

54-13-72-50  
(204.1)



Олимпиада ПБГ  
2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 04

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Тюхари Воротыёвче 2 курс

по физике

Золотухина Дениса Денисовича

фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата

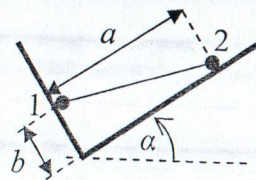
«26» марта 2016 года

Подпись участника

**Задание 1:**

**Вопрос:** В каких случаях центр тяжести твердого тела (т.е. точка приложения равнодействующей сил тяжести) совпадает с его центром масс? Ответ объяснить.

**Задача:** «Гантель» из легкого жесткого стержня и двух массивных маленьких шариков одинакового радиуса положили в гладкую яму в виде прямого двугранного угла, одна из плоскостей которого составляет угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом. Оказалось, что гантель находится в равновесии, если отношение расстояний от шариков до вершины угла  $\frac{a}{b} \equiv n = 3$ . Найти отношение масс шариков.

**Задание 2:**

**Вопрос:** В герметичном баллоне находятся одинаковые количества гелия и неона. Снаружи баллона – атмосфера из азота. В стенке баллона прокололи небольшое отверстие. Количество какого из газов (гелия или неона) будет больше спустя небольшое время после этого?

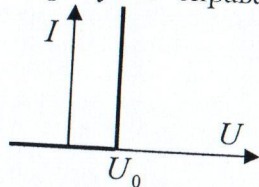
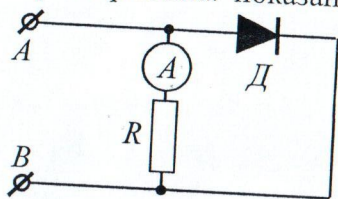
**Задача:** Вертикальная гладкая трубка с запаянными концами разделена на две части маленькой каплей ртути. Над каплей находится неон, под ней – гелий (газы не проникают мимо ртутной «пробки»), причем массы газов одинаковы. Изначально капля находилась точно посередине трубки. Во сколько раз нужно увеличить абсолютную температуру газов, чтобы капля стала делить объем трубки в соотношении 1:2?

**Задание 3:**

**Вопрос:** Опишите различие в механизме проводимости примесных полупроводников разного типа.

**Задача:**

В схеме, показанной на рисунке слева, диод  $D$  не является идеальным – его вольтамперная характеристика показана на рисунке справа. При подключении к клеммам  $A$  и  $B$  одного аккумулятора амперметр показывает ток  $I_1 = 0,36$  А, при подключении двух таких аккумуляторов, соединенных последовательно – ток  $I_2 = 0,48$  А, трех – ток  $I_3 = 0,50$  А. При последовательном подключении четырех таких аккумуляторов ток в ветви с амперметром остается равным  $I_3 = 0,50$  А. Найти ЭДС и внутреннее сопротивление источника, а также сопротивление резистора  $R$ , если пороговое напряжение диода  $U_0 = 4,5$  В. Внутреннее сопротивление амперметра пренебрежимо мало.

**Задание 4:**

**Вопрос:** Опишите способ построения продолжения произвольного параксиального луча, падающего на поверхность тонкой собирающей линзы (в любой точке под любым углом).

**Задача:** С помощью объектива, состоящего из собирающей и рассеивающей линзы, величины фокусных расстояний которых совпадают ( $F_1 = -F_2 \equiv F$ ), расположенных на общей оси на расстоянии  $L = \frac{2}{3}F$  друг от друга, получили на экране изображение Солнца. Затем точно такое же по размеру изображение Солнца на этом экране удалось получить с помощью одной линзы. Чему равно ее фокусное расстояние?

54-13-72-50  
(204.1)

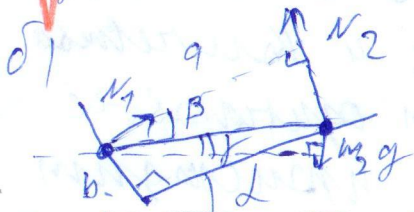
Чистовик

1. а) Центр тяжести твердого тела совпадает с центром масс, если центр масс находится внутри тела, т.е. к этой точке можно притянуть силу. Например у сплошного шара центр масс и тяжести совпадают, а у тора центр масс находится вне тела, а центра тяжести вообще не существует.

Σ	83
4	5
3	3
2	2
1	2



центр масс.



Расстояние между шарами равно по м. гипотенуза:  $\sqrt{a^2 + \frac{1}{9}a^2} = \frac{\sqrt{10}}{3}a$

(потому что  $b = \frac{1}{3}a$ ). Пусть  $N_1$  и  $N_2$  - силы реакции опоры действующие на 1-й и 2-ой шарики. Записывая II закон Ньютона на оси параллельные градиент ямы и учитывая, что сила действующая на затмее с земли равна  $(m_1 + m_2)g$ , получаем: Пусть  $\tan \beta = \frac{b}{a} = \frac{1}{3}$  (см. рис)

$$N_1 = (m_1 + m_2)g \cdot \sin \alpha$$

$$N_2 = (m_1 + m_2)g \cdot \cos \alpha$$

Пусть  $\varphi$  - угол между стержнем и горизонталом. Т.к.  $N_1 \perp$  градиент ямы, то угол между  $N_1$  и горизонталом равен  $\alpha = 30^\circ$ , тогда  $\varphi = 30^\circ - \beta$ .

Запишем уравнение моментов сил относительно точки 1:

$$N_2 \cdot a = m_2 g \cdot \frac{\sqrt{10}}{3} a \cdot \cos \varphi$$

Сумма: 83 балла

Числовик 2


$$(m_1 + m_2) \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = m_2 \cdot g \cdot \frac{\sqrt{10}}{3} \cdot \cos(30^\circ - \beta)$$

~~$$(m_1 + m_2) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = m_2 \cdot \frac{\sqrt{10}}{3} \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} \right)$$~~

$$(m_1 + m_2) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = m_2 \cdot \frac{\sqrt{10}}{3} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} \right)$$

$$(m_1 + m_2) \cdot \sqrt{3} = m_2 \cdot \frac{1}{3} (3\sqrt{3} + 1)$$

$$m_1 \sqrt{3} = \frac{1}{3} m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

Ответ:  $\frac{1}{3\sqrt{3}}$  

2. а) Пусть ~~разрешение~~. Из уравнения Менделеева-Клапейрона:

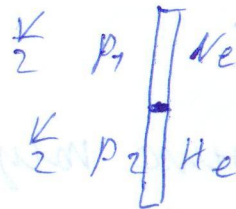
$\rho = d \cdot \frac{P \cdot T}{V}$ . У газа и пара в баллоне одинаковые объемы, температуры и количества вещества, значит они будут удовлетворять уравнению. Когда проделана дыра, происходит выход газа из баллона. Рассмотрим на маленький промежуток времени  $\Delta t$  после прокола. Так как все параметры газа одинаковы, то за  $\Delta t$  вылетит  $\Delta n$  - одинаковое кол-во вещества и одного и другого газа. Из уравнения Менделеева-Клапейрона все это же уравнение стало будет равно  $\Rightarrow$  за следующее  $\Delta t$  тоже вылетит равное кол-во газа. Так будет происходить пока не вылетит все газ. Так будет происходить пока не сравняются к этому моменту из баллона вылетит равное кол-во газа  $\Rightarrow$  останется их поровну.

б) Пусть масса капли равна  $m_0$ , толщина трубки  $S$ . По второму закону Ньютона на

Чистовик 3.

Вертикальную ось:

$$P_1 \cdot S + mg = P_2 S,$$



где  $P_1$  и  $P_2$  - давления неона и гелия соответственно. Из уравнения Менделеева-Клапейрона (пусть объем трубки равен  $V$ ):

$$P_1 \cdot \frac{1}{2} V = \frac{m}{M_{He}} \cdot R \cdot T_0$$

$P_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot V = \frac{m}{M_{He}} \cdot R \cdot T_0$ , где  $T_0$  - начальная температура,  $M_{He}$ ,  $M_{Ne}$  - молярные массы гелия и неона,  $m$  - масса газа. Тогда:

$$P_2 = \frac{M_{Ne}}{M_{He}} \cdot P_1. \text{ Подставляя, получим:}$$

$$P_1 = \frac{mg}{S} \cdot \frac{M_{Ne}}{M_{Ne} - M_{He}}$$

Ищем те же законы для второго случая:

$$P_3 \cdot \frac{1}{3} V = \frac{m}{M_{He}} \cdot R \cdot T$$

$$P_4 \cdot \frac{2}{3} V = \frac{m}{M_{He}} \cdot R \cdot T, \text{ где } P_3, P_4 \text{ - новые давления}$$

неона и гелия,  $T$  - новая температура. И:

$$P_3 \cdot S + mg = P_4 \cdot S. \text{ Из этих уравнений:}$$

$$P_4 = 2 \cdot P_3 \cdot \frac{M_{Ne}}{M_{He}}, \text{ и, подставляя во второе:}$$

$$P_3 = \frac{mg}{S} \cdot \frac{2M_{Ne}}{M_{Ne} - 2M_{He}}. \text{ Из Менделеева-Клапейрона:}$$

~~$$\frac{T}{T_0} = \frac{4}{3} \cdot \frac{P_3}{P_1} = \frac{4}{3} \cdot \frac{M_{Ne} - M_{He}}{2M_{Ne} - M_{He}}$$~~

$$\frac{T}{T_0} = \frac{2}{3} \cdot \frac{P_3}{P_1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{M_{Ne} - M_{He}}{M_{Ne} - 2M_{He}}$$

Ответ: а)  $\frac{4}{3}$ , б)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{M_{Ne} - M_{He}}{M_{Ne} - 2M_{He}}$

Условие 4.

3. а) в одних муфтапроводах наличие заряда являются электреты, в других, соответственно заряженные м.н. "дошки".

б) т.к. при подключении трёх и землё-ных трансформаторных источников не изменилось ток через ветвь с амперметром, то на этой ветви в трёхфазе и землёриалы имеет одинаковое напряжение. Это происходит из-за того, что дрос открыт и при этом тоже показывает напряжение  $U_0$ . В первом и втором случаях дрос закрыт, т.к. токи разные. т.к. в трёхфазе и 4-ой случае на ветви с дросом напряжение равно  $U_0$ , то т.к. ветвь с амперметром ей параллельна, то на ней также  $U_0$ . Тогда

$$I_3 = \frac{U_0}{R} \Rightarrow R = \frac{U_0}{I_3} = \frac{4,5 \text{ В}}{0,5 \text{ А}} = 9 \text{ Ом.}$$

Первый и второй случаи можно рассмотреть без дросов (т.к. он закрыт). Тогда по закону Ома для полной цепи в первом и втором случаях соответственно имеем:

$$\begin{cases} \frac{\mathcal{E}}{r+R} = I_1 \\ \frac{2\mathcal{E}}{2r+R} = I_2 \end{cases} \quad \text{Откуда } r = \frac{I_2 - 2I_1}{2I_1 - 2I_2} \cdot R = \frac{0,48 - 0,72}{0,72 - 0,36} \cdot 9 = 9 \text{ Ом, и}$$

$$\mathcal{E} = I_1 (r+R) = 0,36 \text{ А} \cdot (9 \text{ Ом} + 9 \text{ Ом}) = 6,48 \text{ В.}$$

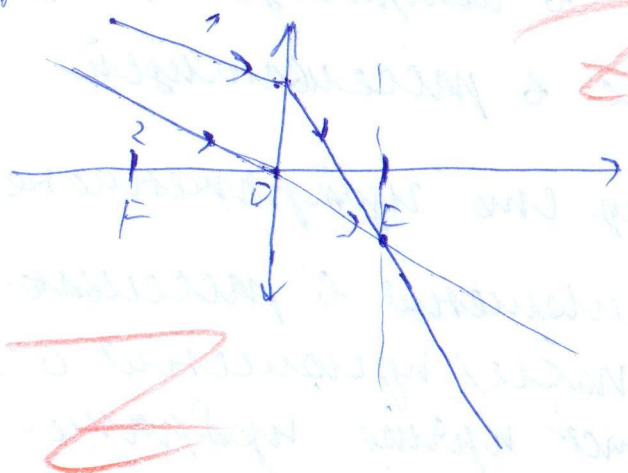
Ответ: 6,48 В; 9 Ом; 9 Ом. (+)

54-13-72-50  
(204.1)

Олимпиада ИВГ  
2016

Числовик 5

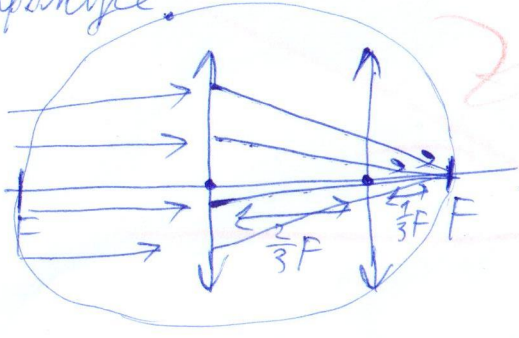
4. а) Пусть есть тонкая собирающая линза с фокусом  $F$ :



Пусть луч 1 падает на нее в произвольной точке под произвольным углом. Проводим луч 2, который параллелен первому лучу и проходит

через центр линзы. Он не преломляется, поэтому просто продолжим его. Это будет его ход. Проводим фокальную плоскость  $1F$  -ял к оси линзы в фокусе. Параллельный лучу 1 луч 2 пересекается в фокальной плоскости, поэтому точка пересечения лучей 1 и 2 тоже преломления. Ведется точку падения луча 1 на линзу с этой точкой - это и будет искомый ход луча. (+)

б) Расстояние от Солнца при этом равно бесконечности. Тогда лучи от него при прохождении через собирающую линзу соберутся в фокусе:



Значит для рассеивающей линзы Солнце будет источником света, который находится на расстоянии  $\frac{1}{3}F$  от нее как будто, потому

Чистовик 6

пусть это на самом деле лучи идут в противоположную сторону).

Пусть расстояние от Солнца равно  $d$ . Тогда поперечное увеличение в собирающей линзе равно  $\frac{F}{d-F}$ . Увеличение в рассеивающей

равно  $\frac{-F}{\frac{1}{3}F+F} = -\frac{3}{4}$  - потому что изображение не

перевернутое после преломления в рассеивающей линзе. Значит после преломления в двух линзах получается прямое изображение с увеличением  $\Gamma_0 = \frac{F}{d-F} \cdot \frac{3}{4}$ . )?

Если поставим одну новую линзу с фокусным расстоянием  $F_1$ , то увеличение:

$\Gamma_1 = \frac{F_1}{d-F_1}$ . То условие  $\Gamma_1 = \Gamma_0$ , тогда

$$\frac{F}{d-F} \cdot \frac{3}{4} = \frac{F_1}{d-F_1}$$

$$F_1 \cdot d - \frac{1}{4} \cdot F \cdot F_1 = \frac{3}{4} d F$$

$$F_1 = \frac{\frac{3}{4} d F}{d - \frac{1}{4} F} = \frac{\frac{3}{4} F}{1 - \frac{1}{4} \frac{F}{d}}$$

Сделаем  $\frac{1}{4} \cdot \frac{F}{d}$  малым, пренебреж м.к.  $d$  очень велико. Тогда получаем, что  $F_1 = \frac{3}{4} F$ .

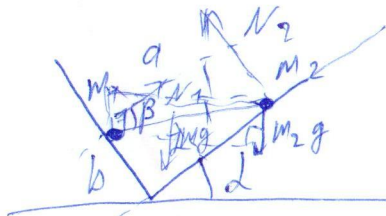
Ответ:  $\frac{3}{4} F$ . ⊕



Чертовик

1. а. если центр масс находится внутри  
и мая. ~~мая~~.

б.



$$W_1 + W_2 \cdot \frac{1}{3} a = W_1 g \cdot \frac{\sqrt{10}}{3} a \cdot \cos(30^\circ - \beta)$$

$$\sin \alpha$$

$$(W_1 + W_2) \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 = W_1 \cdot \frac{\sqrt{10}}{3} \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} \right)$$

$$\frac{1}{3} (W_1 + W_2) = W_1 \cdot \frac{1}{3} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 3 + 2 \right)$$

$$\frac{1}{3} (W_1 + W_2) = W_1 (3\sqrt{3} + 1)$$

$$N_2 = m_2 g \cos \alpha, \quad N_1 = m_1 g \sin \alpha \quad a^2 + \frac{1}{9} a^2 = \frac{\sqrt{10}}{3} a$$

$$\text{ctg } \beta = \frac{a}{b} = 3 \quad \text{tg } \beta = \frac{1}{3}$$

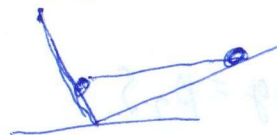
$$\sin \beta = \frac{1}{3} \sqrt{1 - \sin^2 \beta}$$

$$\sin^2 \beta = \frac{1}{9} - \frac{1}{9} \sin^2 \beta \quad \frac{10}{9} \sin^2 \beta = \frac{1}{9}$$

$$\sin^2 \beta = \frac{1}{10} \quad \sin \beta = \frac{\sqrt{10}}{10}, \quad \cos \beta =$$

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{10}}, \quad \cos \beta = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{10}}$$



~~$N_2 \cos \beta = W_2$~~

$$N_2 \cdot a = m_2 g \cdot \frac{\sqrt{10}}{3} a \cdot \cos(30^\circ - \beta)$$

$$(m_1 + m_2) \cos \alpha = m_2 \cdot \frac{\sqrt{10}}{3} \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} \right)$$

$$(m_1 + m_2) \frac{\sqrt{3}}{2} = m_2 \cdot \frac{\sqrt{10}}{3} \left( \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{10}} \right)$$

$$\sqrt{3} (m_1 + m_2) = m_2 \cdot \frac{\sqrt{10}}{3} \left( \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{10}} \right)$$

$$\sqrt{3} (m_1 + m_2) = m_2 \cdot \frac{1}{3} (3\sqrt{3} + 1)$$

$$\sqrt{3} (m_1 + m_2) = \sqrt{3} m_2 + \frac{1}{3} m_2$$

$$\sqrt{3} m_1 + \sqrt{3} m_2 = \frac{1}{3} m_2 + \sqrt{3} m_2$$

$$3m_1 = \frac{1}{3} m_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{9\sqrt{3}}$$

Чертышки

$$\sin(30^\circ - \beta) = \sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$m_2 \cdot (m_1 + m_2) \sqrt{3} = m_2 \cdot \frac{1}{3} (3 - \sqrt{3})$$

$$m_1 \sqrt{3} + m_2 \sqrt{3} = m_2 - m_2 \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$m_1 + m_2 = \frac{m_2}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3} m_2$$

$$m_1 = \frac{m_2}{3}$$

$m_1$

$$(m_1 + m_2) \sqrt{3} = m_2 \cdot \frac{1}{3} (3\sqrt{3} + 1)$$

$$\sqrt{3} m_1 + \sqrt{3} m_2 = \sqrt{3} m_2 + \frac{m_2}{3}$$

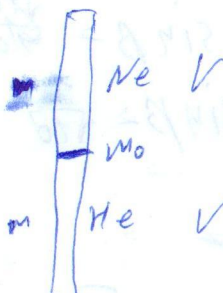
$$m_1 \cdot \sqrt{3} = \frac{m_2}{3}$$

$$pV = \nu RT$$

$$p = \nu \cdot \frac{RT}{V}$$

$$\nu_1 = \frac{m}{M_{He}}$$

$$\nu_2 = \frac{m}{M_{He}}$$



$$p_1 S + m_0 g = p_2 S$$

$$p_3 S + m_0 g = p_4 S$$

$$p_1 \frac{1}{2} V = \frac{m}{M_{He}} \cdot R \cdot T_0$$

$$p_2 \frac{1}{2} V = \frac{m}{M_{He}} \cdot R \cdot T_0$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{M_{He}}{M_{He}}$$

$$p_1 S + m_0 g = \frac{M_{He}}{M_{He}} \cdot p_1 \cdot S$$

$$p_1 \left(1 - \frac{M_{He}}{M_{He}}\right) \cdot S + m_0 g = 0$$

$$p_1 \left( \frac{M_{He} - M_{He}}{M_{He}} \right) S = m_0 g$$

$$p_1 = \frac{m_0 g}{S} \cdot \frac{M_{He}}{M_{He} - M_{He}}$$

$$\frac{\varepsilon}{18} = 0,36$$

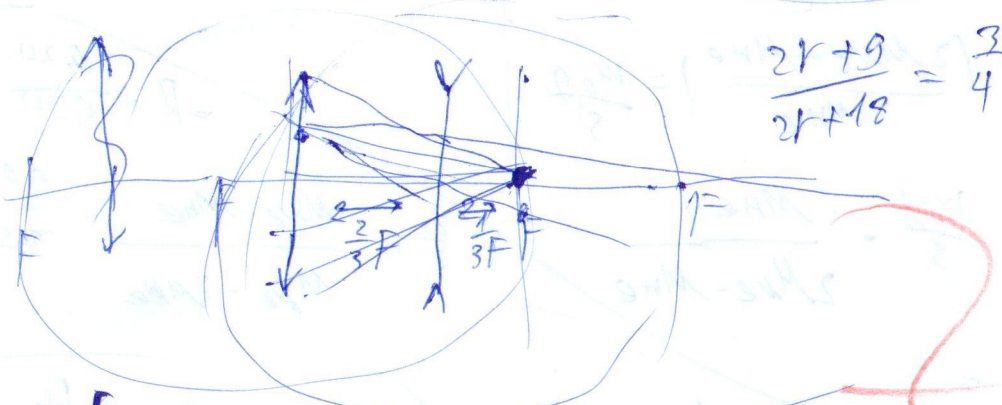
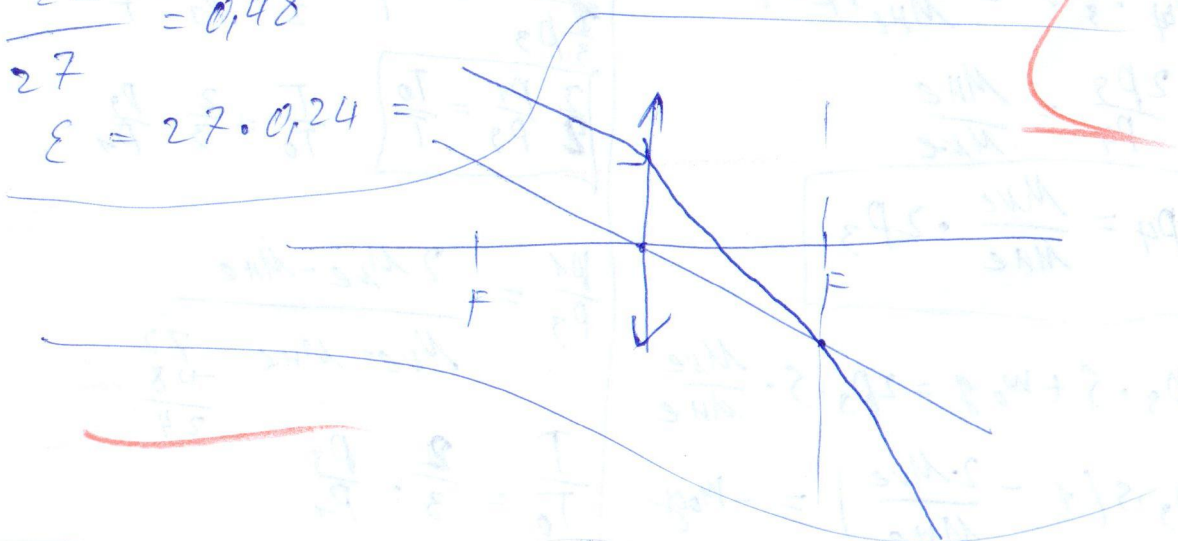
$$\varepsilon = 0,36 \cdot 18 = 0,72 \cdot 9$$

$$\frac{2\varepsilon}{27} = 0,48$$

$$\varepsilon = 27 \cdot 0,24 =$$

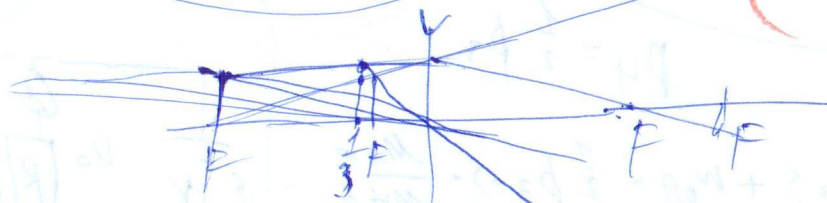
Черталим

$$\begin{array}{r} 72 \\ + 9 \\ \hline 648 \end{array}$$



$$\frac{2F+9}{2F+18} = \frac{3}{4}$$

$$n = \frac{F}{F-d}$$



$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{F}$$

$$n = \frac{F}{d-F} = \frac{F}{\frac{3}{3}F + F} = \frac{-F}{\frac{4}{3}F} = -\frac{3}{4}$$

$$F_1 d - FF_1 = \frac{9}{4}dF - \frac{3}{4}FF_1$$

$$n = \frac{F}{d-F} \cdot \frac{-F}{\frac{3}{3}F + F}$$

$$F_1 d - \frac{1}{4}FF_1 = \frac{3}{4}dF$$

$$n = \frac{F}{d-F} \cdot \frac{3}{4} = \frac{F_1}{d-F_1}$$

$$F_1 d - \frac{1}{4}FF_1 = \frac{3}{4}dF$$

$$F_1 = \frac{\frac{3}{4}dF}{d - \frac{1}{4}F} = \frac{\frac{3}{4}F}{1 - \frac{F}{4d}}$$

Черновик

$$p_3 \cdot \frac{2}{3} V = \frac{w}{M_{He}} \cdot R \cdot T$$

$$p_4 \cdot \frac{1}{3} V = \frac{w}{M_{He}} \cdot R \cdot T$$

$$\frac{2p_3}{p_4} = \frac{M_{He}}{M_{He}}$$

$$p_4 = \frac{M_{He}}{M_{He}} \cdot 2p_3$$

$$p_3 \cdot s + w_0 g = 2p_3 \cdot s \cdot \frac{M_{He}}{M_{He}}$$

$$p_3 \cdot s \left( 1 - \frac{2 \cdot M_{He}}{M_{He}} \right) = -w_0 g$$

$$p_3 \cdot s \left( \frac{2M_{He} - M_{He}}{M_{He}} \right) = \frac{w_0 g}{s}$$

$$p_3 = \frac{w_0 g}{s} \cdot \frac{M_{He}}{2M_{He} - M_{He}}$$

$$\frac{p_3}{p_1} =$$

$$p_4 = \frac{1}{2} p_3$$

$$p_3 \cdot s + w_0 g = \frac{1}{2} p_3 \cdot s \cdot \frac{M_{He}}{M_{He}}$$

$$p_3 \cdot s \left( 1 - \frac{M_{He}}{2M_{He}} \right) = -w_0 g$$

$$p_3 \cdot s \left( \frac{M_{He} - 2M_{He}}{2M_{He}} \right) = w_0 g$$

$$\frac{\varepsilon}{r+R} = \frac{2r+R}{2r+2R} = \frac{I_1}{I_2}$$

$$r = R \cdot \frac{I_2 - 2I_1}{2I_1 - 2I_2} = R \cdot \frac{0,408 - 0,72}{0,72 - 0,408}$$

$$\frac{p_1}{p_3} = \frac{\frac{1}{2} p_1}{\frac{1}{3} p_3} = \frac{T_0}{T}$$

$$\frac{\frac{1}{2} p_1}{\frac{1}{3} p_3} = \frac{T_0}{T} \quad \frac{\frac{1}{2} p_1}{2 \cdot \frac{1}{3} p_3} = \frac{T_0}{T}$$

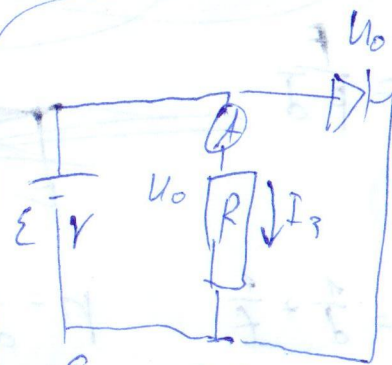
$$\frac{\frac{1}{2} p_1}{2 \cdot \frac{1}{3} p_3} = \frac{T_0}{T} \quad \frac{T}{T_0} = \frac{2}{3} \cdot \frac{p_3}{p_1}$$

$$\frac{p_1}{p_3} = \frac{2M_{He} - M_{He}}{M_{He} - M_{He}} = \frac{72}{-48} = \frac{3}{-2}$$

$$\frac{T}{T_0} = \frac{2}{3} \cdot \frac{p_3}{p_1}$$

$$-R \cdot \frac{0,24}{-0,24} = R = 9$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{M_{He} - M_{He}}{M_{He} - 2M_{He}} = \frac{-72}{24}$$



$$\frac{\varepsilon}{r+R} = 0,36$$

$$\frac{2\varepsilon}{2r+R} = 0,48$$

$$2I_1 \cdot r + 2RI_1 = 2I_2 \cdot r + RI_2$$

$$r(2I_1 - 2I_2) = RI_2 - 2RI_1$$

$$r = \frac{RI_2 - 2RI_1}{2I_1 - 2I_2}$$

