

77-23-79-00
(170.1)



Олимпиада ПБТ
2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 2

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Покори Воробьёвы Горы!"

по Физике

Купцова Романа Николаевича

фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата

«20» МАРТА 2016 года

Подпись участника

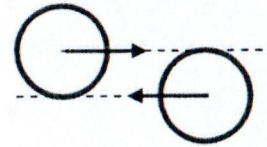
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2016 года
БИЛЕТ № 02 (10-11 классы)

77-23-79-00
(170.1)

Задание 1:

Вопрос: Две упругие однородные шайбы, скользящие поступательно по гладкому льду, столкнулись. При каких условиях после удара они также будут двигаться поступательно?

Задача: Два одинаковых упругих колечка радиуса R с шероховатой боковой поверхностью скользят навстречу друг другу по гладкой горизонтальной поверхности с одинаковыми по величине скоростями v_0 . Линии движения центров колечек проходят по касательной к ним (см. рисунок). После удара они



начали вращаться с угловыми скоростями $\omega = \frac{v_0}{4R}$. Найти величину скоростей движения центров масс колечек после удара.

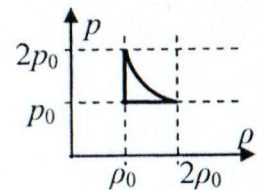
Задание 2:

Вопрос: Идеальный газ участвует в процессе, в котором его температура изменяется от T_0

до $5T_0$, а график зависимости давления от температуры – парабола $p = p_0 \left[1 + \frac{T^2}{4T_0^2} \right]$.

Плотность газа в конце процесса равна ρ_K . Чему равна минимальная плотность газа в этом процессе?

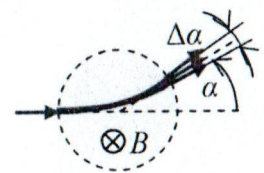
Задача: Постоянное количество гелия является рабочим телом тепловой машины, цикл которой в координатах «давление-плотность» показан на рисунке. Найти максимальное КПД этой тепловой машины (т.е. в пренебрежении всеми потерями, кроме передачи тепла холодильнику). Криволинейный участок диаграммы – гипербола $p\rho = const$.



Задание 3:

Вопрос: Как может двигаться заряженная частица в однородном и постоянном магнитном поле (если других силовых полей нет)? Опишите все возможные случаи.

Задача: Узкий пучок ионов с одинаковым зарядом, но с немного различающимися массами направляют в область цилиндрической формы, в которой создано однородное магнитное поле, направленное по оси цилиндра. Скорость ионов перпендикулярна этой оси. После прохождения области пучок отклонился от направления первоначального движения на угол $\alpha = 30^\circ$ и у него появилась расхожимость с углом $\Delta\alpha \approx 0,6^\circ$ (начальная расхожимость была пренебрежимо мала по сравнению с этой). Найти (в процентах) разброс масс ионов пучка ($\Delta m / m = ?$).



Задание 4:

Вопрос: В каком случае двояковыпуклая тонкая линза может являться рассеивающей? Ответ обосновать.

Задача: Небольшая лампа подвешена на высоте $H = 1,8$ м над горизонтальной поверхностью стола. Между лампой и столом поместили линзу, оптическая сила которой $D = 2,5$ дптр, таким образом, что на столе наблюдалось четкое изображение нити лампы (плоскость линзы горизонтальна). Линзу переместили вниз на расстояние h , и оказалось, что и в этом случае на столе наблюдается четкое изображение нити. Найти h .

77-23-79-00
(170.1)

Чистовик

√2

Вопрос:

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \nu RT; \quad V = \frac{m}{\rho}, \quad \nu = \frac{m}{M}; \quad \Rightarrow \rho \frac{m}{\rho} = \frac{m}{M} RT;$$

$$\rho M = pRT \Rightarrow \rho = \frac{M}{R} \cdot \frac{p}{T}$$

Для нашей задачи:

$$\rho(T) = \frac{M}{R} \cdot p_0 \cdot \frac{\left(1 + \frac{T^2}{4T_0^2}\right)}{T} = \frac{Mp_0}{R} \cdot \left(\frac{1}{T} + \frac{T}{4T_0^2}\right)$$

Для нахождения экстремума возьмем производную и приравняем ее к нулю:

$$\rho'(T) = \frac{Mp_0}{R} \cdot \left(-\frac{1}{T^2} + \frac{1}{4T_0^2}\right) = 0$$

$$4T_0^2 = T^2 \Rightarrow \text{при } T_3 = 2T_0 - \text{экстремум}$$

Теперь выясним, это максимум или минимум:

$$\rho(T_3) = \rho(2T_0) = \frac{Mp_0}{R} \cdot \left(\frac{1}{2T_0} + \frac{2T_0}{4T_0^2}\right) = \frac{Mp_0}{RT_0}$$

$$\rho(5T_0) = \frac{Mp_0}{R} \cdot \left(\frac{1}{5T_0} + \frac{5T_0}{4T_0^2}\right) = \frac{29}{20} \cdot \frac{Mp_0}{RT_0} > \rho(T_3)$$

$\rho(T_3)$ - минимум

Заметим, что $T_3 \in [T_0, 5T_0]$

$$P_k = \frac{29}{20} \cdot \frac{Mp_0}{RT_0} \Rightarrow \rho(T_3) = \frac{20}{29} P_k$$

$$\rho(T_3) = \frac{Mp_0}{RT_0}$$

Ответ: $\rho(T_3) = \frac{20}{29} P_k$, при $T_3 = 2T_0$.

Задача:

Найдем КПД цикла:

Сначала перерисуем цикл в pV координатах.

$$p = \frac{m}{V} = \frac{M\nu}{V} \Rightarrow \text{при } p = \text{const} - V = \text{const} \left(V = \frac{M\nu}{p}\right)$$

1 из 11

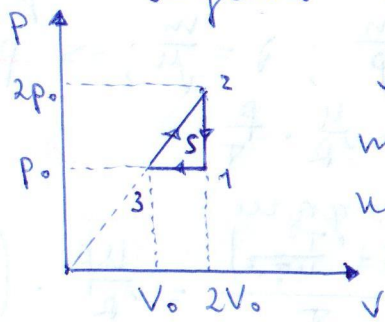
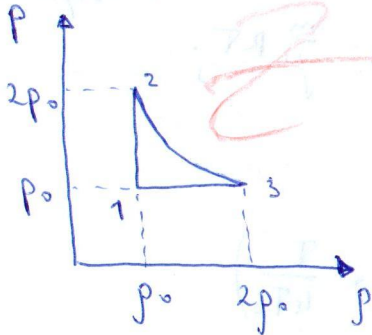
Чистовик

$$p \cdot p = \text{const} = c$$

$$p = \frac{c}{V} \Rightarrow V = \frac{mV}{p} = \frac{mV}{c} \cdot p \Rightarrow p = \frac{c}{mV} \cdot V \Rightarrow p \propto V$$

Пусть $V_0 = \frac{mV}{2p_0}$, ТОГДА:

Мы работаем с тепловой машиной, поэтому цикл по часовой стрелке.



$$A_{12} = S_{12} = \frac{1}{2} (2p_0 - p_0) \cdot (2V_0 - V_0) = \frac{p_0 V_0}{2} \text{ (где } pV \text{ координаты)}$$

$$\Delta U = \nu C_V R \Delta T = \frac{C_V}{R} \cdot \Delta(pV)$$

I начало термодинамики:

$$1-3: Q_{13} = A_{13} + \Delta U_{13} = A_{13} + \frac{C_V}{R} (p_0 V_0 - p_0 \cdot 2V_0) < 0, \text{ т.к. } A_{13} < 0$$

$$2-1: Q_{21} = \Delta U_{21} + A_{21} = \Delta U_{21} = \frac{C_V}{R} (2p_0 \cdot V_0 - 4p_0 V_0) < 0$$

$$3-2: Q_{32} = \Delta U_{32} + A_{32} = \frac{C_V}{R} \cdot (2p_0 \cdot 2V_0 - p_0 \cdot V_0) + \frac{2p_0 + p_0}{2} \cdot (2V_0 - V_0) =$$

$$= 3p_0 V_0 \left(\frac{C_V}{R} + \frac{1}{2} \right)$$

$$\eta = \frac{A_{12}}{Q_{32}} = \frac{A_{12}}{Q_{32}} = \frac{\frac{p_0 V_0}{2}}{3p_0 V_0 \left(\frac{C_V}{R} + \frac{1}{2} \right)} = \frac{1}{6 \left(\frac{C_V}{R} + \frac{1}{2} \right)} = \frac{1}{6 \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \right)} = \frac{1}{12}$$

$$C_V = \frac{3}{2} R, \text{ т.к. гелий}$$

Ответ: $\eta = \frac{1}{12} \approx 8,3\%$

Вопрос:

$\vec{F}_n = q [\vec{v} \vec{B}]$ - магнитная составляющая силы Лоренца

↓

1) Если $\vec{v} = 0$, то $F = 0 \Rightarrow$ частица покоится

2) Если $\vec{v} \neq 0$:

а) $\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_n \perp \vec{v}, \vec{F}_n \perp \vec{B}$

2 и 11

$\vec{F}_L \perp \vec{v} \Rightarrow$ у ^{чистовик} частицы нет тангенциального ускорения, но есть нормальное, значит она будет двигаться по окружности, считаем ее радиус:

II 3-н Ньютона or:

$$\frac{mv^2}{R} = qvB \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} \left(a_n = \frac{v^2}{R} \right) \Rightarrow R = \text{const}$$

⊙ $\vec{v} \parallel \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_L = \vec{0} \Rightarrow$ частица движется по прямой с постоянной скоростью, т.к. $F_L = ma = 0 \Rightarrow a = 0$.

⊕ $(\vec{v}, \vec{B}) = \alpha \Rightarrow$ циркуляция нулевая α и δ , $v_\alpha = v_\perp = v \sin \alpha$, $v_\delta = v_\parallel = v \cos \alpha$

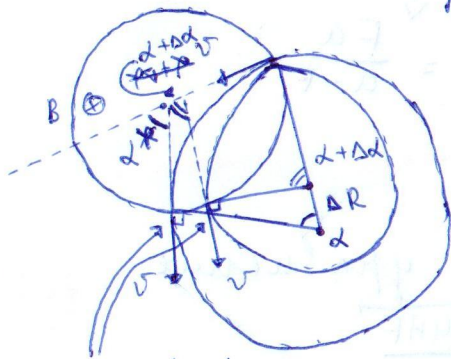
\Downarrow
Частица движется по винтовой линии.

Ответ: 1) $v=0$ - частица в покое, 2) ⊙

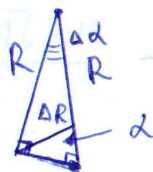
$\vec{v} \perp \vec{B}$ - по окружности радиуса $R = \frac{mv}{qB}$; ⊙ $\vec{v} \parallel \vec{B}$ - по прямой, с постоянной скоростью;

⊕ $(\vec{v}, \vec{B}) = \alpha$ - винтовая линия $R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$; $H = v_\parallel \cdot T = v \cos \alpha \cdot \frac{2\pi R}{v_\perp} = \frac{2\pi R \cos \alpha}{\sin \alpha} = 2\pi \cdot \frac{mv \cos \alpha}{qB}$

Задача (рисунки на стр 7)



ПРАКТИЧЕСКИ
⊙ Δ НА ТОЧКА, т.к.
 $\Delta d \ll d$



II 3-н Ньютона or:

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$

$$\Delta R = \frac{m}{qB} \cdot (v + \Delta v) - \frac{m}{qB} \cdot v =$$

$$\Delta R = \frac{v}{qB} (m + \Delta m) - \frac{v}{qB} m = \frac{v \Delta m}{qB}$$

$$\Delta d = \frac{\Delta R \sin \alpha}{R} - \text{т.к. } \Delta d \ll 1$$

Чистовик

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\frac{\sqrt{3} \Delta m}{qB}}{\frac{v m}{qB}} = \frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta d}{\sin \alpha}, \Delta d \text{ в радианах}$$

Вычисление: (+)

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{0,6 \cdot \pi}{180} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{2\pi}{300} = \frac{2}{3} \pi \% \approx 2\%$$

Ответ: $\frac{\Delta m}{m} \approx 2\%$

Вопрос:

Пусть показатель преломления линзы n_n , среды - n_{cp} , тогда:

$$\frac{1}{F} = \left(\frac{n_n}{n_{cp}} - 1\right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) - \text{инвариант Аббе,}$$

двояковыпуклая $\Rightarrow R_1 > 0, R_2 > 0$

рассеивающая $\Leftrightarrow F < 0 \Rightarrow \frac{n_n}{n_{cp}} - 1 < 0 \Rightarrow n_{cp} < n_n$??

Ответ: если $n_{cp} < n_n$.

Задача:

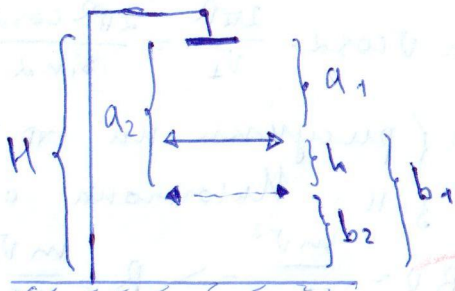
Решение 1 (предназначено для проверки работ и выставления баллов)

Дано:

$$H = 1,8 \text{ м}$$

$$D = 2,5 \text{ дптр}$$

$$h = ?$$



Ф-ла Личжи:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$$

$$b = \frac{Fa}{a-F}$$

$$H = (a+b) = a + \frac{Fa}{a-F} = \frac{a^2}{a-F};$$

$a^2 = Ha + HF = 0$ - квадратное уравнение (+)

$$a_1 = \frac{H - \sqrt{H^2 - 4HF}}{2}; \quad a_2 = \frac{H + \sqrt{H^2 - 4HF}}{2} \quad \text{т.к. } a_1 < a_2$$

$$a_2 - a_1 = h = \frac{H + \sqrt{H^2 - 4HF}}{2} - \frac{H - \sqrt{H^2 - 4HF}}{2} = \sqrt{H^2 - 4HF} =$$

$$h = \sqrt{H \left(H - \frac{4}{D}\right)}$$

Числовик

Олимпиада

ПВГ

2016

Вычисление:

$$h = \sqrt{H(H - \frac{4}{D})} = \sqrt{1,8 \text{ м} (1,8 \text{ м} - \frac{4}{2,5 \text{ д.п.т.р}})} = 0,6 \text{ м}$$

Решение 2 (дополнительное, не оценивается, т.к. оценивается решение 1)

Можно было не решать квадратное уравнение, а воспользоваться формулой Ньютона:

$xy = F^2$, где x - расстояние между предметом и его фокусом, y - между изображением и его фокусом.

$$\begin{cases} xy = F^2 \\ (x+h)(y-h) = F^2 \end{cases} \Rightarrow h(y-x) = h^2$$

$$h = 0 \text{ или } h = y - x$$

$$x + y + 2F = H;$$

$$x + y = H - 2F \Rightarrow (x+y)^2 - 4xy = (y-x)^2 = (H-2F)^2 - 4F^2$$

$$h = y - x = \sqrt{(y-x)^2} = \sqrt{(H-2F)^2 - 4F^2} = \sqrt{H(H - \frac{4}{D})}$$

$$\text{Ответ: } h = \sqrt{H(H - \frac{4}{D})} = 0,6 \text{ м.}$$

~1

Вопрос:

При лобовом соударении, в силу симметрии силы могут действовать только по линии соединения центров (внешних сил ^{скользящих}, т.к. скользят по гладкому льду, а сила тяжести уравновешивается силой реакции опоры), значит

5 из 11

Числовик
 Закручивание не происходит.

Если поверхности найд гладкие, то также не происходит закручивание, т.к. внешние силы скомпенсированы, а реакция опоры направлена по линии соединения центров $\Rightarrow M_N = 0$, относительно центра, тогда по основному уравнению вращения твердого тела:

$$\Sigma M = 0 = J\epsilon \Rightarrow \epsilon = 0 \Rightarrow \text{не закручиваются.}$$

Ответ: а) при лобовом соударении,

б) Если между поверхностями найд нет трения.

Задача:

Дано: Сумма внешних сил равна нулю, v_0 , значит, по теореме о движении центра масс, ускорение ц.м. равно нулю.

$$w = \frac{v_0}{4R} \quad v - ? \quad \vec{V}_{ц.м} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m \vec{v}_0 - m \vec{v}_0}{m_1 + m_2} = \vec{0} = const$$

В силу симметрии, скорости найд после соударения будут направлены по одной линии, тогда:

$$\vec{V}_{ц.м} = \frac{m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2}{m_1 + m_2} = \frac{m \vec{v}_0 - m \vec{v}_0}{2m} = \vec{0}$$

$$\vec{v}'_1 = -\vec{v}'_2 \Rightarrow |\vec{v}'_1| = |\vec{v}'_2| = v$$

$J = mR^2$ - для диска.

$$ЗСЭ: \frac{m v_0^2}{2} + \frac{m v_0^2}{2} = \left(\frac{J \omega^2}{2} + \frac{m v^2}{2} \right) + \left(\frac{J \omega^2}{2} + \frac{m v^2}{2} \right) \quad ??$$

$$6 \text{ из } 11 \quad m v_0^2 = J \omega^2 + m v^2$$

$$mV_0^2 = mR^2 \cdot \omega^2 + mV^2; \quad \text{Чистовик}$$

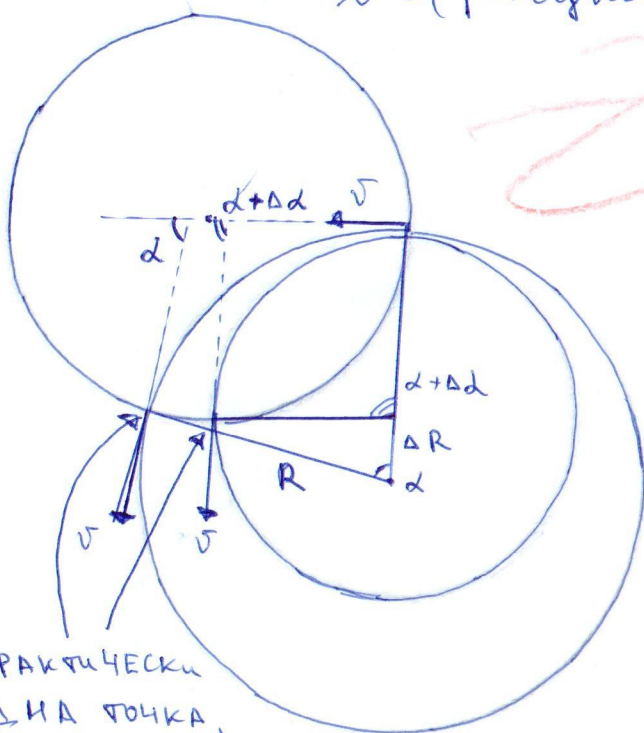
$$V_0^2 = R^2 \cdot \left(\frac{V_0}{4R}\right)^2 + V^2$$

$$V^2 = V_0^2 - \frac{V_0^2}{16} = \frac{15}{16} V_0^2$$

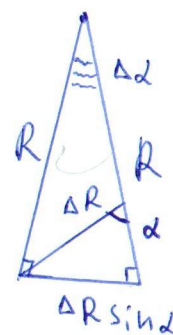
$$V = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{16}} V_0 = \frac{\sqrt{15}}{4} V_0$$

ответ : $V = \frac{\sqrt{15}}{4} V_0 \approx 0,97 V_0$ ($\sqrt{15} \approx 3,87$)

~ 3 (рисунк)



ПРАКТИЧЕСКИ
ОДНА ТОЧКА,
т.к. $\Delta d \ll d$



77-23-79-00
(170.1)

Олимпиада

ПВГ

2016

Черновик
~2

$$pV = \nu RT$$

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \rightarrow p\mu = pRT$$

$$p = \frac{p\mu}{RT} = \frac{\mu}{R} \cdot \frac{p_0 \left[1 + \frac{T^2}{4T_0^2} \right]}{T}$$

$$p'_T = \frac{\mu p_0}{R} \cdot \left(-\frac{1}{T^2} + \frac{1}{4T_0^2} \right) = 0$$

$$T^2 = 4T_0^2 \rightarrow T = 2T_0$$

(min или max?)

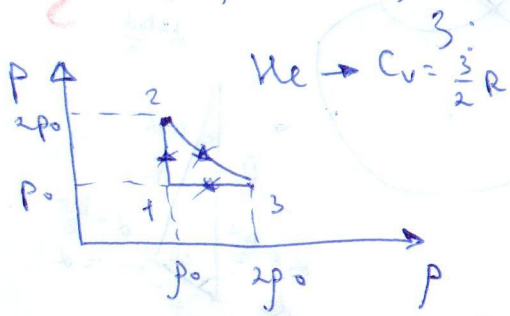
$$p(2T_0) = \frac{\mu p_0}{R} \cdot \left[\frac{1}{2T_0} + \frac{4T_0^2}{2T_0 \cdot 4T_0^2} \right] = \frac{\mu p_0}{R T_0}$$

$$p(5T_0) = \frac{\mu p_0}{R} \cdot \left[\frac{1}{5T_0} + \frac{5T_0}{4T_0^2} \right] = \frac{29 \mu p_0}{20 R T_0} > p(2T_0)$$

$$p(T_0) = \frac{\mu p_0}{R} \cdot \left[\frac{1}{T_0} + \frac{T_0}{4T_0^2} \right] = \frac{5 \mu p_0}{4 R T_0}$$

\downarrow
 $p(2T_0) = \text{min}$

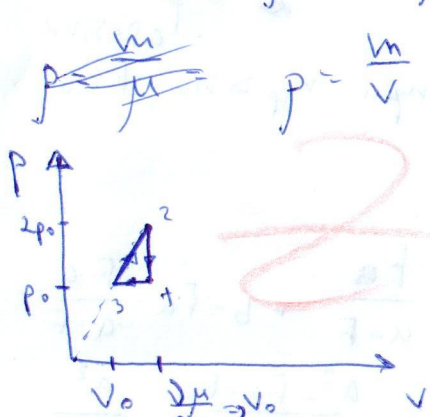
$$p_{\text{min}} = p(2T_0) = \frac{20}{29} p_k$$



$\mu e \rightarrow C_v = \frac{3}{2} R$

$p\mu = pRT$
 $p \cdot p = \text{const}$
 \downarrow процесс изобары, т.к. μ не меняется
ТЕПЛ. МАШ

$V = \text{const}$



23: $p p = \text{const} = c$

$$p = \frac{c}{p} \rightarrow V = \frac{\nu \mu}{p} = \frac{\nu \mu}{c} \cdot p$$

\downarrow
 $(p \sim V)$

$$A = S = \frac{1}{2} \cdot (2p_0 - p_0) \cdot (2V_0 - V_0) = \frac{p_0 V_0}{2}$$

$$Q_{12} = Q_{32} = \Delta U_{32} + A_{32} = \frac{C_v}{R} \cdot \Delta(pV) + S_{32} = \frac{C_v}{R} \cdot (2p_0 \cdot 2V_0 - p_0 V_0) + \frac{2p_0 + p_0}{2} \cdot (2V_0 - V_0)$$

$$= \frac{3\rho_0 V_0}{R} + \frac{3\rho_0 V_0}{2} = 3\rho_0 V_0 \cdot \left(\frac{C_V}{R} + \frac{1}{2} \right) \quad \text{Черновик}$$

$$y = \frac{A}{Q_+} = \frac{\frac{\rho_0 V_0}{2}}{3\rho_0 V_0 \left(\frac{C_V}{R} + \frac{1}{2} \right)} = \frac{1}{6 \left(\frac{C_V}{R} + \frac{1}{2} \right)} = \frac{1}{12}$$

$B \perp v$



окр.

$v=0$??!

$B \parallel v$



прям.

$(\vec{B} \vec{v}) = d$

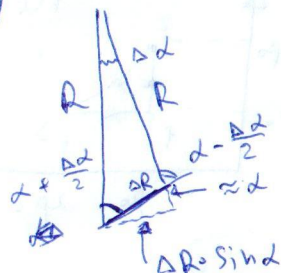
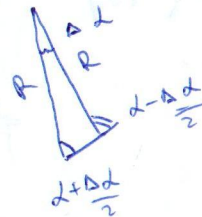
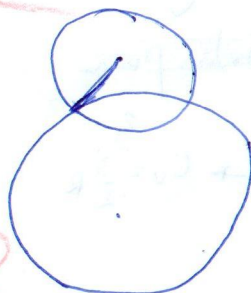
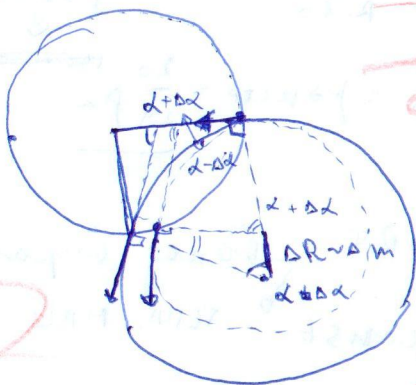


суперпозиция двух винтовых линий



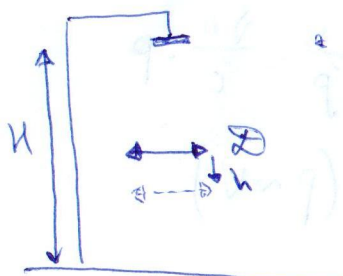
3:
 $q_i = q$

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$



$$\frac{1}{F} = \left(\frac{n_{cp}}{n_{air}} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \rightarrow \text{при } n_{cp} > n_{air}, F < 0 \Rightarrow \text{рассеивающая}$$

3:



$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \rightarrow b = \frac{Fa}{a-F} \rightarrow b = \frac{Fa}{a-F}$$

$$H = a + b = a + \frac{Fa}{a-F} = \frac{a^2 - Fa + Fa}{a-F} = \frac{a^2}{a-F}$$

$$H(a-F) = a^2$$

$$a^2 - Ha + HF = 0$$

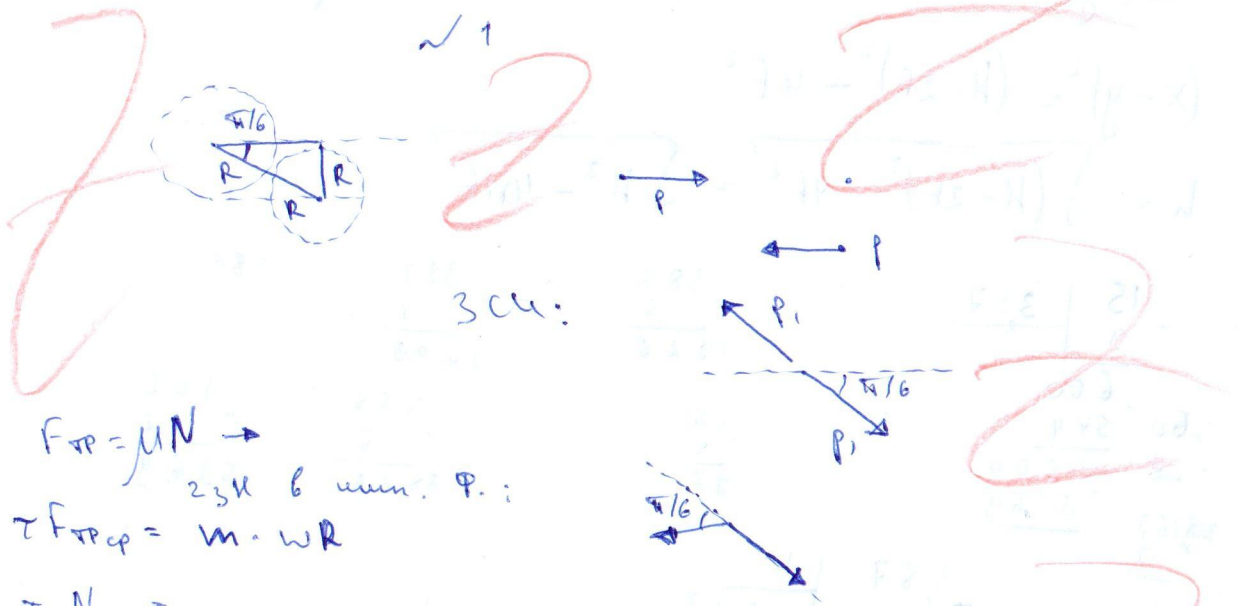
$$a = \frac{H \pm \sqrt{H^2 - 4HF}}{2} \rightarrow a_1 = \frac{H - \sqrt{H^2 - 4HF}}{2}; a_2 = \frac{H + \sqrt{H^2 - 4HF}}{2}$$

$$a_2 - a_1 = h = \frac{H + \sqrt{H^2 - 4KF}}{2} - \frac{H - \sqrt{H^2 - 4KF}}{2} = \sqrt{H^2 - 4KF}$$

$$h = \sqrt{H^2 - 4KF} = \sqrt{H \left(H - \frac{4}{2} \right)}$$

Черковик

$$h = \sqrt{1,8 \cdot \left(1,8 - \frac{16}{10} \right)} = \sqrt{1,8 \cdot 0,2} = 0,6$$



$$F_{TP} = MN \rightarrow$$

23K в мин. Ф.:

$$\tau F_{TPcp} = m \cdot \omega R$$

$$\tau \cdot N_{cp} =$$

$$3СЭ: \frac{mV_0^2}{2} + \frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + \frac{mV^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$$

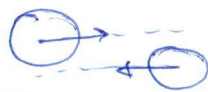
$$mV_0^2 = mV^2 + mR^2 \cdot \omega^2$$

$$V_0^2 = V^2 + \left(\frac{V}{4} \right)^2 \rightarrow V^2 = \frac{15}{16} V_0^2 \rightarrow V = \frac{\sqrt{15}}{4} V_0$$

В.:



ноб.



$$F_{TP} = 0$$

3 3:

$$\Delta d = \frac{\Delta R \sin \alpha}{R}$$

$$\Delta R = \frac{V}{gB} \cdot (m + \Delta m) - \frac{V}{gB} \cdot m = \frac{V}{gB} \cdot \Delta m$$

$$\Delta d = \frac{\sin \alpha}{\frac{V}{gB} \cdot m} \cdot \frac{V}{gB} \cdot \Delta m = \frac{\Delta m}{m} \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta d}{\sin \alpha}$$

$$\rightarrow \frac{\Delta m}{m} = \frac{0,6\pi}{180} \cdot 2 \cdot 100\% = \frac{12}{18} \pi = \frac{2}{3} \pi \approx 2\%$$

$$\pi \approx 3,142 \rightarrow \frac{\Delta m}{m} \approx$$

10 м 11

Черновик

$$xy = F^2$$

$$x + y + 2F = K \rightarrow x + y = K - 2F$$

$$(x+h)(y-h) = F^2 - xy$$

$$h(y-x) - h^2 = 0 \rightarrow h=0 \text{ или } h=y-x$$

$$(x-y)^2 = (K-2F)^2 - 4F^2$$

$$h = \sqrt{(K-2F)^2 - 4F^2} = \sqrt{K^2 - 4KF}$$

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 387} \\ \underline{-9} \\ 600 \\ \underline{-544} \\ 5600 \\ \underline{-5369} \\ 231 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 385 \\ \times 5 \\ \hline 1925 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 387 \\ \times 1 \\ \hline 387 \end{array}$$

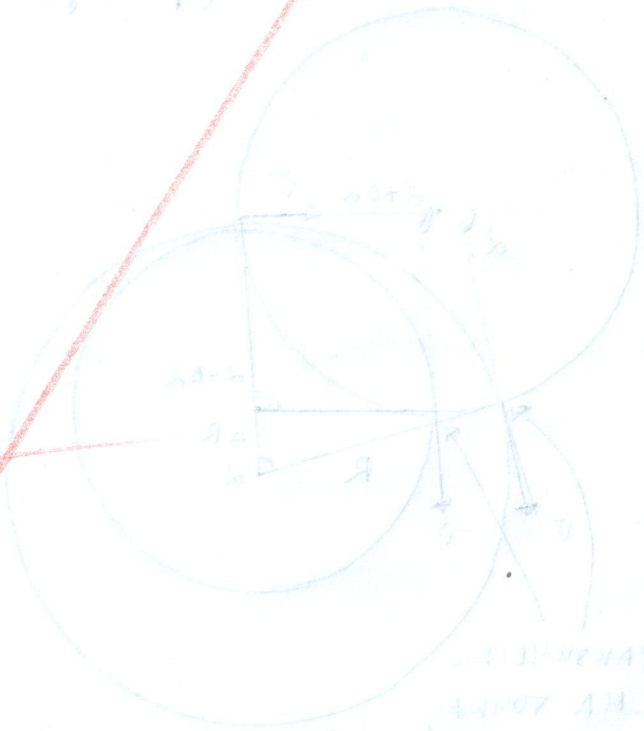

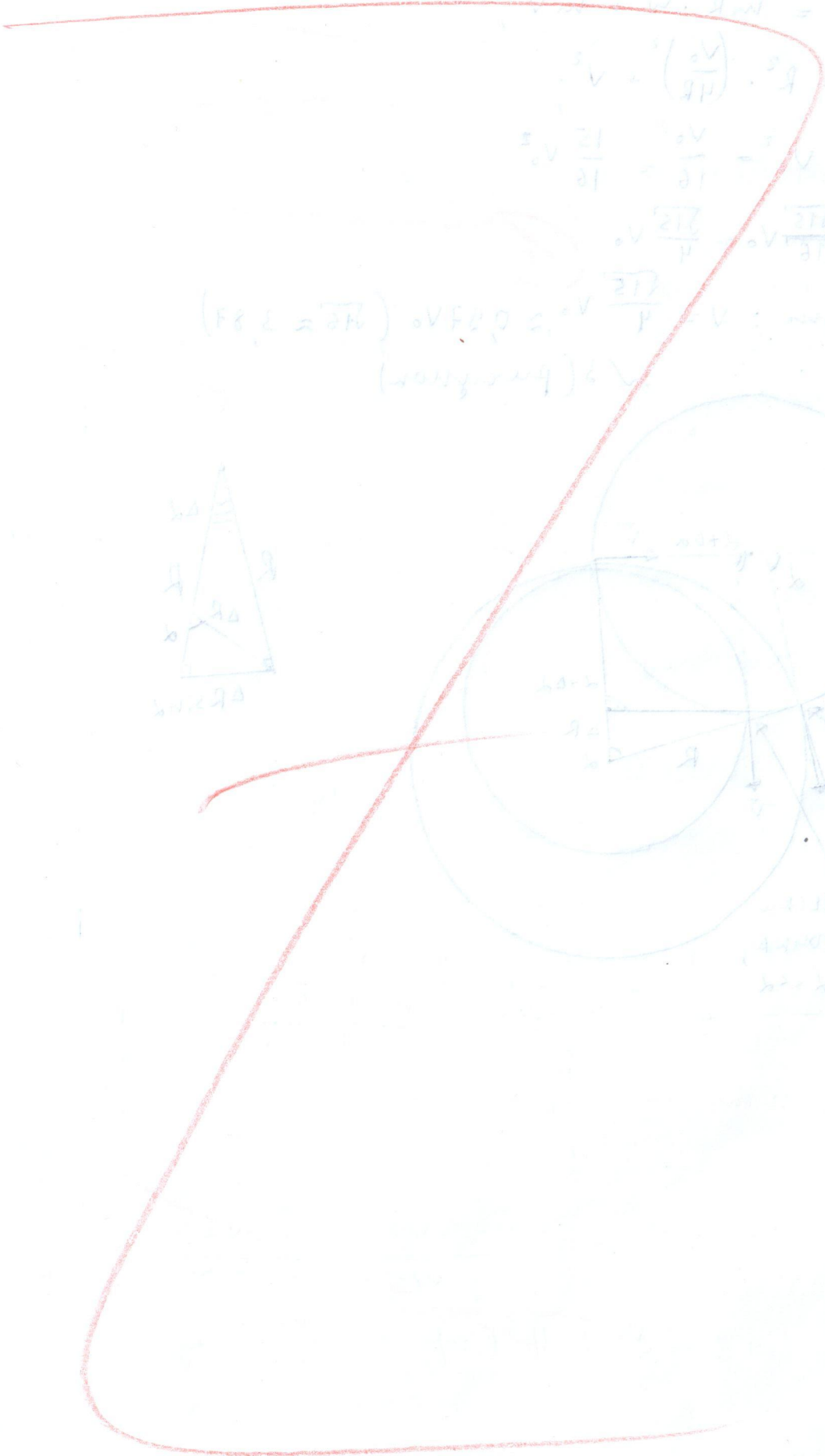
380

$$\begin{array}{r} 767 \\ \times 7 \\ \hline 5369 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,87 \overline{) 4} \\ \underline{-3,6} \\ 27 \\ \underline{-24} \\ 30 \end{array}$$

11 11

[Faint handwritten text and mathematical formulas, including $\frac{V_0}{gH}$ and $\frac{V_0}{g}$, are visible in the upper portion of the page.]



[Faint handwritten text and mathematical formulas are visible in the lower right area of the page.]