76-90-79-64
(178.4)

Олимпиада ШВГ
2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 06

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьевы горы"

по физике

Михнева Алексея Олеговича

фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

+ 1 лист

Выход 18.27
Вход 18.28

Дата

«22» марта 2016 года

Подпись участника

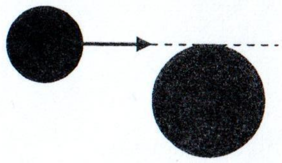
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2016 года
БИЛЕТ № 06 (10-11 классы)

76-90-79-64
(178.4)

Задание 1:

Вопрос: Гладкая шайба, скользящая по горизонтальной поверхности, столкнулась с такой же (по размеру и массе) покоящейся шайбой. Вектор ее скорости в результате удара повернулся на $30°$. Под каким углом к направлению движения налетающей шайбы направлен вектор скорости другой шайбы после удара?

Задача: Гладкая цилиндрическая шайба покоится на гладкой горизонтальной поверхности. В нее врезается шайба, изготовленная из того же материала, той же высоты, радиус которой в $n = 1{,}5$ раза меньше, чем у покоящейся. Линия движения центра налетающей шайбы касается боковой поверхности покоящейся. Под какими углами к направлению движения налетающей шайбы будут двигаться шайбы после упругого удара?



Задание 2:

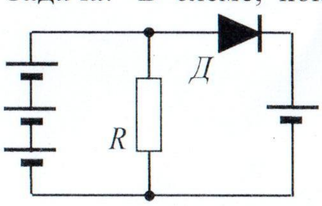
Вопрос: Как выглядит диаграмма изобарного процесса над одноатомным идеальным газом в координатах $A - U$ («совершенная газом работа – внутренняя энергия»), выходящая из точки (A_0, U_0)?

Задача: Давление одного моля одноатомного идеального газа изохорически изменили от начального до некоторого значения. Затем изобарически уменьшили объем газа в $n = 3$ раза. После этого газ изохорически перевели в конечное состояние. Зная, что температура газа в конечном состоянии в $k = 1{,}2$ раза превышает его температуру в начальном состоянии и что полное количество теплоты, которым обменялся газ с внешними телами, равно нулю, найти отношение максимального давления газа к минимальному в этом процессе.

Задание 3:

Вопрос: Резистор и идеальный диод соединены последовательно и подключены к полюсам источника, величина напряжения которого остается постоянной, а полярность изменяется на противоположную каждую секунду. Как изменится тепло, выделяющееся в резисторе за 10 секунд, если его с тем же диодом подключить к полюсам этого источника параллельно?

Задача: В схеме, показанной на рисунке слева, диод $Д$ не является идеальным – его вольтамперная характеристика показана на рисунке справа. Все источники одинаковы, их внутреннее сопротивление равно r, а сопротивление резистора $R = 2r$. Найдите зависимость мощности тепловыделения в резисторе от величины ЭДС источников. Пороговое напряжение диода U_0 считать известным.



Задание 4:

Вопрос: Чему может быть равно увеличение (отношение размера изображения к размеру предмета), даваемое тонкой рассеивающей линзой?

Задача: Точечный источник света размещен на главной оптической оси тонкой рассеивающей линзы. Расстояние между источником и его изображением равно L_1. Если передвинуть источник в точку, где находится его изображение, то изображение сместится в ту же сторону на расстояние L_2. Найти оптическую силу линзы (напомним, что у рассеивающей линзы она считается отрицательной).

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

76-90-79-64
(178,4)

Олимпиада ПВГ
2016

	1	2	3	4	Σ
Т	5	5	5	5	
З	20	20	20	20	100

Оценка: 100 баллов

$$n^2 \sin^2\beta \cos^2\alpha + n^2 \cos^2\beta \sin^2\alpha + 2n^2 \sin\beta\cos\beta\sin\alpha\cos\alpha =$$

$$= n^2\sin^2\beta + \sin^2\alpha$$

$$\cancel{\sin^2\beta = \frac{n^2}{(n+1)^2} \quad \cos^2\beta = \frac{2n+1}{(n+1)^2}}$$

$$\cancel{(n\sin\beta\cos\alpha + n\cos\beta\sin\alpha)^2 = n^2 \frac{n^4}{(n+1)^2}+1}$$

$$\frac{n^4}{(n+1)^2}\cos^2\alpha + \frac{n^2(2n+1)}{(n+1)^2}\sin^2\alpha + 2n^2\sin\alpha\cos\alpha\frac{n\sqrt{2n+1}}{(n+1)^2} =$$

$$= \frac{n^4}{(n+1)^2}+1$$

$\sin\beta = \cos\alpha$
$\cos\beta = \sin\alpha$

$$\cancel{2n^2\sin^4\beta} \quad n^2\sin^4\beta + n^2\cos^4\beta + 2n^2\sin^2\alpha\cos^2\beta =$$

$$= n^2\sin^2\beta + \cos^2\alpha$$

$$n^2x^2 + n^2(1-x)^2 + 2n^2x(1-x) = n^2x + 1 - x$$

$$\cancel{n^2x^2} + n^2 \cancel{- 2n^2x} \cancel{+ n^2x^2} \cancel{+ 2n^2x} \cancel{- 2n^2x^2} = n^2x + 1 - x$$

$$n^2 = n^2x + 1 - x$$

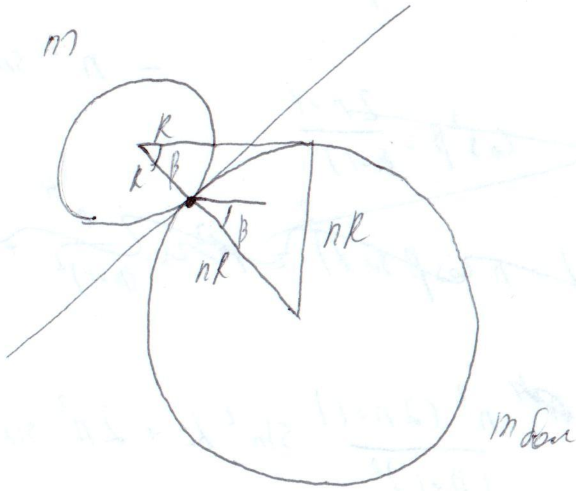
$$n^2 - 1 = x(n^2-1)$$

$$x = 1$$

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

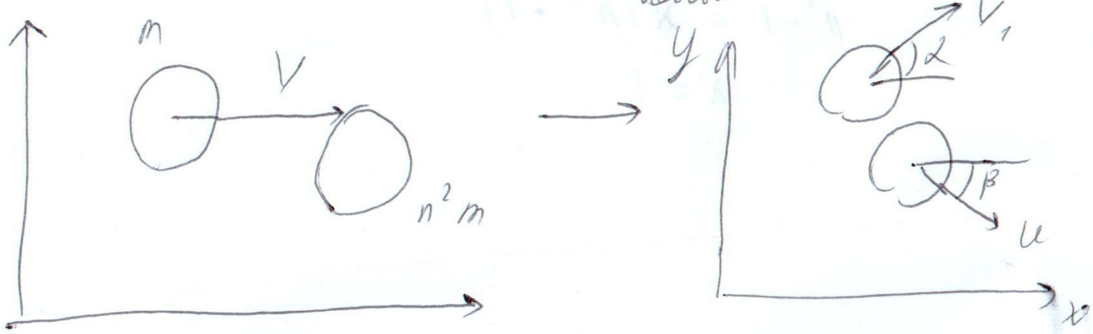
Чистовик

1. Задача.



$\sin\beta = \frac{n}{n+1}$ β - угол между радиусом и ~~то~~ исходным направлением скорости => => действующая на ~~шар~~ шайбу сила во время удара направлена под углом β к скорости мал. шарбы

Исходная скорость мал. ~~шара~~ шайбы - V, скорость новая мал. шайбы - V_1, скорость большой шайбы - u. $\frac{m_{мал}}{m_{больш}} = \frac{V_{мал}}{V_{больш}} = \frac{1}{n^2}$, $m_{мал} = m$.



Закон сохранения импульса:

x: $mV = mV_1 \cos\alpha + n^2 m u \cos\beta$

y: $0 = mV_1 \sin\alpha - n^2 m u \sin\beta \Rightarrow V_1 = n^2 u \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$

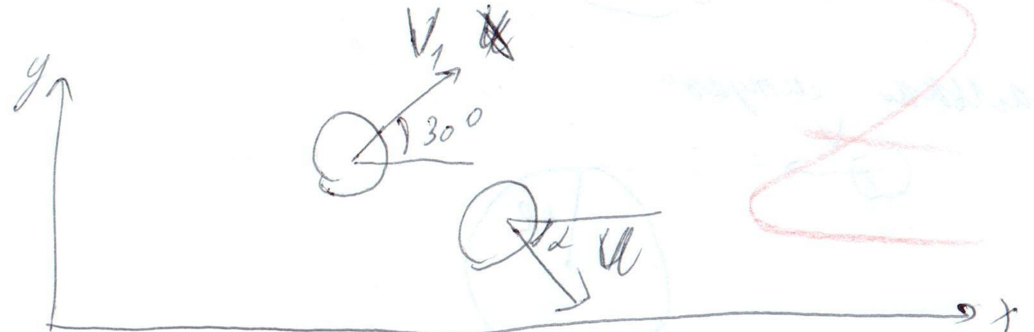
Чистовик

1.

Вопрос.

Исх сост

Кон состояние



Закон сохранения импульса ~~(ось x)~~

x: $mV = mV_1 \cos 30^\circ + mu \cos\alpha$ (1)

y: $0 = mV_1 \sin 30^\circ - mu \sin\alpha \Rightarrow V_1 = \frac{u \sin\alpha}{\sin 30^\circ}$ (2)

Закон сохранения энергии

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{mu^2}{2} \Rightarrow V = \sqrt{V_1^2 + u^2}$$

$$V = u\sqrt{\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2 30^\circ} + 1} \quad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1):

$$u\sqrt{4\sin^2\alpha + 1} = u \sin\alpha \operatorname{ctg} 30^\circ + u\cos\alpha$$

$$\sqrt{4\sin^2\alpha + 1} = \sqrt{3}\sin\alpha + \cos\alpha$$

$$4\sin^2\alpha + 1 = 3\sin^2\alpha + \cos^2\alpha + 2\sqrt{3}\sin\alpha\cos\alpha$$

$$2\sin^2\alpha - 2\sqrt{3}\sin\alpha\cos\alpha = 0$$

~~$\sin\alpha = 0$~~ $\left[\begin{array}{l}\sin\alpha = 0 \\ \sin\alpha = \sqrt{3}\cos\alpha\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\alpha = 0 \quad \ominus \\ \alpha = 60^\circ \quad \oplus\end{array}\right.$

Ответ: 60° (+)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Закон сохранения ~~Импульса~~ Энергии

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{mn^2u^2}{2}$$

$$V = \sqrt{V_1^2 + u^2}, \quad V = u\sqrt{n^4\frac{\sin^2\beta}{\sin^2\alpha} + 1}$$

Подставим в первое:

$$u\sqrt{n^4\frac{\sin^2\beta}{\sin^2\alpha} + 1} = n^2u\frac{\sin\beta\cos\alpha}{\sin\alpha} + n^2u\cos\beta$$

$$n^4\frac{\sin^2\beta}{\sin^2\alpha} + 1 = n^4\frac{\sin^2\beta\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} + n^4\cos^2\beta + 2n^4\frac{\sin\beta\cos\beta\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$n^4\frac{n^2}{(n+1)^2} + \sin^2\alpha = n^4\frac{n^2}{(n+1)^2}\cos^2\alpha + n^4\frac{2n+1}{(n+1)^2}\cdot\sin^2\alpha + 2n^4\sin\alpha\cos\alpha\cdot\frac{n\sqrt{2n+1}}{(n+1)^2}$$

$$n^4\frac{n^2}{(n+1)^2}\sin^2\alpha + \sin^2\alpha = n^4\frac{2n+1}{(n+1)^2}\sin^2\alpha + 2n^4\sin\alpha\cos\alpha\frac{n\sqrt{2n+1}}{(n+1)^2}$$

$\cancel{n^6\sin^2\alpha + (n+1)}$

$$n^4\frac{n^2}{(n+1)^2}\sin\alpha + \sin\alpha = n^4\frac{2n+1}{(n+1)^2}\sin\alpha + 2n^4\cos\alpha\frac{n\sqrt{2n+1}}{(n+1)^2}$$

$$tg\,\alpha\left(n^4\frac{n^2-2n-1}{(n+1)^2} + 1\right) = 2n^4\frac{n\sqrt{2n+1}}{(n+1)^2}$$

$$tg\,\alpha\,(n^6 - 2n^5 - n^4 + n^2 + 2n + 1) = 2n^5\sqrt{2n+1}$$

$$tg\,\alpha = \frac{2n^5\sqrt{2n+1}}{n^6 - 2n^5 - n^4 + n^2 + 2n + 1}$$

$$tg\,\alpha = \frac{2\cdot 2\cdot 1{,}5^5}{1{,}5^4(2{,}25-3-1) + 6{,}25} = \frac{2\cdot 2\cdot 3^5}{6(-1{,}75) + 6{,}25\cdot 2^5} =$$

$$= \frac{2\cdot 2\cdot 3^5}{189{,}5} = \frac{1944}{379}$$

$$\sin\beta = \frac{3}{5}$$

X.

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

Чистовик

2. Вопрос.

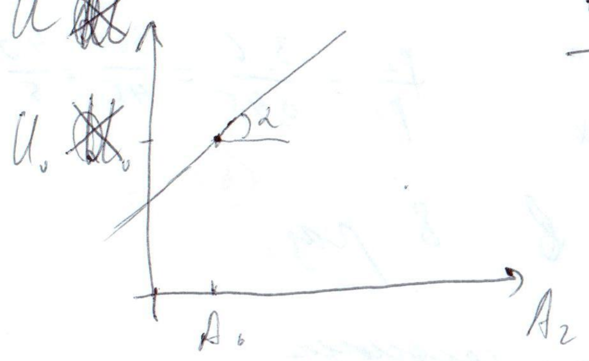
В изобарном процессе одноатомного газа

$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$

$A = p\Delta V = \nu R\Delta T$

$\Downarrow$

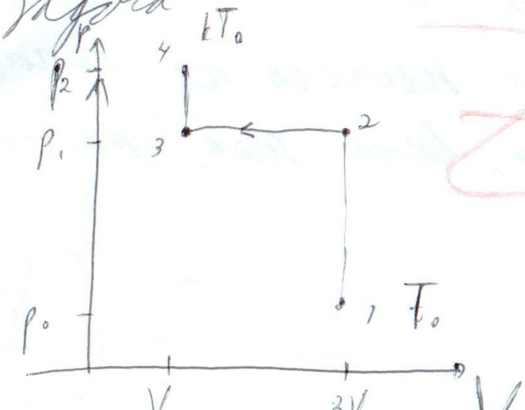
$\Delta U = \frac{3}{2} A$



$\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{2}$

+

Задача



Уравнение Менд-Клайперона

$$\begin{cases} 3p_0V_0 = \nu RT_0 \\ p_2V_0 = \nu RkT_0 \end{cases}$$

$p_2 = 3kp_0$

I з-н термодинамики:

$Q_{12} = \frac{3}{2}(3p_1V_0 - 3p_0V_0) +$

$Q_{23} = \frac{3}{2}(p_1V_0 - 3p_1V_0) - 2p_1V_0$

$Q_{34} = \frac{3}{2}(p_2V_0 - p_1V_0)$

$Q_{общ} = 0$

$\frac{3}{2}kRV_0 \quad \frac{9}{2}p_1V_0 - \frac{9}{2}p_0V_0 + \frac{3}{2}p_1V_0 - \frac{9}{2}p_1V_0 - 2p_1V_0 + \frac{3}{2}p_2V_0 - \frac{3}{2}p_1V_0 = 0$

$$\frac{9}{2}p_1V_0 - \frac{9}{2}p_0V_0 - 5p_1V_0 + \frac{3}{2}p_2V_0 - \frac{3}{2}p_1V_0 = 0$$

$$-2p_1V_0 - 4,5p_0V_0 + 1,5p_2V_0 = 0$$

$\cancel{-2p_1V_0}$

$$-2p_1 - 4,5p_0 + 3kp_0 = 0$$

$$p_1 = \frac{4,5-3k}{2}p_0$$

$p_0 = p_0$

$p_1 = 0,45p_0$ – min

$p_2 = 3,6p_0$ – max

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{3,6}{0,45} = \frac{360}{45} = \frac{40}{5} = 8$$

+

Ответ: в 8 раз.

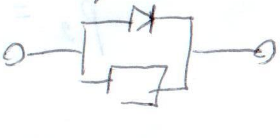
3. Вопрос

При параллельном соединении

Когда диод открыт, весь ток течет через него, в резистор ничего не попадает.

Когда диод закрыт, весь ток течет через резистор.

6



Т. о. 5 сек из 10 через резистор идет ток $I = \frac{U}{R}$, $Q_1 = I^2Rt = \frac{U^2t}{R}$

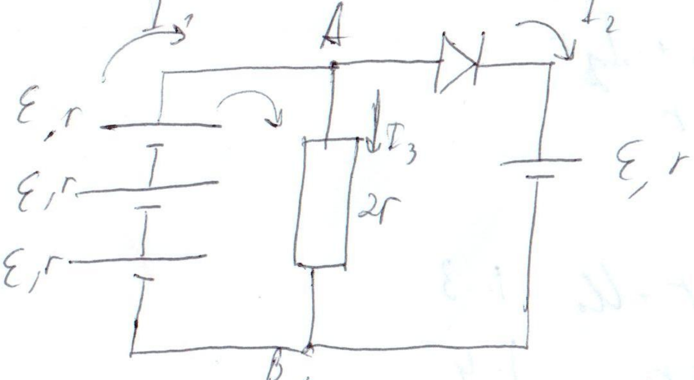
При послед. соединении когда диод открыт, то через резистор идет ток $\frac{U}{R}$, когда закрыт – не идет. $Q_2 = I^2Rt = \frac{U^2t}{R}$

$$Q_1 = Q_2.$$

Задача

Дано: r, $I(U)$ для диода

Найти: $N(\mathcal{E})$



I случай. Диод закрыт ($U_{AB} < U_0 + \mathcal{E}$)

Левый контур (диода и четвертого источника как будто не существует)

$3\mathcal{E} = 5Ir$

$I = \frac{3}{5}\frac{\mathcal{E}}{r}$

$N = I^2 \cdot 2r = 0{,}72\ \frac{\mathcal{E}^2}{r}$

~~Диод закры~~

$U_{AB} = -3Ir + 3\mathcal{E} < U_0 + \mathcal{E}$

$2\mathcal{E} - 3Ir < U_0$

$2\mathcal{E} - \frac{9}{5}\mathcal{E} < U_0$

$\mathcal{E} < 5U_0$ +

II случай. Диод открыт, $\mathcal{E} > 5U_0$

Наименования токов и их напр см. рисунок

Правила Кирхгофа:

$$\begin{cases} 2\mathcal{E} = 3rI_1 + rI_2 \\ 3\mathcal{E} = 3rI_1 + 2rI_3 \\ I_1 = I_2 + I_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\mathcal{E} = 4rI_2 + 3rI_3 \\ 3\mathcal{E} = 3rI_2 + 5rI_3 \end{cases}$$

$I_2 = \frac{2\mathcal{E} - 3rI_3}{4r}$

$3\mathcal{E} = \frac{3}{4}(2\mathcal{E} - 3rI_3) + 5rI_3$

$12\mathcal{E} = 6\mathcal{E} - 9rI_3 + 20rI_3$

$I_3 = \frac{6}{11}\mathcal{E}/r$, $N = \frac{36}{121}\frac{\mathcal{E}^2}{r}$

~~Ответ: при $\mathcal{E} < 5U_0$ $N(\mathcal{E}) = 0{,}72\frac{\mathcal{E}^2}{r}$~~

~~$\mathcal{E} > 5U_0$ $N(\mathcal{E}) = \frac{36}{121}\frac{\mathcal{E}^2}{r}$~~

$$\begin{cases} 2\mathcal{E} = 3I_1 r + U_0 + I_2 r \\ 3\mathcal{E} = 3I_1 r + 2I_3 r \\ I_1 = I_2 + I_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\mathcal{E} = 4I_2 r + 3I_3 r + U_0 & \cdot 3 \\ 3\mathcal{E} = 3I_2 r + 5I_3 r & \cdot 4 \end{cases}$$

$\cancel{\mathcal{E} = I_3 r + U_0}$

$\cancel{I_3 = \frac{\mathcal{E} + U_0}{r}}$ $\cancel{N = \frac{2(\mathcal{E}+U_0)^2}{r}}$

$$\begin{cases} 6\mathcal{E} = 12I_2 r + 9I_3 r + 3U_0 \\ 12\mathcal{E} = 12I_2 r + 20I_3 r \end{cases}$$

$$6\mathcal{E} = 11I_3 r - 3U_0$$

$$I_3 = \frac{6\mathcal{E} + 3U_0}{11 r}$$

$$N(\mathcal{E}) = \cancel{81}\ \frac{18}{121}\frac{(2\mathcal{E} + U_0)^2}{r^2}$$

Ответ: при $\mathcal{E} < 5U_0$ $N(\mathcal{E}) = 0{,}72\frac{\mathcal{E}^2}{r}$

$\mathcal{E} > 5U_0$ $N(\mathcal{E}) = \frac{18}{121}\frac{(2\mathcal{E} + U_0)^2}{r^2}$

20

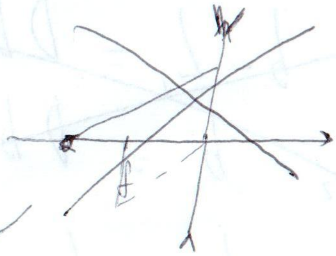
Чистовик

Задание 4.

Вопрос

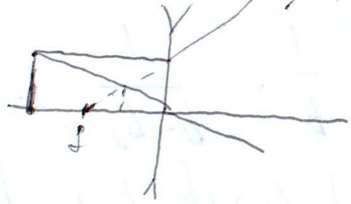
Запишем формулу линзы.

$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}$ (Изображение и фокус у рассеивающей линзы отрицательны)



$b = \Gamma a$

$\frac{1}{a} - \frac{1}{\Gamma a} = -\frac{1}{f} \quad | \cdot \Gamma a f$



$\Gamma f - f = -\Gamma a$

$\Gamma = \frac{f}{a+f}$

Т. о. $\Gamma < 1$, пока ~~и~~ источник действителен.

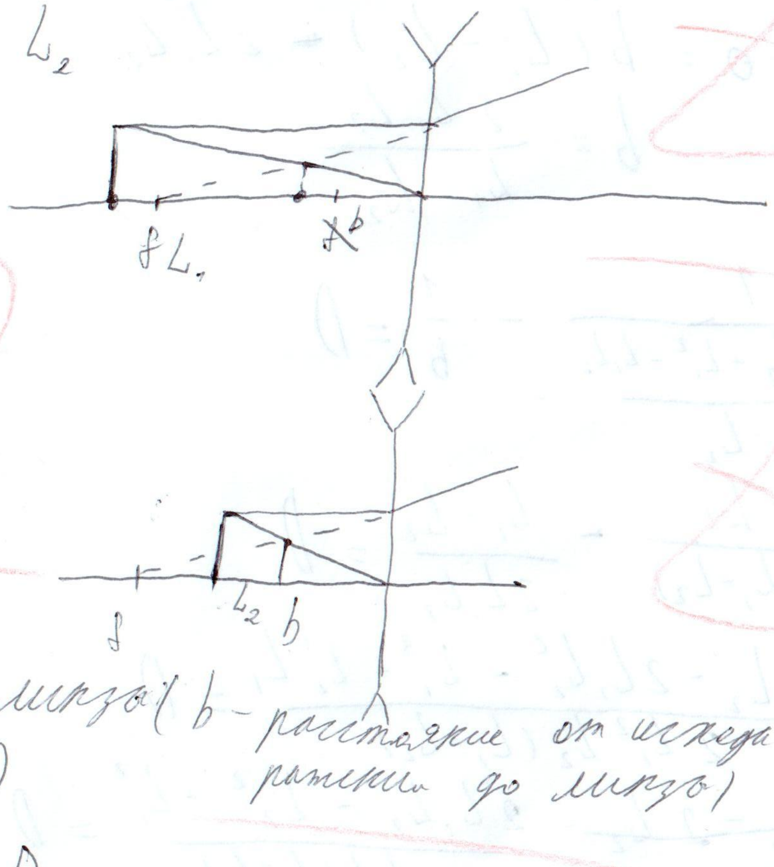
Ответ: (0; 1)

+ 5

Задача.

Дано: L_1, L_2

Найти: D



Формула линзы (b – расстояние от искомого изображения до линзы)

$$\begin{cases} \frac{1}{b+L_1} - \frac{1}{b} = D \\ \frac{1}{b} - \frac{1}{b-L_2} = D \end{cases}$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик

$$\begin{cases} \frac{1}{b+L_1} - \frac{1}{b} = D \\ \frac{1}{b} - \frac{1}{b-L_2} = D \end{cases}$$

$$\cancel{b - b - L_1 = Db(b+L_1)}$$

$$\cancel{b - L_2 - b = Db(b-L_2)}$$

$$\frac{1}{b+L_1} - \frac{1}{b} = \frac{1}{b} - \frac{1}{b-L_2} \quad | \cdot b(b+L_1)(b-L_2)$$

$$b(b-L_2) = 2(b+L_1)(b-L_2) - b(b+L_1)$$

$$\cancel{b^2} - bL_2 = \cancel{2b^2} + 2L_1 b - 2L_2 b - 2L_1L_2 - \cancel{b^2} - bL_1$$

$$0 = 2L_1 b - L_2 b - 2L_1L_2 - bL_1$$

$$0 = b(L_1 - L_2) - 2L_1L_2$$

$$b = \frac{2L_1L_2}{L_1 - L_2}$$

$$\frac{1}{\frac{2L_1L_2 + L_1^2 - L_1L_2}{L_1 - L_2}} - \frac{1}{b} = D$$

$$\frac{L_1 - L_2}{L_1(L_1+L_2)} - \frac{L_1 - L_2}{2L_1L_2} = D$$

$$\frac{2L_1^2L_2 - 2L_1L_2^2 - L_1^3 + L_2^2L_1}{2L_1^2L_2(L_1+L_2)} = D$$

$$\frac{\cancel{2L_1 - 2L_2}\ 2L_1L_2 - L_2^2 - L_1^2}{2L_1L_2(L_1+L_2)} = D$$

$$D = -\frac{(L_1 - L_2)^2}{2L_1L_2(L_1+L_2)}$$ Ответ: $-\frac{(L_1-L_2)^2}{2L_1L_2(L_1+L_2)}$

20

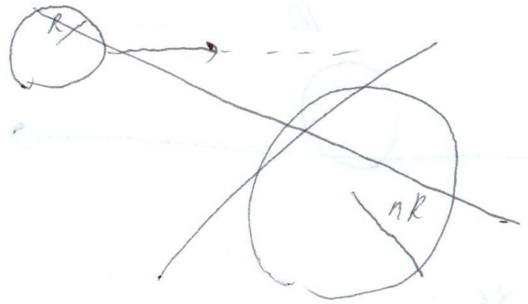
Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

Черновик

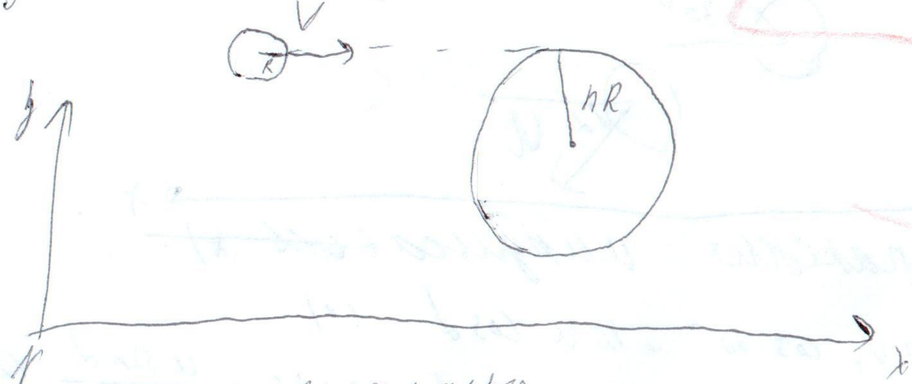
Задача.

Дано: $n = 1{,}5$

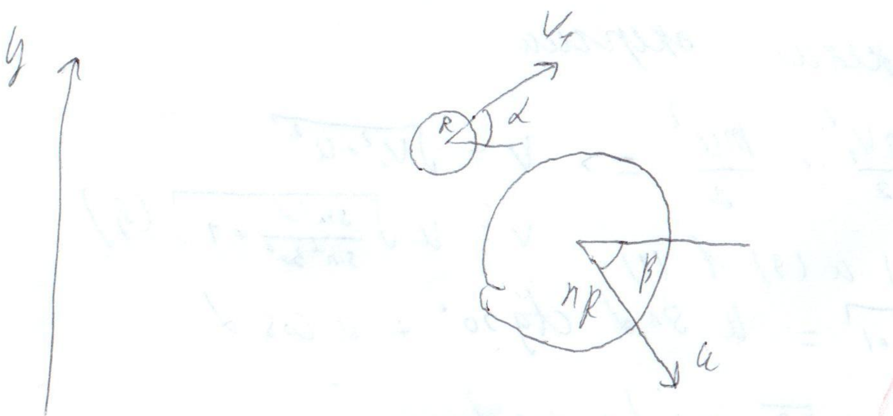
Найти: α, β



Начальная ситуация



Конечная ситуация



Черновик

$V_{мал} = h \cdot \pi r^2$

$V_{больш} = h \cdot \pi n^2 r^2$

$\Downarrow$

$\frac{m_{мал}}{m_{больш}} = \frac{1}{n^2}$, $m_{мал} = m$ $m_{больш} = n^2 m$

Закон сохранения импульса:

x: ~~$mV^2 = mV_1^2 + n^2 m u$~~

$mV = mV_1 \cos\alpha + n^2 m u \cos\beta$ (1)

y: $0 = mV_1 \sin\alpha - n^2 m u \sin\beta \Rightarrow V_1 = \frac{n^2 u \sin\beta}{\sin\alpha}$ (2)

Закон сохранения энергии:

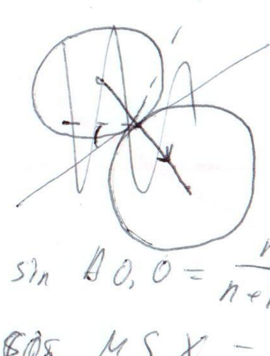
$\frac{mV^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{n^2 m u^2}{2} \Rightarrow V = \sqrt{V_1^2 + n^2 u^2}$ ~~(3)~~

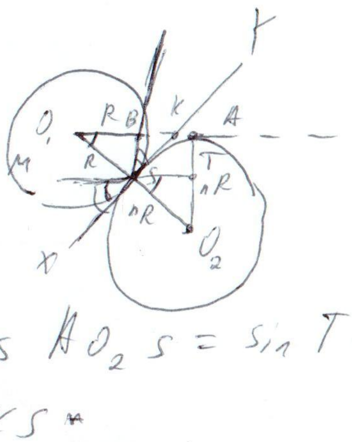
$V = u\sqrt{\frac{n^4 \sin^2\beta}{\sin^2\alpha} + n^2}$ (3)

Подставим (2) и (3) в (1):

$nu\sqrt{\frac{n^2\sin^2\beta}{\sin^2\alpha} + 1} = \frac{n^2 u \sin\beta}{\sin\alpha}\cos\alpha + n^2 u \cos\beta$

~~$\alpha + \beta = 90°$~~:





$\sin AO_1O = \frac{n}{n+1} = \cos AO_2S = \sin TSO_2 =$

$= \cos MSX = \cos BKS$

~~$\alpha + \beta$ (падение уг~~ $\angle BSK = \angle KST$

(Столкновение упругое, поэтому $\angle MSX = \angle BSK$, где $\overline{MS}$ и $\overline{SK}$ - направления движения шара до и после столкновения)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

черновик

Итак, $\angle\alpha = 2x$, где $\cos x = \frac{n}{n+1}$ $\left(\sin\alpha = \frac{\sqrt{2n+1}}{n+1}\right)$

$$\cos\alpha = \cos 2x = 2\frac{n^2}{(n+1)^2} - 1 = \frac{n^2-2n-1}{n^2+2n+1}$$

$$\sin\alpha = \frac{n\sqrt{2n+1}}{(n+1)^2}$$

подставим:

$$n\sqrt{\frac{n^2\sin^2\beta(n+1)^4}{n^2(2n+1)}+1} = n^2\frac{\sin\beta\,(n^2-2n-1)}{n\sqrt{2n+1}} + n^2\cos\beta$$

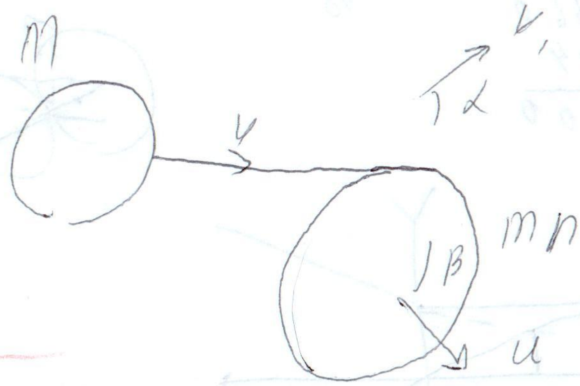
$$\sqrt{\frac{\sin^2\beta(n+1)^4}{2n+1}+1} = \frac{\cancel{n}\sin\beta(n^2-2n-1)}{\cancel{n}\sqrt{2n+1}} + n\cos\beta$$

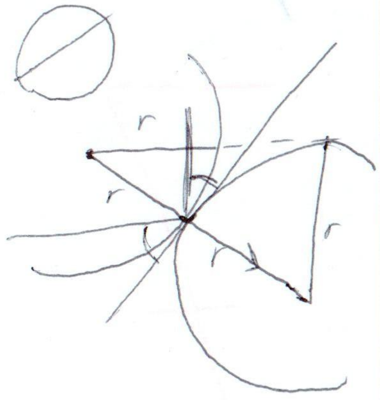
$$\frac{\sin^2\beta\,(n^4+4n^3+6n^2+4n+1)}{2n+1}+1 = \frac{\sin^2\beta(n^4+4n^2+1+4n-4n^3-4n^2}{2n+1}+$$

$$+n^2\cos^2\beta+\frac{n\sin\beta\cos\beta(n^2-2n-1)}{\sqrt{2n+1}}\cancel{+n^2\cos^2\beta}$$

$$\frac{\sin^2\beta(10n^2+8n^3)\cancel{+10n}}{2n+1}+1 = n^2\cos^2\beta+$$

Черновик





$$mv = mv_1 \cos\alpha + mn^2 u \cos\beta$$

$$v = v_1 \cos\alpha + n^2 u \cos\beta$$

$$un^2 \sin\beta \, ctg\alpha$$

~~mu~~

$$0 = mv_1 \sin\alpha - mn^2 u \sin\beta$$

$$v_1 = un^2 \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mn^2u^2}{2} \qquad v^2 = v_1^2 + n^2u^2$$

$$\cancel{v_1^2 \cos^2\alpha + n^4 u^2 \cos^2\beta = v_1^2 + n^2 u^2}$$

$$u^2 u^2 n^4 \frac{\sin^2\beta \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} + n^4 u^2 \cos^2\beta =$$

$$u^2 n^4 \sin^2\beta \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} + n^4 u^2 \cos^2\beta + 2n^4 u^2 \sin\beta\cos\beta \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} =$$

$$= u^2 n^4 \frac{\sin^2\beta}{\sin^2\alpha} + n^2 u^2$$

$$n^2 \sin^2\beta \, ctg^2\alpha + n^2 \cos^2\beta + 2n^2 \sin\beta\cos\beta \, ctg\alpha =$$

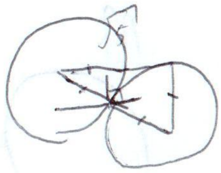
$$= n^2 \frac{\sin^2\beta}{\sin^2\alpha} + 1$$

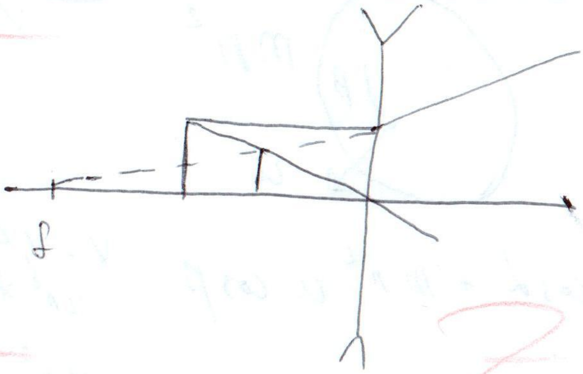
$$mv_1^2 + mu^2 = mv^2$$

Черновик

$\times$ 972
25
360
$+$ 144
1800

18



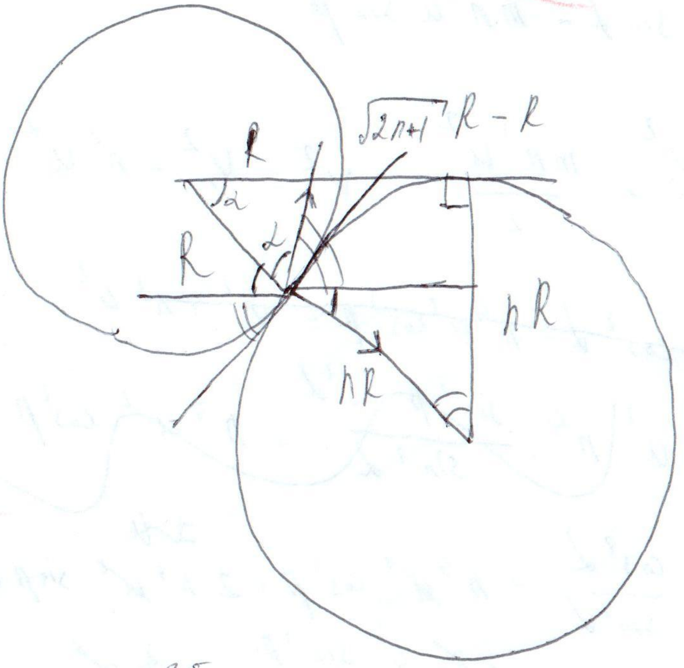


$n^2 + (x+1)^2 = n^2+1+2n$

$x^2+2x-2n=0$

$D/4 = 1+2n$

$x = -1+\sqrt{2n+1}$



$\sin\alpha = \frac{n}{n+1}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{2n+1}}{n+1}$

$\times$ 81
3
$\times$ 243
8
1944

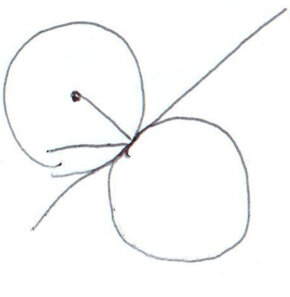
$\times$ 625
32
$+$ 1250
1875
20000

$\times$ 175
6
1050

~~189,5 + 2²~~

$\times$ 189,5
2
379,0

379



ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!