06-36-86-56
(170.1)

Олимпиада ПВГ
2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Выход $12^{15}-12^{17}$

Вариант 02

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьёвы горы!

по ФИЗИКЕ

Кузьмина Сергея Сергеевича

фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата

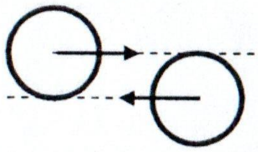
«20» марта 2016 года

Подпись участника

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2016 года
БИЛЕТ № 02 (10-11 классы)

Задание 1:

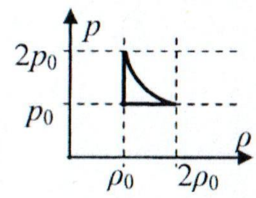
Вопрос: Две упругие однородные шайбы, скользившие поступательно по гладкому льду, столкнулись. При каких условиях после удара они также будут двигаться поступательно?



Задача: Два одинаковых упругих колечка радиуса R с шероховатой боковой поверхностью скользят навстречу друг другу по гладкой горизонтальной поверхности с одинаковыми по величине скоростями v_0. Линии движения центров колечек проходят по касательной к ним (см. рисунок). После удара они начали вращаться с угловыми скоростями $\omega = \frac{v_0}{4R}$. Найти величину скоростей движения центров масс колечек после удара.

Задание 2:

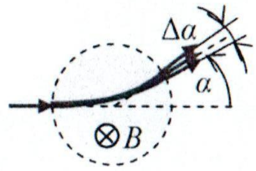
Вопрос: Идеальный газ участвует в процессе, в котором его температура изменяется от T_0 до $5T_0$, а график зависимости давления от температуры – парабола $p = p_0\left[1 + \frac{T^2}{4T_0^2}\right]$. Плотность газа в конце процесса равна ρ_K. Чему равна минимальная плотность газа в этом процессе?



Задача: Постоянное количество гелия является рабочим телом тепловой машины, цикл которой в координатах «давление-плотность» показан на рисунке. Найти максимальное КПД этой тепловой машины (т.е в пренебрежении всеми потерями, кроме передачи тепла холодильнику). Криволинейный участок диаграммы – гипербола $p\rho = const$.

Задание 3:

Вопрос: Как может двигаться заряженная частица в однородном и постоянном магнитном поле (если других силовых полей нет)? Опишите все возможные случаи.



Задача: Узкий пучок ионов с одинаковым зарядом, но с немного различающимися массами направляют в область цилиндрической формы, в которой создано однородное магнитное поле, направленное по оси цилиндра. Скорость ионов перпендикулярна этой оси. После прохождения области пучок отклонился от направления первоначального движения на угол $\alpha = 30°$ и у него появилась расходимость с углом $\Delta\alpha \approx 0{,}6°$ (начальная расходимость была пренебрежимо мала по сравнению с этой). Найти (в процентах) разброс масс ионов пучка ($\Delta m / m = ?$).

Задание 4:

Вопрос: В каком случае двояковыпуклая тонкая линза может являться рассеивающей? Ответ обосновать.

Задача: Небольшая лампа подвешена на высоте $H = 1{,}8$ м над горизонтальной поверхностью стола. Между лампой и столом поместили линзу, оптическая сила которой $D = 2{,}5$ дптр, таким образом, что на столе наблюдалось четкое изображение нити лампы (плоскость линзы горизонтальна). Линзу переместили вниз на расстояние h, и оказалось, что и в этом случае на столе наблюдается четкое изображение нити. Найти h.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

06-36-86-56 (170.1)

Олимпиада ПВГ 2016

1	5	19
2	5	20
3	5	19
4	5	20
5		98

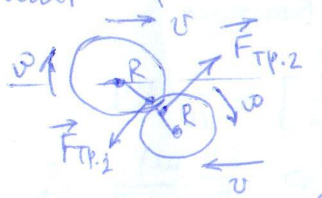
ЧИСТОВИК

Задание 1

Вопрос: 1). Если ~~боковая~~ боковые поверхности шайбы гладкие, то при столкновении не возникает силы трения и, соответственно, не возникает момента силы трения относительно центра шайбы, поэтому в этом случае закручивания не будет и шайбы будут двиг. поступательно.

2). Если боковые поверхности шайбы шероховатые, но удар центральный, т.е. линии движения центров шайб являются одной и той же прямой, то момента силы трения относительно центра шайбы тоже не возникает, поэтому вращаться шайба не будет.

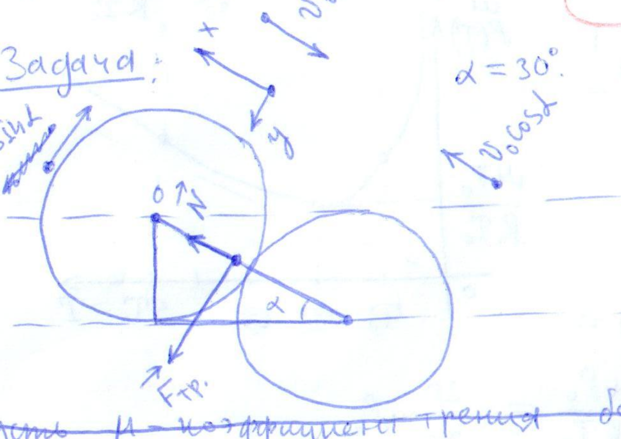
Во всех остальных случаях шайба будет вращаться, т.к. возникает момент силы трения относительно центра шайбы:



$I\cdot\frac{d\omega}{dt} = F_{тр.}\cdot R$, где I — момент инерции шайбы относительно центра.

(+)

Задача:



$\alpha = 30°$.

Разложим скорость v_0 на две составляющие: направленную по линии центров колечек и перпендикулярно этой линии.

~~Пусть μ — коэффициент трения боковой поверхности колечка.~~

Запишем тогда ур-ние динамики вращ. движения отн. т. O: $F_{тр.}R = mR^2\cdot\frac{d\omega}{dt} \Rightarrow F_{тр}dt = mR\,d\omega \Rightarrow$

$\Rightarrow \int F_{тр.}dt = mR\Delta\omega \Rightarrow \int F_{тр.}dt = mR\Delta\omega = mR\frac{v_0}{4R} = \frac{mv_0}{4}$

Но $\int N dt = m\Delta v_y = 2mv_0\cos\alpha \Rightarrow 2\mu m v_0\cos\alpha = \frac{mv_0}{4} \Rightarrow$ (т.к. ~~шайбы~~ колечки упругие).

$\Rightarrow \mu = \frac{1}{8\cos\alpha} \Rightarrow F_{тр.} = \mu N = \frac{N}{8\cos\alpha}$

Оценка: 98 баллов

страница 1

ЧИСТОВИК

Но запишем ещё II з-н Ньютона (для ц.м.)
в проекции на ось Oy:

$$F_{тр.}\cdot dt = m\,dv_y \Rightarrow \int F_{тр.}\cdot dt = m\Delta v_y$$

Но $\int F_{тр.}\cdot dt = \frac{mv_0}{4} \Rightarrow m\Delta v_y = \frac{mv_0}{4} \Rightarrow \Delta v_y = \frac{v_0}{4}$.

$$v_y + v_0\sin\alpha = \frac{v_0}{4} \Rightarrow v_y + \frac{v_0}{2} = \frac{v_0}{4} \Rightarrow v_y = -\frac{v_0}{4}.$$

а $v_x = \cancel{2}v_0\cos\alpha = \frac{1}{2}v_0\sqrt{3}$, т.к. колечки упругие. ?

Значит, $v_к^2 = v_x^2 + v_y^2 = \frac{3v_0^2}{4} + \frac{v_0^2}{16} = \frac{13}{16}v_0^2$

$$\Rightarrow \boxed{v_к = \frac{\sqrt{13}}{4}v_0}$$

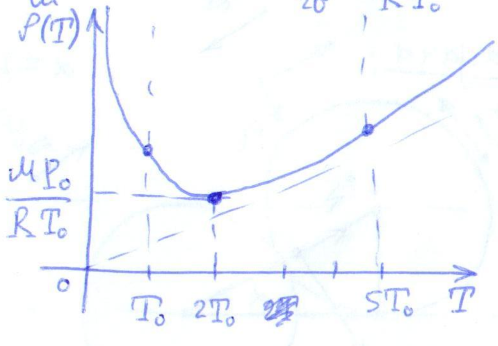
Ответ: $v_к = \frac{\sqrt{13}}{4}v_0$. +

Задание 2.

Вопрос: Для идеального газа справедливо ур-ние Менделеева-Клапейрона:
$P = \frac{\rho}{\mu}RT$. Значит, для данного в вопросе процесса можно написать: $P_0\left[1 + \frac{T^2}{4T_0^2}\right] = \frac{\rho}{\mu}RT$

Для кон. сост: $P_0\left[1 + \frac{25}{4}\right] = \frac{\rho_к}{\mu}R\cdot 5T_0 \Rightarrow \frac{29}{20}\cdot\frac{\mu P_0}{RT_0} = \rho_к$

$$\rho(T) = \frac{\mu P_0}{R}\cdot\left[\frac{1}{T} + \frac{T}{4T_0^2}\right]$$



Легко заметить, что $\rho(T)_{мин}$ при $T = 2T_0$

Действительно, $\rho'(T) = \frac{\mu P_0}{R}\left[-\frac{1}{T^2} + \frac{1}{4T_0^2}\right] = 0 \Rightarrow$

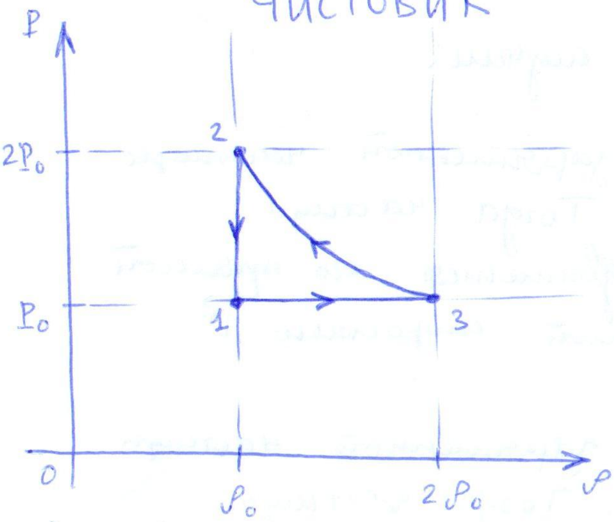
$$\Rightarrow T = 2T_0 \Rightarrow \rho_{min} = \frac{\mu P_0}{RT_0} = \frac{20}{29}\rho_к.$$

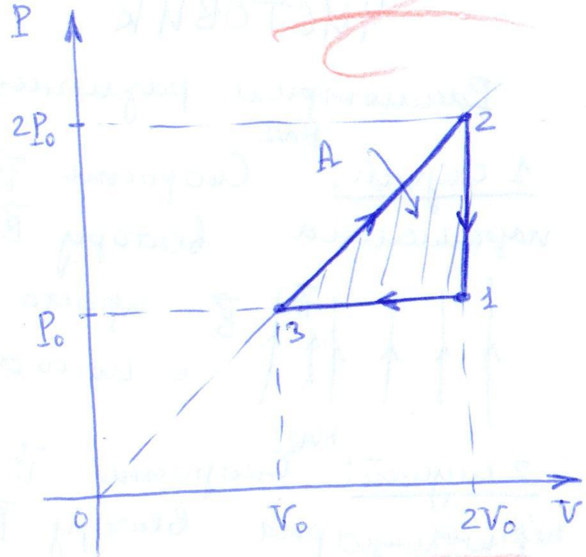
Ответ: $\rho_{min} = \frac{20}{29}\rho_к$.

Задача: Для идеального газа справедливо ур-ние Менделеева-Клапейрона: $P = \frac{\rho}{\mu}RT$

$PV = \frac{m}{\mu}RT$ Пусть m – масса гелия.

ЧИСТОВИК





1). Рассм. участок 1-2:

$\rho = const = \rho_0 \Rightarrow P = \frac{\rho_0}{\mu}RT = \rho_0 \cdot \frac{PV}{m} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho_0} \Rightarrow$

$\Rightarrow V = const$, т.е. участок 1-2 – изохора.

2). Рассм. участок 1-3:

$P = const = P_0 \Rightarrow \cancel{P_0 = \frac{\rho}{\mu}RT = \frac{\rho PV}{m}}$

$\Rightarrow$ участок 1-3 – изобара.

3). Рассм. участок 2-3:

$P\rho = const = 2P_0\rho_0 \Rightarrow P = \frac{2P_0\rho_0}{P\mu}RT \Rightarrow$

$\Rightarrow P^2 = \frac{2P_0\rho_0}{\mu}RT = 2P_0\rho_0 \cdot \frac{PV}{m} \Rightarrow$

$\Rightarrow P = \frac{2P_0\rho_0}{m} \cdot V$, т.е. $P \sim V$.

$$\eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{\frac{1}{2}P_0V_0}{Q_{32}} = \frac{\frac{1}{2}P_0V_0}{A_{32} + \Delta U_{32}} = \frac{\frac{1}{2}P_0V_0}{\frac{1}{2}(P_0 + 2P_0)V_0 + \frac{3}{2}(4P_0V_0 - P_0V_0)} =$$

$$= \frac{P_0V_0}{3P_0V_0 + 3\cdot 3P_0V_0} = \frac{1}{12}.$$

Ответ: $\eta = \frac{1}{12}$.

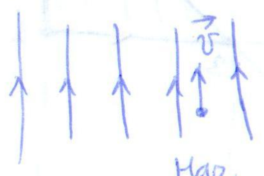
Задание 3.

Вопрос: В магнитном поле на заряженную частицу действует сила Лоренца, равная $\vec{F} = q[\vec{v}; \vec{B}]$. Обозначим за $\vec{v}_\perp$ составляющую скорости $\vec{v}$, перпендикулярную $\vec{B}$. Тогда $\vec{F} = q[\vec{v}_\perp; \vec{B}]$, т.е. $\vec{v}_\parallel$ никакой роли не играет во взаимодействии с магнитным полем.

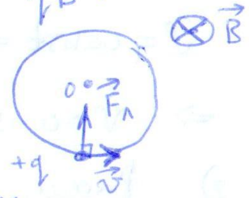
ЧИСТОВИК

Рассмотрим различные случаи:

1 случай: Скорость $\vec{v}$ (нач.) заряженной частицы параллельна вектору $\vec{B}$. Тогда частица просто движется по прямой с постоянной скоростью $\vec{v}$.

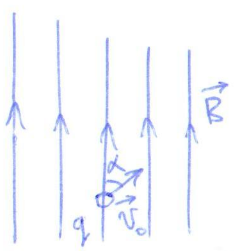


2 случай: Нач. скорость $\vec{v}$ заряженной частицы перпендикулярна вектору $\vec{B}$. Тогда частица движется по окружности с пост. скоростью v радиуса $R = \frac{mv}{qB}$, где m – масса частицы, q – её заряд.



3 случай:

Нач. скорость $\vec{v}$ заряженной частицы направлена под каким-то произв. углом α к вектору $\vec{B}$. Тогда частица будет двигаться по спирали радиуса

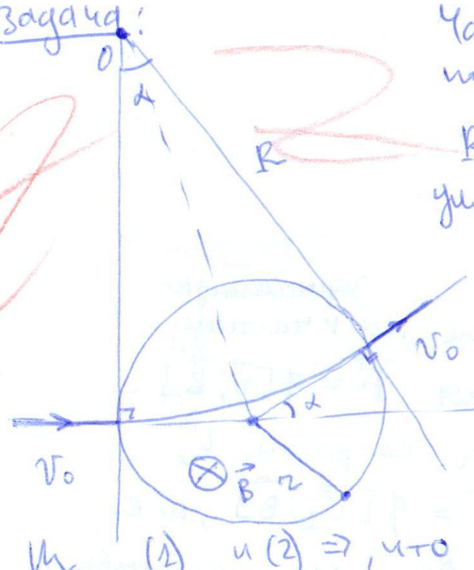


$$R = \frac{mv\sin\alpha}{qB}$$ и шагом, равным

$$h = v_0\cos\alpha\cdot T = v_0\cos\alpha\cdot\frac{2\pi m\sin\alpha}{qB} = \frac{\pi m\sin 2\alpha\cdot v_0}{qB}$$

4 случай: $\vec{v}_0 = 0$. Тогда частица просто остаётся в состоянии покоя.

Задача:



Частица будет двигаться по дуге окружности радиуса $R = \frac{mv_0}{qB}$ (1) Пусть радиус цилиндра равен r.

Тогда $R = r\cdot ctg\frac{\alpha}{2}$ (2)

Если разброс масс Δm, то разброс R: $\Delta R = \frac{\Delta m\cdot v_0}{qB}$.

Но $\Delta R = \frac{1}{2}r\cdot\frac{\Delta\alpha_{рад}}{\sin^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{\Delta m\cdot v_0}{qB}$ (3)

Из (1) и (2) $\Rightarrow$, что $r\cdot ctg\frac{\alpha}{2} = \frac{mv_0}{qB}$ (4).

ЧИСТОВИК

Поделим (3) на (4) и получим:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{\Delta\alpha_{рад}}{\sin^2\frac{\alpha}{2}\cdot ctg\frac{\alpha}{2}} = \frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta\alpha_{рад}}{\sin\alpha} = \frac{\Delta m}{m} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta\alpha\cdot\pi}{(\sin\alpha)180}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta m}{m} = 2\Delta\alpha_{рад} = 2\cdot\frac{\Delta\alpha\cdot\pi}{180} = \frac{\Delta\alpha\pi}{90} \approx$$

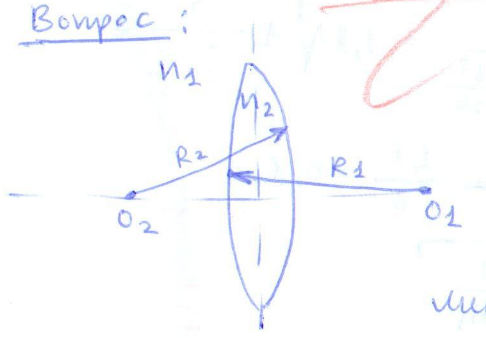
$$\approx \frac{0,6\cdot\pi}{90} = \frac{2}{3}\cdot\pi\cdot\frac{1}{100} \approx \frac{2}{3}\cdot 3,14\cdot\frac{1}{100} \approx 2,94\cdot\frac{1}{100} =$$

$$\approx 2,9\%.$$

Ответ: $\frac{\Delta m}{m} \approx 2,9\%$. $\frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta\alpha\cdot\pi}{180\cdot\sin\alpha}$

Задание 4.

Вопрос:



Для линзы справедлива следующая формула:

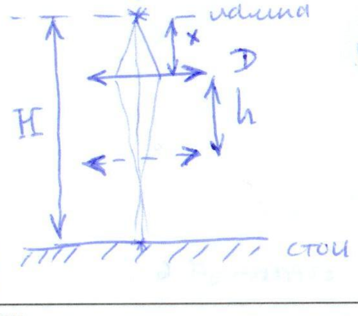
$$D = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\cdot\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

R_1 и R_2 у двояковыпуклой линзы всегда положительны $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ положительно. Значит, для того, чтобы линза была рассеивающей ($D<0$) нужно, чтобы $\frac{n_2}{n_1} - 1 < 0 \Rightarrow n_2 < n_1$, т.е. оптическая плотность материала самой линзы должна быть меньше оптической плотности материала окружающей среды.

Только в этом случае двояковыпуклая линза будет рассеивающей.

Задача: Линза собирающая, т.к. изображение действительное. Пусть x – расст., обозн. на рисунке. Напишем ф-лу тонкой линзы:



$$D = \frac{1}{x} + \frac{1}{H-x} \quad (1).$$

ЧИСТОВИК

Перепишем ур-ние (1) немного в другом виде:

$Dx(H-x)=H \Rightarrow DxH - Dx^2 = H \Rightarrow$

$\Rightarrow Dx^2 - DH\cdot x + H = 0$. – это квадратное ур-ние на x. У него два корня x_1 и x_2:

$$x_1 = \frac{DH - \sqrt{D^2H^2 - 4DH}}{2D} \qquad (x_2 > x_1).$$

$$x_2 = \frac{DH + \sqrt{D^2H^2 - 4DH}}{2D}$$

$$h = x_2 - x_1 = \frac{\sqrt{D^2H^2-4DH}}{D} = H\cdot\sqrt{1-\frac{4}{DH}} =$$

$$= 1{,}8\cdot\sqrt{1-\frac{4}{2{,}5\cdot 1{,}8}} = 1{,}8\cdot\sqrt{1-\frac{4}{\frac{5}{2}\cdot\frac{18}{10}}} = 1{,}8\sqrt{1-\frac{4}{\frac{5}{2}\cdot\frac{9}{5}}} =$$

$$= 1{,}8\cdot\sqrt{1-\frac{8}{9}} = 1{,}8\cdot\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1{,}8}{3} = 0{,}6 \text{ м}.$$

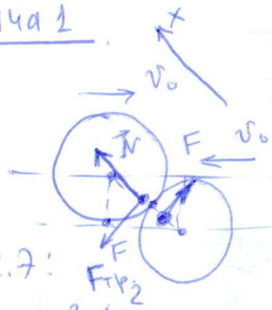
Ответ: $h = 0{,}6$ м. $h = H\sqrt{1-\frac{4}{DH}}$.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Шифр

ЧЕРНОВИК.

Задача 1



З.С.Э:

$$2\,mR^2\cdot\frac{\omega^2}{2} + mv_k^2 = mv_0^2$$

$$R^2\omega^2 + v_k^2 = v_0^2$$

$$R^2\cdot\frac{v_0^2}{16R^2} + v_k^2 = v_0^2$$

$$F\cdot R = mR^2\cdot\frac{d\omega}{dt}$$

$$F\,dt = mR\cdot d\omega$$

$$\mu N\,dt = mR\cdot d\omega$$

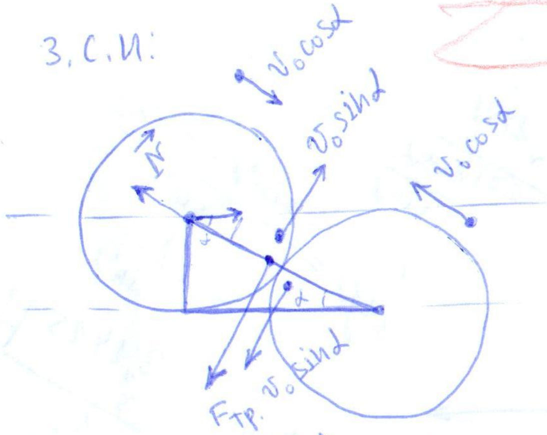
$$v_k^2 = \frac{15}{16}v_0^2$$

$$\mu\cdot m\cdot dv_x = mR\cdot d\omega$$

$$v_k = \sqrt{\frac{15}{16}}\cdot v_0$$

$$\mu\,dv_x = R\,d\omega$$

З.С.И:

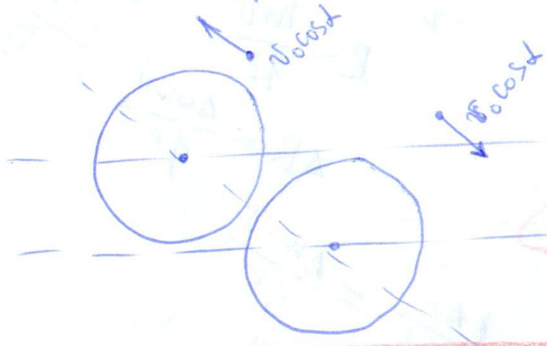


$$\alpha = 30^\circ$$

$$2\mu v_0\cos\alpha = R\frac{v_0}{4R}$$

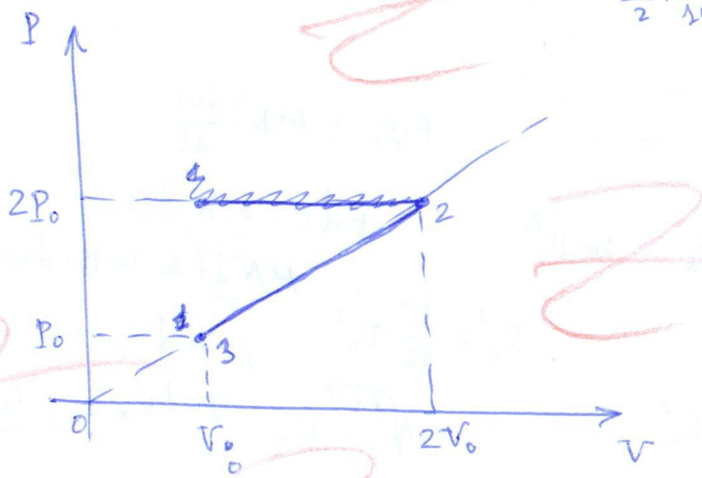
$$2\mu\cos\alpha = \frac{1}{4}$$

$$\mu = \frac{1}{8\cos\alpha}$$



ЧЕРНОВИК

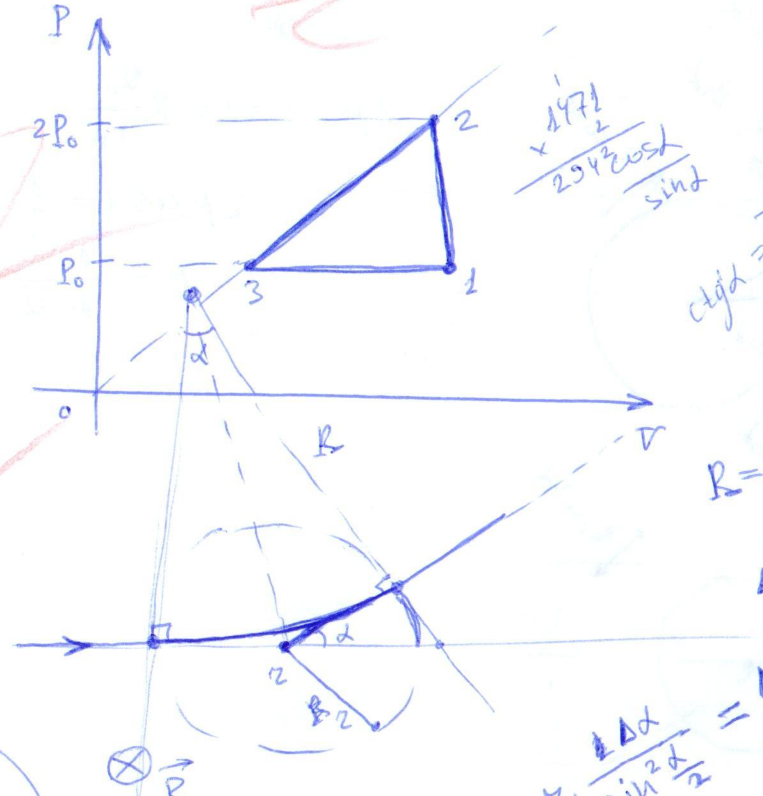
$$\frac{4}{\frac{5}{2}\cdot\frac{18}{10}}$$



$$\frac{2\pi R}{v}$$

$$\frac{R}{v} = \frac{m\sin\alpha}{qB}$$

$$\frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m\sin\alpha}{qB}$$



$$\frac{\times\frac{1471}{2}}{2942\cos\alpha}$$
$$\sin\alpha$$

$$ctg\alpha = \frac{-\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = -\frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$3{,}1415 \,|\, 3 \quad 1471$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

$$\Delta R = \frac{\Delta m v}{qB}$$

$$R_2 = r\cdot ctg\frac{\alpha}{2} \qquad \Delta R = r\cdot\frac{\Delta\alpha}{\sin^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{\Delta m\cdot v}{qB}$$

$$\frac{\Delta\alpha}{\sin^2\frac{\alpha}{2}\cdot ctg\frac{\alpha}{2}} = \frac{\Delta m}{m} \qquad \frac{\times 147\ 2}{294}$$

$$\frac{mv}{qB} = r\cdot ctg\frac{\alpha}{2}$$

$$\alpha_{рад.} = \alpha^\circ\cdot\frac{\pi}{180^\circ}$$

$$\frac{2\cdot\Delta\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\Delta m}{m}$$

$$31415 \,|\, 3 \quad 147$$

$$314 \,|\, 3 \quad 1$$

$$2(4P_0V_0 - P_0V_0) = 6P_0V_0$$

$$31415 \,|\, 3 \quad 1471$$

06-36-86-56
(170.1)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!