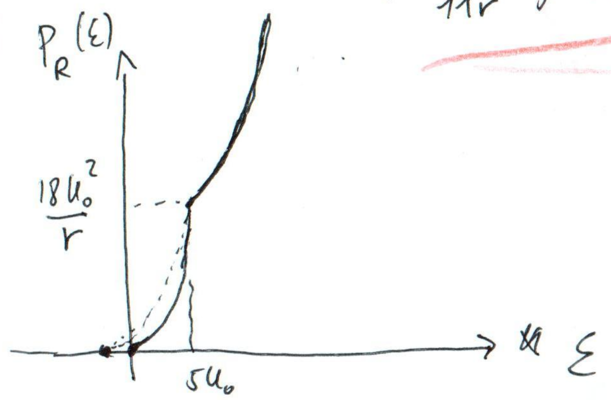


$$I = \frac{3\mathcal{E}}{5r}$$

$$P_R = \left(\frac{3\mathcal{E}}{5r}\right)^2 \cdot 2r$$

Ответ: $P_R(\mathcal{E}) = \begin{cases} \left(\frac{3\mathcal{E}}{5r}\right)^2 \cdot 2r, & \mathcal{E} < 5U_0 \\ \left(\frac{6\mathcal{E}+3U_0}{11r}\right)^2 \cdot 2r, & \mathcal{E} \geq 5U_0 \end{cases}$ + +

20



ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

чистовик.

$$d_0 - f_0 = L_1 \quad (1)$$

$$D = -\frac{1}{F} = \frac{1}{d_0} - \frac{1}{f_0} = \frac{f_0 - d_0}{d_0 f_0} = -\frac{L_1}{d_0 f_0} \quad (2)$$

$$D = \frac{1}{f_0} - \frac{1}{f_0 - L_2} \quad (3)$$

(1), (2), (3) – система ур-й с 3ме неизв.:

$$\underline{d_0 = L_1 + f_0} \qquad D = -\frac{L_1}{d_0 f_0}$$

$$D = \frac{f_0 - L_2 - f_0}{f_0(f_0 - L_2)} = -\frac{L_2}{f_0(f_0 - L_2)}$$

$$(f_0^2 - L_2 f_0) L_1 = L_2 (d_0 f_0) = L_2 f_0 (L_1 + f_0)$$

$$f_0^2 L_1 - L_2 L_1 f_0 = f_0 L_2 L_1 + L_2 f_0^2$$

$$f_0 (L_1 - L_2) = 2 L_1 L_2$$

$$f_0 = \frac{2 L_1 L_2}{L_1 - L_2}$$

$$D = -\frac{L_1}{\left(L_1 + \frac{2L_1L_2}{L_1 - L_2}\right)\frac{2L_1L_2}{L_1 - L_2}} = -\frac{L_1}{\frac{L_1^2 + L_1L_2}{L_1 - L_2} \cdot \frac{2L_1L_2}{L_1 - L_2}} =$$

$$= -\frac{(L_1 - L_2)^2}{(L_1 + L_2) 2 L_1 L_2} = -\frac{(L_1 - L_2)^2}{2(L_1 + L_2) L_1 L_2}, \quad L_1, L_2 > 0$$

20

Ответ: $D = -\frac{(L_1 - L_2)^2}{2(L_1 + L_2) L_1 L_2} = -\frac{\left(\frac{L_1}{L_2} - 1\right)^2}{2\left(\frac{L_1}{L_2} + 1\right) L_1}$, $L_1, L_2 > 0$ ~~вход~~.

$\in (-\infty; 0)$, т.к. можно выбрать $\frac{L_1}{L_2}$ и менять L_1.

чистовик

№2

Вопрос: A_0; U_0 $\quad A-U$ - ?

По Менделееву-Клапейрону:

$P_0V = \nu RT$ $\quad P_0 = const$, тогда $A = S'_{под. гр} =$
$= C_1 + P_0 V$

$U = \frac{3}{2}\nu RT = \frac{3}{2}P_0 V$ $\quad P_0 V = \frac{2}{3}U$

Значит

$A = C_1 + \frac{2}{3}U$ (подставим A_0 и U_0)

$A_0 = C_1 + \frac{2}{3}U_0$

$C_1 = \cancel{\frac{2}{3}U}\left(A_0 - \frac{2}{3}U_0\right)$

Ответ: прямая вида $A = \left(A_0 - \frac{2}{3}U_0\right) + \frac{2}{3}U$.

+

Задача: $\nu = 1$ моль.

1) $P_0 \to P_1$
$V_0 = const$
T_1

2) P_1 ~~$\to 2P_1$~~ $= const$
$V_0 \to \frac{V_0}{n}$
$n = 3$
T_2

$Q_{\Sigma} = 0$

3) $\frac{V_0}{n} = const$ $\quad P_2$
kT_1
$k = 1{,}2$

Поскольку на графике P-V процесса мы имеем 3 отрезка, то необходимые max и min давление находятся среди P_0, P_1 и P_2.

Работа газа в процессе 1-2-3 =

$A_{123} = P_1 \cdot \left(\frac{V_0}{n} - V_0\right) = -P_1 \cdot V_0\left(\frac{n-1}{n}\right)$

Чистовик

$$\Delta U_{123} = \frac{3}{2}\nu R(kT_1 - T_1)$$

По 1му закону термодин.:

$$Q_\Sigma = A_{123} + \Delta U_{123}$$

$$0 = \frac{3}{2}\nu R T_1(k-1) - P_1 V_0\left(\frac{n-1}{n}\right)$$

$$P_1 V_0\left(\frac{n-1}{n}\right) = \frac{3}{2}(k-1)P_0 V_0$$

т. е.

$$P_1 = \frac{\frac{3}{2}(k-1)P_0}{\left(\frac{n-1}{n}\right)} = \frac{0,3P_0 \cdot 3}{2} = 0,45P_0$$

По Менделееву-Клапейрону:

$$P_0 V_0 = \nu R T_1$$

$$P_2 \frac{V_0}{n} = \nu R k T_1$$

$$\frac{P_0}{P_2} \cdot \frac{1}{\cancel{n}} \cdot n = \frac{1}{k}$$

$$\frac{P_2}{P_0} = kn \qquad P_2 = P_0 \cdot k \cdot n = 3,6P_0$$

P_1 – min ; P_2 – max.

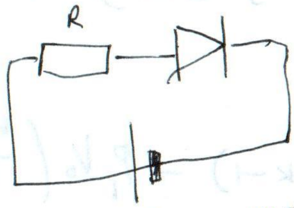
$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{\cancel{P_0}\, k \cdot \cancel{n}}{\cancel{P_0}\,\frac{3}{2}(k-1)} \cdot \left(\frac{n-1}{\cancel{n}}\right) =$$

$$= \frac{2k(n-1)}{3(k-1)} = \frac{3,6}{0,45} = \frac{360}{45} = \frac{72}{9} = 8$$

Ответ: $\frac{2k(n-1)}{3(k-1)} = 8$. +

Черновик.

$$\left(\frac{3\cdot \cancel{5}u_0}{\cancel{5}r}\right)^2\cdot 2r = \frac{9u_0^2}{r}\cdot 2$$



ε

Q

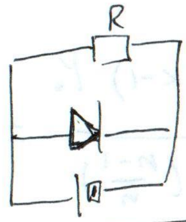
за 10 сек.

u_0 $\cdot 10^0$

каждую

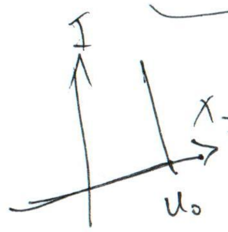
1 сек

0



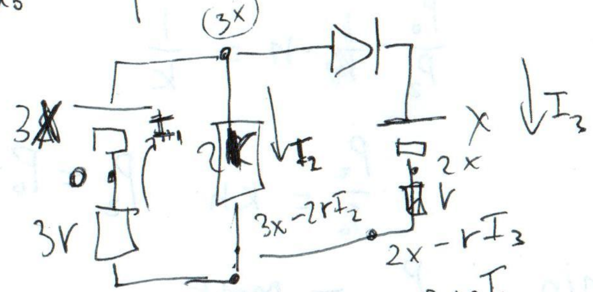
$$\frac{Q_1}{Q_2} = 1$$ рисунок.

r R



$x = \varepsilon$ - перем.

P теплоусил. в резисторе u_0

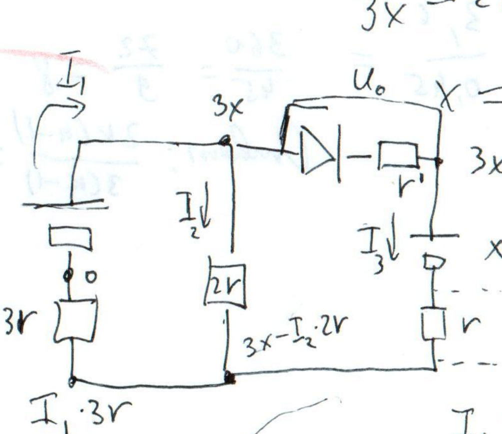


$$0 = 3x - 2rI_2 - 3rI_1$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$3x - 2rI_2 = 2x - rI_3$$

$$x = 2rI_2 - rI_3$$



$r'I_3 \geqslant u_0$

$\Downarrow$ ток течёт

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$I_1\cdot 3r = 3x - I_2\, 2r = 2x - I_3(r' + r)$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

72-77-65-58 (178.3)

Олимпиада ПВГ 2016

черновик

$P = const$ $\quad PV = \nu RT$

$A = P_0 \Delta V = P_0 (V_2 - V_1)$

$U = \frac{3}{2} \nu RT$

$A = \cancel{A_0} + P_0 V$ $\quad A = \cancel{A_0} + \frac{2}{3} U$

$A_0 = C + \frac{2}{3} U_0$

$U = \frac{3}{2} \nu RT = \frac{3}{2} P_0 V$ $\quad C = A_0 - \frac{2}{3} U_0$

$A = \left(A_0 - \frac{2}{3} U_0\right) + \frac{2}{3} U$

---

1 $\begin{cases} V = const \\ \nu = 1 \\ P_0 \to P_1 \end{cases}$ $\quad T_3 = k T_1$, $k = 1{,}2$

$Q_\Sigma = 0$ $\quad \frac{P_{max}}{P_{min}}$

2 $\begin{cases} P = const \\ n = 3 \\ V_0 \to V_0 / n \end{cases}$

$A_{123} = P_1 \cdot \left(\frac{V_0}{n} - V_0\right) = P_1 V_0 \left(\frac{1-n}{n}\right)$

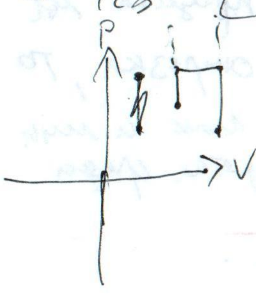
3 [$V = const$

$\Delta U_{123} = \frac{3}{2} \nu R (kT_1 - T_1) = \frac{3}{2}(k-1) P_0 V_0$

$Q_{123} = A_{123} + \Delta U_{123} = \frac{3}{2}(k-1) P_0 V_0 - \left(\frac{n-1}{n}\right) P_1 V_0$

$\left(\frac{n-1}{n}\right) P_1 = \frac{3}{2}(k-1) P_0$

$\cancel{\Delta U_{123} = \frac{3}{2} \nu V}$

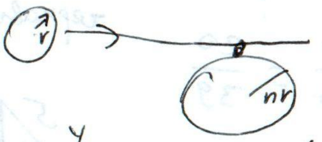


$P_0 V_0 = \nu R T_1$

$P_3 \frac{V_0}{n} = \nu R \cdot k \cdot T_1$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

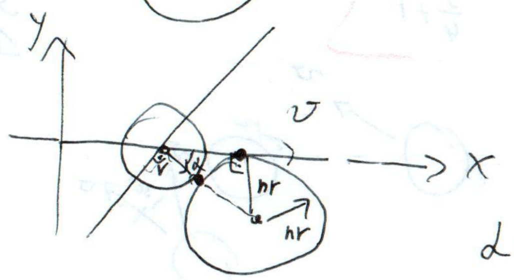
черновик



$m = \rho l \cancel{8} \pi r^2$

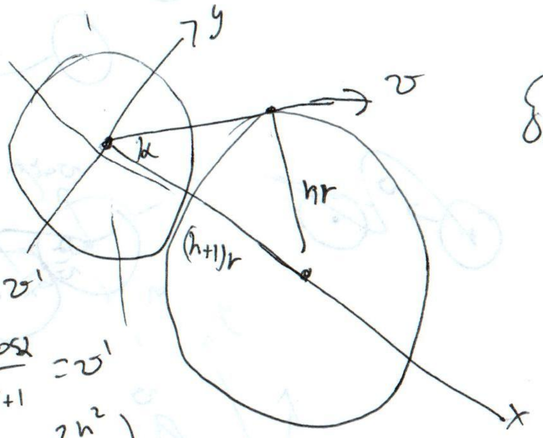
$M = \rho l \pi n^2 r^2$

$M = n^2 m$



$\alpha = \arcsin \frac{n}{n+1}$

бонш: $\alpha = a$



$\frac{2 v \cos\alpha}{n^2+1} = u$

$v \cos\alpha - n^2 u = v'$

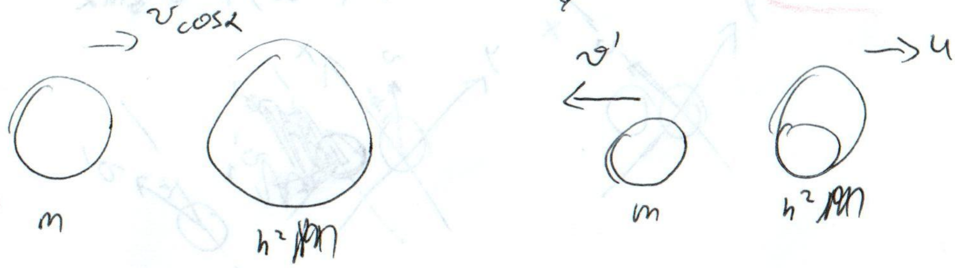
$v \cos\alpha - n^2 \cdot \frac{2 v \cos\alpha}{n^2+1} = v'$

$v' = v \cos\alpha \left(1 - \frac{2n^2}{n^2+1}\right)$

$Ox: \cancel{m} v \cos\alpha = -\cancel{m} v_{mx} + n^2 \cancel{m} v_{Mx}$

$v \cos\alpha = n^2 v_{Mx} - v_{mx}$

$Oy: m v_{my} = m v \sin \alpha$



$m v \cos\alpha =$
$= m v' + n^2 m u$

$\frac{\cancel{m} v^2 \cos^2\alpha}{\cancel{2}} = \frac{\cancel{m} v'^2}{\cancel{2}} + \frac{n^2 \cancel{m} u^2}{\cancel{2}}$

$v \cos\alpha = v' + n^2 u$

$v' = v \cos\alpha - n^2 u$

$\cancel{v^2 \cos^2\alpha} = (\cancel{v^2 \cos^2\alpha} - 2 v \cos\alpha \cdot n^2 u + n^4 u^2) + n^2 u^2$

$2 v \cos\alpha \cdot \cancel{n^2} \cancel{u} = \cancel{n^2} (n^2+1) u^{\cancel{2}}$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!