41-09-51-08
(178.2)

Олимпиада ПВГ
2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 6

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников «Покори Воробьёвы горы»

по физике

Ильичёва Артура Станиславовича
фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата «22» марта 2016 года

Подпись участника

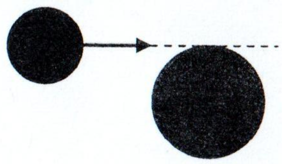
41-09-51-08
(178.2)

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2016 года
БИЛЕТ № 06 (10-11 классы)

Задание 1:

Вопрос: Гладкая шайба, скользящая по горизонтальной поверхности, столкнулась с такой же (по размеру и массе) покоящейся шайбой. Вектор ее скорости в результате удара повернулся на $30°$. Под каким углом к направлению движения налетающей шайбы направлен вектор скорости другой шайбы после удара?

Задача: Гладкая цилиндрическая шайба покоится на гладкой горизонтальной поверхности. В нее врезается шайба, изготовленная из того же материала, той же высоты, радиус которой в $n = 1{,}5$ раза меньше, чем у покоящейся. Линия движения центра налетающей шайбы касается боковой поверхности покоящейся. Под какими углами к направлению движения налетающей шайбы будут двигаться шайбы после упругого удара?



Задание 2:

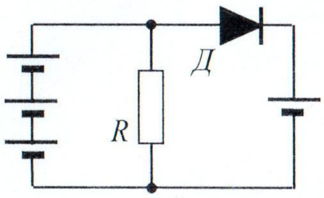
Вопрос: Как выглядит диаграмма изобарного процесса над одноатомным идеальным газом в координатах $A-U$ («совершенная газом работа – внутренняя энергия»), выходящая из точки (A_0, U_0)?

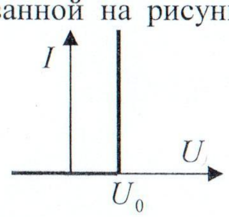
Задача: Давление одного моля одноатомного идеального газа изохорически изменили от начального до некоторого значения. Затем изобарически уменьшили объем газа в $n = 3$ раза. После этого газ изохорически перевели в конечное состояние. Зная, что температура газа в конечном состоянии в $k = 1{,}2$ раза превышает его температуру в начальном состоянии и что полное количество теплоты, которым обменялся газ с внешними телами, равно нулю, найти отношение максимального давления газа к минимальному в этом процессе.

Задание 3:

Вопрос: Резистор и идеальный диод соединены последовательно и подключены к полюсам источника, величина напряжения которого остается постоянной, а полярность изменяется на противоположную каждую секунду. Как изменится тепло, выделяющееся в резисторе за 10 секунд, если его с тем же диодом подключить к полюсам этого источника параллельно?

Задача: В схеме, показанной на рисунке слева, диод $Д$ не является идеальным – его вольтамперная характеристика показана на рисунке справа. Все источники одинаковы, их внутреннее сопротивление равно r, а сопротивление резистора $R = 2r$. Найдите зависимость мощности тепловыделения в резисторе от величины ЭДС источников. Пороговое напряжение диода U_0 считать известным.





Задание 4:

Вопрос: Чему может быть равно увеличение (отношение размера изображения к размеру предмета), даваемое тонкой рассеивающей линзой?

Задача: Точечный источник света размещен на главной оптической оси тонкой рассеивающей линзы. Расстояние между источником и его изображением равно L_1. Если передвинуть источник в точку, где находится его изображение, то изображение сместится в ту же сторону на расстояние L_2. Найти оптическую силу линзы (напомним, что у рассеивающей линзы она считается отрицательной).

 оценка: 84 балла

(Степанянц В.)

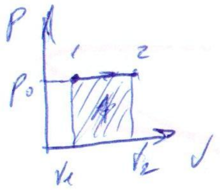
1	2	3	4	Σ
5	3	5	5	
10	20	16	20	84

(Наумкин А.А.)

Чистовик (стр. 1)

Задание 2

Вопрос. В изобарном процессе $A = p_0\Delta V = p_0(V_2 - V_1)$ (площадь под графиком в P-V коорд.)

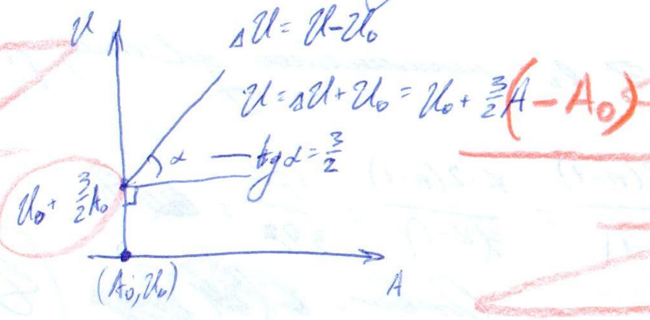


$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1)$

$pV = \nu RT$ (ур-ие Менделеева-Клапейрона)

$\Rightarrow \nu RT_2 = p_0V_2$, $\nu RT_1 = p_0V_1$, $\Delta U = \frac{3}{2}p_0(V_2 - V_1) = \frac{3}{2}A$

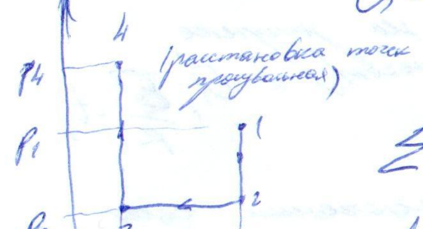
$\Rightarrow$ график имеет вид:



Задача. Пусть процессы 1-2 и 3-4 - изохорные, а процесс 2-3 - изобарный.

$Q = \Delta U + A$ (I нач. т/д) $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$

$pV = \nu RT$ (ур-ие Менделеева-Клапейрона)



$\Downarrow$

$\sum Q = \sum \Delta U + \sum A = 0$ (1)

$A_{12} = A_{34} = 0$ (процессы изохорные)

$A_{23} = p_2(V_2 - nV_2) = p_2V_2(1-n)$

$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\cdot nV_2(p_2 - p_1)$

$\Delta U_{23} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}p_2V_2(1-n)$

$\Delta U_{34} = \frac{3}{2}\nu R(T_4 - T_3) = \frac{3}{2}V_2(p_4 - p_2)$

стр. 2

(1): $\Delta U_{12}+\Delta U_{23}+\Delta U_{34}+A_{12}+A_{23}+A_{34}=0$

$$\frac{3}{2}V_2\left(np_2-np_1+p_4-p_2\right)+\frac{5}{2}p_2V_2(1-n)=0$$

$$\begin{cases} p_1 n V_2=\nu RT_1 \\ p_4 V_2=\nu R k T_1 \end{cases} \Rightarrow p_4=nkp_1=3\cdot 1{,}2p_1>p_1$$

$$3p_2(n-1)+3p_1n(k-1)=5p_2(n-1)$$

$$p_1=p_2\frac{2(n-1)}{3n(k-1)}=p_2\frac{4}{9\cdot 0{,}2}>p_2;\quad p_2=\frac{3n(k-1)}{2(n-1)}p_1$$

$p_4>p_1>p_2 \Rightarrow p_2$ – минимальное давление, p_4 – макс,

$$\frac{p_4}{p_2}=\frac{nk\cdot 2(n-1)}{3n(k-1)}=\frac{k\cdot 2(n-1)}{3(k-1)}=\frac{1{,}2\cdot 4}{3\cdot 0{,}2}=8$$

Ответ: 8

Задание 3.

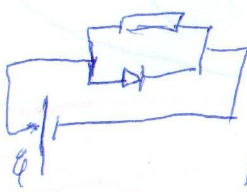
Вопрос

Т.к. диод идеальный, $U_D=0$

1) когда полярность источника такая как на рисунке ток в схеме течёт и $Q_R=\frac{\mathcal{E}^2}{R}\cdot t$, где $t=1$ с.

При противоположном подключении через диод ток не потечёт, $Q_R=0$.

За 10 с выделится $Q_1=\frac{\mathcal{E}^2}{R}\cdot 5t$

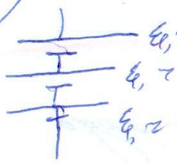


2) При таком подключении весь ток идёт через диод, $Q_R=0$

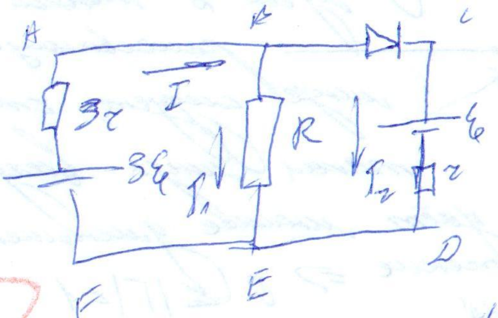
При противоположной полярности источника весь ток идёт через резистор, $Q_R=\frac{\mathcal{E}^2}{R}\cdot t$

За 10 с выделится $Q_2=\frac{\mathcal{E}^2}{R}\cdot 5t$, т.е. общее кол-во тепла, выделяющегося на резисторе, не изменится. Могут измениться лишь временные промежутки, на которых выделяется тепло (на данных рисунках 0–1с, 2–3с, 3–4с и т.д. в первом случае, 1–2 с, 3–4с, 4–5с и т.д. на втором.

Задача.



$\Longleftrightarrow$ $3\varepsilon, 3r$ (последовательное соединение)



II пр. Кирхгофа (A-B-C-D-E-F-A):

$3\varepsilon - \varepsilon = I\cdot 3r + I_2\cdot r + U_0$ (диод открыт)

$R = 2r$

A-B-E-F-A:

$3\varepsilon = I\cdot 3r + I_1\cdot 2r$

$I = I_1 + I_2$ (I пр. Кирхгофа, B)

$\Downarrow$

$2\varepsilon = I_1\cdot 3r + I_2\cdot 4r + U_0 \quad |\cdot 3$ $\qquad 6\varepsilon = 9I_1 r + 12 I_2 r + 3U_0 \quad (1)$

$3\varepsilon = I_1\cdot 5r + I_2\cdot 3r \quad |\cdot 4$ $\qquad 12\varepsilon = 15 I_1 r + 12 I_2 r \quad (2)$

$\Downarrow$

$(2)-(1)$: $6\varepsilon = 6I_1 r - 3U_0$

$2\varepsilon = 2I_1 r - U_0$

$I_1 = \frac{2\varepsilon + U_0}{2r}$

$P_{откр} = I_1^2 R = \frac{(2\varepsilon + U_0)^2}{4r^2}\cdot 2r = \frac{(2\varepsilon + U_0)^2}{2r}$

Если диод закрыт, $I_2 = 0$;
$I_3 = I_1$.
II пр. Кирхгофа A-B-E-F-A:
$3\varepsilon = 5I_3 r$; $I_3 = \frac{3\varepsilon}{5r}$
C-B-E-D-C:
$\varepsilon = I_1 R - U_0 \Rightarrow U_0 = \frac{3\varepsilon}{5r}\cdot 2r - \varepsilon = \frac{1}{5}\varepsilon < U_0$

$\Rightarrow$ диод закрыт при $\varepsilon < 5U_0$

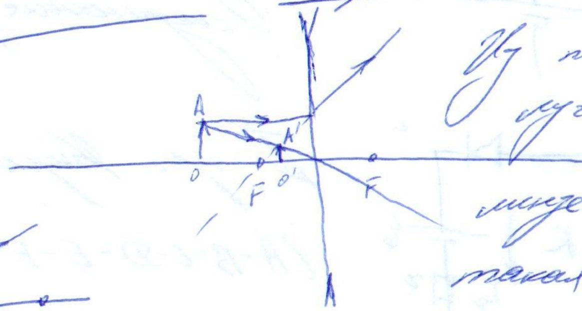
(стр. 4)

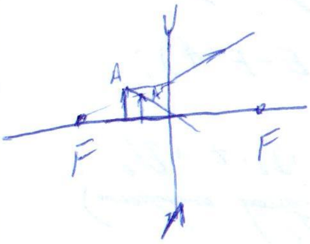
$P_{закр} = I^2 R = \left(\frac{3\mathcal{E}_0}{5r}\right)^2 \cdot 2r = \frac{18\mathcal{E}^2}{25r}$

Ответ: $\frac{18}{25}\frac{\mathcal{E}^2}{r}$ при $\mathcal{E} < 5U_0$

$\frac{(2\mathcal{E}+U_0)^2}{2r}$ при $\mathcal{E} \geq 5U_0$

Задание 4. Вопрос:



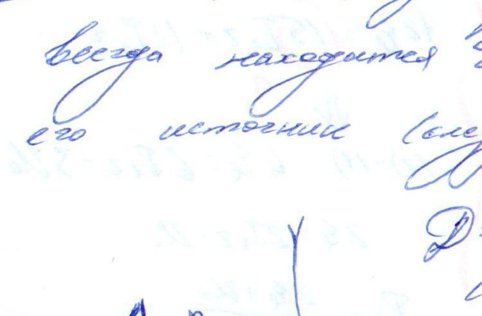


Из построения хода лучей в тонкой рассеивающей линзе следует, что такая линза всегда даёт мнимое уменьшенное изображение $\Rightarrow 0 < |\Gamma| < 1$

($\Gamma = \frac{O'A'}{OA}$, $O'A' < OA$)

Ответ: $0 < \Gamma < 1$ (если считать коэф. увеличения всегда положительным числом).

Задача: Т.к. линза рассеивающая, изображение всегда находится ближе к линзе, чем его источник (следует из ответа на вопрос)



$D = -\frac{1}{F}$ (фокусное расстояние считаем положительным числом).

A – источник для изображения B,

B – источник для изобр. C.

$-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$ (формула тонкой линзы, изображение мнимое)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

41-09-51-08
(178.2)

ОЛИМПИАДА ПВГ 2016

Черновик (стр. 5)

A-B: $-\frac{1}{F}=\frac{1}{x+L_1+L_2}-\frac{1}{x+L_2}$

$\Rightarrow \frac{x+L_2-x-L_1-L_2}{(x+L_2)(x+L_1+L_2)}=\frac{x-x-L_2}{x(x+L_2)}$

B-C: $-\frac{1}{F}=\frac{1}{x+L_2}-\frac{1}{x}$

$L_1x=L_2x+L_1L_2+L_2^2$

$x(L_1-L_2)=L_2(L_1+L_2)$

$x=\frac{L_2(L_1+L_2)}{L_1-L_2}$

$D=$ ~~...~~

$\frac{1}{x+L_2}=\left(\frac{L_2(L_1+L_2)+L_2(L_1-L_2)}{L_1-L_2}\right)^{-1}=\frac{L_1-L_2}{2L_2L_1}$

$D=\frac{L_1-L_2}{2L_2L_1}-\frac{L_1-L_2}{L_2(L_1+L_2)}=(L_1-L_2)\left(\frac{1}{2L_1L_2}-\frac{1}{L_1L_2+L_2^2}\right)=$

$=\frac{-L_2(L_2-L_1)^2}{(L_2^2+L_1L_2)\cdot 2L_1L_2}=\frac{-(L_2-L_1)^2}{2L_1(L_2^2+L_1L_2)}=\frac{-(L_2-L_1)^2}{2L_1(L_1+L_2)L_2}$

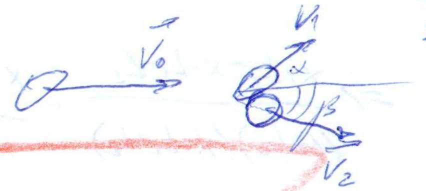
20

~~...~~ (D всегда отрицательно, $L_1, L_2>0$)

Ответ: $D=\frac{-(L_2-L_1)^2}{2L_1(L_1+L_2)\cdot L_2}=\frac{-(L_2-L_1)^2}{2L_1L_2(L_1+L_2)}$

Задание 1. (стр. 6)

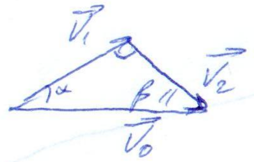
Вопрос:



З.С.И.: $m\vec{V_0} = m\vec{V_1} + m\vec{V_2}$

$\vec{V_0} = \vec{V_1} + \vec{V_2}$

$\Downarrow$



З.С.Э.:

$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2} \Rightarrow V_0^2 = V_1^2 + V_2^2 \Rightarrow$ треугольник скоростей является прямоугольным,

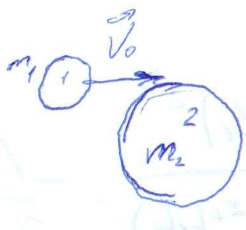
$\beta = 90 - \alpha = 60°$

Ответ: 60°

Задача:

$m_1 = \rho V = \rho S_1 h = \rho \pi R_1^2 h$

$m_2 = \rho \pi R_2^2 h$



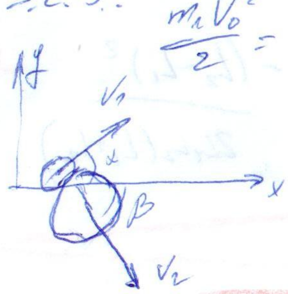
$R_2 = n R_1 \Rightarrow m_2 = n^2 m_1$

З.С.И.: $m_1\vec{V_0} = m_1\vec{V_1} + m_2\vec{V_2}$

$\Downarrow$

$\vec{V_0} = \vec{V_1} + n^2\vec{V_2}$

З.С.Э.: $\frac{m_1V_0^2}{2} = \frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2} \Rightarrow V_0^2 = V_1^2 + n^2V_2^2$



З.С.И., oy: $V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta \, n^2$

ox: $V_0 = V_1 \cos\alpha + V_2 \cos\beta \, n^2$

стр. 7

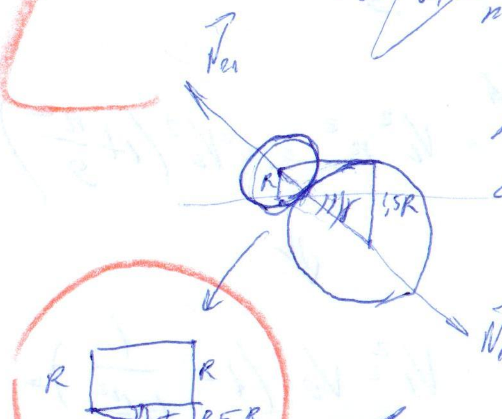
По т. косинусов:

$$n^4V_2^2 = V_1^2 + V_0^2 - 2V_1V_0\cos\alpha_0$$

$$V_0^2 = V_1^2 + n^4V_2^2 - 2V_1V_2n^2\cos\beta_0$$

$$V_2^2(n^2 - n^4) = - 2V_1V_2n^2\cos\beta_0$$

$$V_2 = V_1\frac{2n^2\cos\beta_0}{n^4-n^2}$$

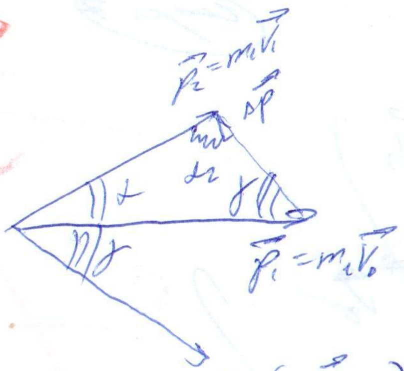


В момент удара силы, с которыми взаимодействуют шайбы, равны друг другу по 3 З. Ньютона и направлены по радиусам, проведённым в точку касания окружностей.

$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$ => изменение импульса первой (и второй) шайбы направлено под углом γ к горизонтали. ($\sin\gamma = \frac{0{,}5R}{1{,}5R} = \frac{1}{3}$)

$$\sin\gamma = \frac{R(n-1)}{n}$$

стр. 8



$\Delta\vec{p}_3 = (m_2\vec{V}_2 - 0)$, т.е. скорость большого шайбы будет направлена под углом $\gamma = \arcsin\frac{1}{3}$ к направлению движения налетающей.

$\Downarrow$

$V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\gamma\, n^2 = V_2 \frac{n^2}{3}$

$V_0^2 = V_2^2 \frac{n^4}{9} + V_2^2 n^2 = n^2 V_2^2 \left(1 + \frac{n^2}{9}\right)$

$\cancel{V_2^2 \ldots}$

$\Downarrow$

$V_1^2 = V_0^2 \left(1 - \frac{1}{1+\frac{n^2}{9}}\right) = \frac{V_0^2 n^2}{9(1+n^2)}$

По т. синусов

$\frac{V_1}{\sin\gamma} = \frac{V_0}{\sin\alpha_2} \Rightarrow \sin\alpha_2 = \frac{1}{3}\frac{V_0}{V_1} = \frac{1}{3}\frac{3\sqrt{1+n^2}}{n} = \cancel{\frac{\sqrt{1+n^2}}{n}} = \cancel{\frac{\sqrt{1+n^2}}{n}}\ \frac{\sqrt{1+n^2}}{n}$

1+

$\alpha = \pi - \arcsin\frac{1}{3} - \arcsin\sqrt{\frac{1+n^2}{n^2}}$

$\alpha = \pi - \gamma - \alpha_2$

Ответ: большая $-\arcsin\frac{1}{3}$

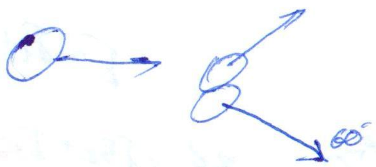
маленькая $-\left(\pi - \arcsin\frac{1}{3} - \arcsin\frac{\sqrt{1+n^2}}{n}\right)$

41-09-51-08
(178.2)

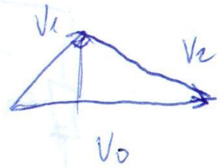
Черновик

$mV_0 = mV_1\cos\alpha + mV_2\cos\beta$

$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2}$ $V_1\sin\alpha = V_2\sin\beta$

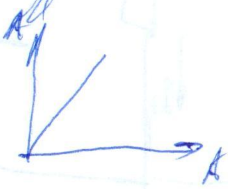


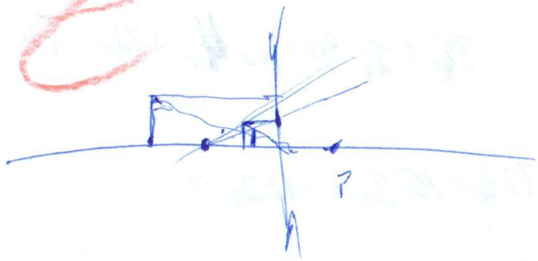
$V_0 = V_1$



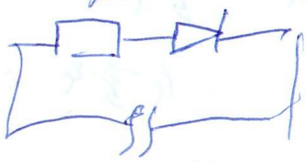
$A = p\Delta V$

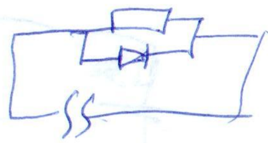
$\Delta U = \frac{3}{2}p\Delta V$ $\Delta U = \frac{3}{2}A$





$Q = \frac{\mathcal{E}^2}{R}\cdot\frac{t}{2}$





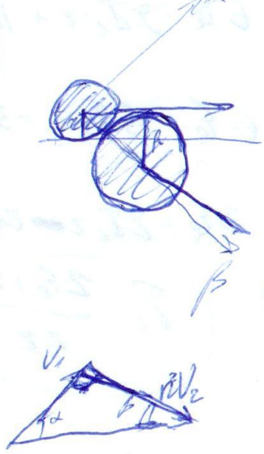
$m = \rho V$

$m_1 = \rho h \pi R_1^2$

$m_2 = \rho h \pi R_2^2 = n^2 m_1$

$m_1 V_0 = m_1 V_1 + m_2 V_2$

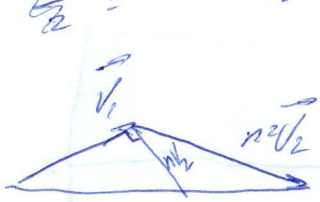
$V_0 = V_1\cos\alpha + n^2 V_2 \cos\beta$



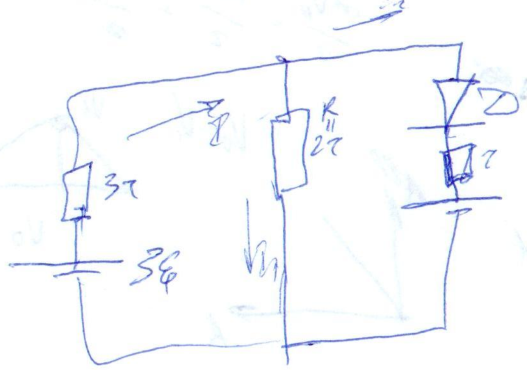
$V_1 \sin\alpha = n^2 V_2 \sin\beta$

$\frac{m_1 V_0^2}{2} = V_1^2 + n^2 V_2^2$

$tg\,\alpha = \frac{n^2 V_2}{V_1}$



$I = I_1 + I_2$



$3\mathcal{E} = I3r + I_1 \cdot R$

$2\mathcal{E} = 3rI + I_2 r + U_0$

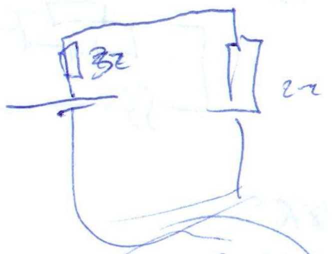
$3\mathcal{E} = I_1 \cdot 5r + I_2 \cdot 3r$ 14

$2\mathcal{E} = I_1 \cdot 3r + I_2 \cdot 4r + U_0$ 13

$2\mathcal{E} - \frac{9}{5}\mathcal{E}$ $= \frac{1}{5}\mathcal{E}$

$\mathcal{E} - \frac{6}{5}\mathcal{E}$

$12\mathcal{E} = 15 I_1 r + 12 I_2 r$



$6\mathcal{E} = 9 I_1 r + 12 I_2 r + 3U_0$

$6\mathcal{E} = 6 I_1 r - 3U_0$

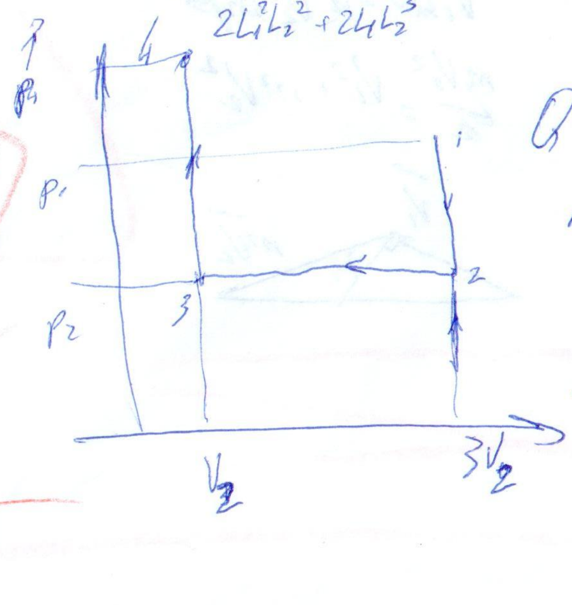
$2\mathcal{E} = U_0$

$I = \frac{\mathcal{E}}{5r}$

$2\mathcal{E} = 2 I_1 r - U_0$

$I_1 = \frac{2\mathcal{E} + U_0}{2r}$

$\frac{L_2^2 + 3L_1L_2}{2L_1^2L_2^2 + 2L_1L_2^3}$



$Q = \Delta U + A = 0$

$A = -p_2 2V_2$

$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} 3V_2 (p_2 - p_1)$

$\Delta U_{23} = -\frac{3}{2} p_2 2V_2$

$\Delta U_{34} = \frac{3}{2} V_2 (p_4 - p_3)$

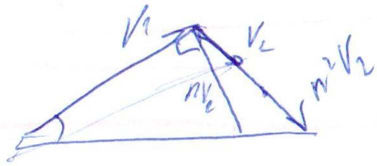
Черновик

$D = \frac{-L_2}{x(x+L_2)} = \frac{-L_2(L_1-L_2)}{}$

$\frac{L_2(L_2-L_1)^2}{(L_2^2+L_1L_2)(L_2(L_1+L_2)+L_2(L_1-L_2))}$

$V_2 = V_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} n^2$

$V_0 = V_1(\cos\alpha + \sin\alpha \, ctg\beta)$

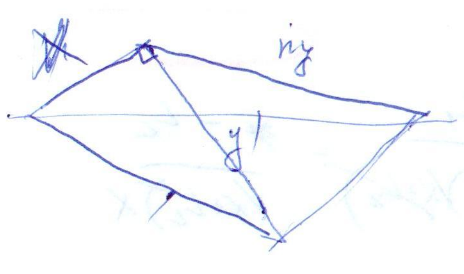


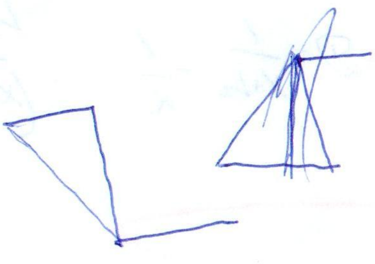
$3\mathcal{E}_e = 8 - 3r + 2\mathcal{E}_1 + U_0$

$I \cdot 3r = \mathcal{E}_e - U_0$

$3\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_e - U_0 + I_1R$

$U = 2\mathcal{E}_1 + U_0$





$x^2 + ny^2$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$\frac{3}{2}V_2(3p_2-3p_1+p_4-p_3)=5p_2V_2$

$10p_2=6p_2$

$3p_2-3p_1+p_4=\frac{10}{3}p_2$

$4p_2=9(0{,}2)p_1 \quad p_2=\frac{9}{20}p_1$

$3p_1V_2=\nu RT_1 \quad p_1\cdot 3\cdot 0{,}2=\frac{p_2}{3}$

$p_1\cdot 3(1{,}2-1)=2p_2$

$p_4V_2=\nu R1{,}2T_1 \quad 2p_2=1{,}2p_1$

$0{,}6p_1=2p_2$

$p_4=1{,}2\cdot 3p_1 \quad p_4/p_2=6$

$p_2=0{,}3p_1$

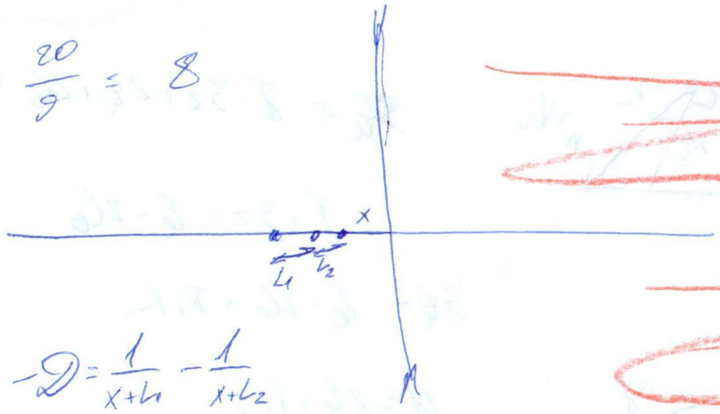
$p_2=9\cdot 0{,}2p_1 \quad 3\cdot 0{,}2\,p_1=\frac{10}{3}\cdot 3$

$p_2=\frac{9\cdot 0{,}2}{5}p_1$

$\Delta U_{12}=\frac{3}{2}\cdot 3V_2(p_2-p_1)$

$\frac{p_4}{p_2}=\frac{1{,}2\cdot 3}{9\cdot 0{,}2}\cdot 5=\frac{25\cdot\frac{12}{5}}{3}$

$\frac{36}{10}\cdot\frac{20}{9}=8$



$-D=\frac{1}{x+L_1}-\frac{1}{x+L_2}$

$-D=\frac{1}{x+L_2}-\frac{1}{x}$

$\frac{L_2-L_1}{(x+L_1)(x+L_2)}=\frac{x-L_2}{(x+L_2)x}$

$xL_2-xL_1=-xL_2-L_2L_1$

$x(2L_2-L_1)=-L_2L_1$

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!