

42-52-78-12

(178.2)



Олимпиада ПБГ

2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 6

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьёвы горы

по физике

Якупова Фоата Ринатовича

фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

+1 лист *кал*

Дата

«22» марта 2016 года

Подпись участника

*[Handwritten signature]*

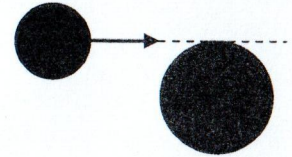


ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!» по ФИЗИКЕ  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2016 года  
БИЛЕТ № 06 (10-11 классы)

**Задание 1:**

**Вопрос:** Гладкая шайба, скользящая по горизонтальной поверхности, столкнулась с такой же (по размеру и массе) покоящейся шайбой. Вектор ее скорости в результате удара повернулся на  $30^\circ$ . Под каким углом к направлению движения налетающей шайбы направлен вектор скорости другой шайбы после удара?

**Задача:** Гладкая цилиндрическая шайба покоится на гладкой горизонтальной поверхности. В нее врезается шайба, изготовленная из того же материала, той же высоты, радиус которой в  $n=1,5$  раза меньше, чем у покоящейся. Линия движения центра налетающей шайбы касается боковой поверхности покоящейся. Под какими углами к направлению движения налетающей шайбы будут двигаться шайбы после упругого удара?

**Задание 2:**

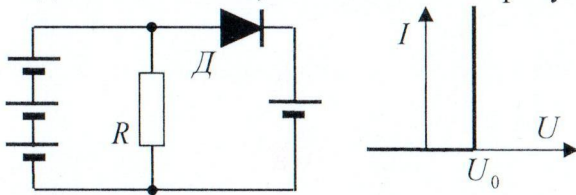
**Вопрос:** Как выглядит диаграмма изобарного процесса над одноатомным идеальным газом в координатах  $A-U$  («совершенная газом работа – внутренняя энергия»), выходящая из точки  $(A_0, U_0)$ ?

**Задача:** Давление одного моля одноатомного идеального газа изохорически изменили от начального до некоторого значения. Затем изобарически уменьшили объем газа в  $n=3$  раза. После этого газ изохорически перевели в конечное состояние. Зная, что температура газа в конечном состоянии в  $k=1,2$  раза превышает его температуру в начальном состоянии и что полное количество теплоты, которым обменялся газ с внешними телами, равно нулю, найти отношение максимального давления газа к минимальному в этом процессе.

**Задание 3:**

**Вопрос:** Резистор и идеальный диод соединены последовательно и подключены к полюсам источника, величина напряжения которого остается постоянной, а полярность изменяется на противоположную каждую секунду. Как изменится тепло, выделяющееся в резисторе за 10 секунд, если его с тем же диодом подключить к полюсам этого источника параллельно?

**Задача:** В схеме, показанной на рисунке слева, диод  $D$  не является идеальным – его вольтамперная характеристика показана на рисунке справа. Все источники одинаковы, их внутреннее сопротивление равно  $r$ , а сопротивление резистора  $R=2r$ . Найдите зависимость мощности тепловыделения в резисторе от величины ЭДС источников.



Пороговое напряжение диода  $U_0$  считать известным.

**Задание 4:**

**Вопрос:** Чему может быть равно увеличение (отношение размера изображения к размеру предмета), даваемое тонкой рассеивающей линзой?

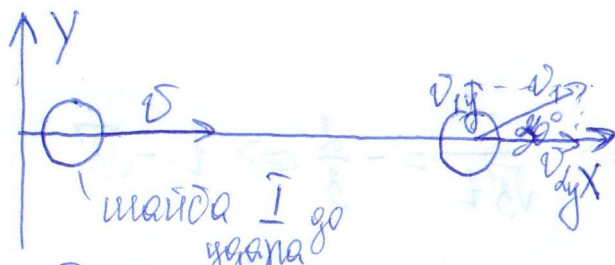
**Задача:** Точечный источник света размещен на главной оптической оси тонкой рассеивающей линзы. Расстояние между источником и его изображением равно  $L_1$ . Если передвинуть источник в точку, где находится его изображение, то изображение сместится в ту же сторону на расстояние  $L_2$ . Найти оптическую силу линзы (напомним, что у рассеивающей линзы она считается отрицательной).



42-52-78-12  
(178.2)

Чистовик

① Так как на систему двух шаров не действует внешних сил, то выполняется закон сохранения импульса:



По осям:

$m$  - масса шара  
 $v$  - начальная скорость I.

Пусть после удара  $v_{1x}, v_{1y}$  - скорости I шара по осям,  $v_{2x}, v_{2y}$  - II шара.

Тогда закон сохран. импульса:

$$mv = mv_{1x} + mv_{2x}; \quad m v_{1y} + m v_{2y} = 0$$

$$v = v_{1x} + v_{2x}; \quad -v_{1y} = v_{2y}$$

Из условия:  $\frac{v_{1y}}{v_{1x}} = \tan 30^\circ$

1	2	3	4	$\Sigma$
5	4	5	5	
11	20	7	20	77

Так же сохранится энергия системы (нет внеш. сил):

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}(v_{1x}^2 + v_{1y}^2) + \frac{m}{2}(v_{2x}^2 + v_{2y}^2)$$

Пусть  $\frac{v_{2y}}{v_{2x}} = t$ , тогда  $-v_{1y} = v_{2y} \Leftrightarrow -\tan 30^\circ v_{1x} = t v_{2x}$

Значит,  $v = v_{1x} + v_{2x} = v_{1x} - v_{1x} \cdot \frac{\tan 30^\circ}{t} = v_{1x} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}t}\right)$

Из закона сохр. энергии:

$$v^2 = v_{1x}^2 + v_{1y}^2 + v_{2x}^2 + v_{2y}^2 = v_{1x}^2 \left(1 + \tan^2 30^\circ\right) + v_{2x}^2 (1 + t^2) =$$



Числовик

$$= \frac{4}{3} v_{ix}^2 + \frac{v_{ix}^2}{3t^2} (1+t^2) = v^2, \text{ но } v^2 = v_{ix}^2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}t}\right)^2$$

1

$$v^2 = v_{ix}^2 \left(1 + \frac{1}{3t^2} - \frac{2}{\sqrt{3}t}\right)$$

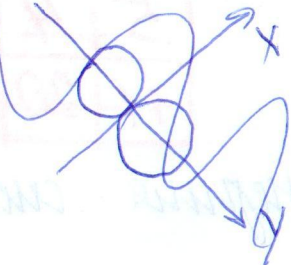
Тогда:

$$\frac{4}{3} + \frac{1}{3t^2} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3t^2} - \frac{2}{\sqrt{3}t} \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{3}t} = -\frac{2}{3} \Leftrightarrow t = -\sqrt{3}$$

Значит,  $\vec{F}$  шайбы отклонится в другую сторону на угол  $\arctg \sqrt{3} = 60^\circ$ .

Этот результат можно получить иначе, если взять ось  $Ox$  под углом.

Удар:



Стоит отметить, что результат изменится, если массы будут разные. Задача 1.

Дано:

Решение:

$n=1,5$

Пусть  $m$  - масса движущейся шайбы  
 площадь её основания в  $n^2$  меньше, чем  
 у покоящейся (т.к.  $S_{\text{основ}} = \sqrt{r^2} \Rightarrow$  зависит



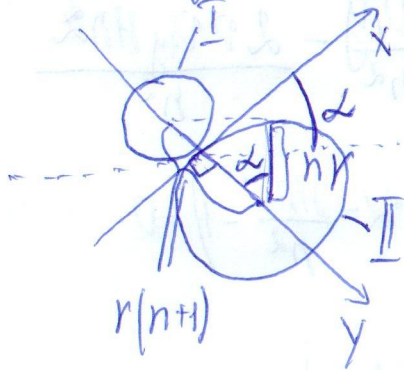
42-52-78-12  
(178.2)

Чистовик

квадратно от радиуса).

Значит, масса второй шайбы  $mn^2$  (т.к. высот. и плотности одинаковы)Пусть  $v$  - скорость движущейся шайбы вначале.

Рассмотрим момент удара:

 $r$  - радиус шайбы массы  $m$ Пусть ось  $OY$  проходит через центры шайб.Пусть  $\alpha$  - угол между направлением  $v$  и осью  $OX$ . Тогда (из равенства углов)  $\cos \alpha = \frac{nr}{(n+1)r} = \frac{n}{n+1}$ Пусть  $v_{1x}, v_{1y}$  - скорость первой шайбы после удара по осям,  $v_{2x}, v_{2y}$  - второй.

Так как не действует внешних сил, то энергия и импульс сохраняется.

Скорость ~~первой~~ шайбы по оси  $OX$  не изменяется, т.к. нет силы трения между шайбами:  $v_{1x} = v \cos \alpha, v_{2x} = 0$ .Закон сохранения импульса по оси  $OY$ :

$$m v \sin \alpha = m v_{1y} + mn^2 \cdot v_{2y} \Rightarrow v_{2y}^2 = \frac{(v \sin \alpha - v_{1y})^2}{n^4}$$



Чистовик

Закон сохранения энергии:

$$\frac{mD^2}{2} = \frac{m}{2}(v_{iy}^2 + v_{ix}^2) + \frac{mn^2}{2}(v_{2y}^2) = \frac{m}{2}v_{iy}^2 + \frac{m}{2}v^2 \cos^2 \alpha +$$

$$+ \frac{mn^2}{2}v_{2y}^2$$

$$\frac{mD^2}{2} = v_{iy}^2 + v^2 \cos^2 \alpha + \frac{v^2 \sin^2 \alpha + v_{iy}^2}{n^2} - \frac{2v v_{iy} \sin \alpha}{n^2}$$

$$v_{iy}^2 \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) - \frac{2v v \sin \alpha}{n^2} \cdot v_{iy} + v^2 \left(\cos^2 \alpha - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2} - 1\right) = 0$$

$$v_{iy}^2 \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) - \frac{2v \sin \alpha}{n^2} \cdot v_{iy} - v^2 \sin^2 \alpha \left(\frac{1}{n^2} + 1\right) = 0$$



Чистовик

② <sup>вопрос</sup> Процесс изодарный  $\Leftrightarrow p = \text{const}$  <sup>постоянно</sup>

Значит,  $\Delta A = p \cdot \Delta V$ ,  $\Delta V = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$

из уравнения Менг.-Клапейр:

$$pV = \nu RT \Rightarrow p \Delta V = \nu R \Delta T \Leftrightarrow \Delta T = \frac{p \Delta V}{\nu R} \Rightarrow \Delta V = \frac{3}{2} p \Delta V$$

Значит, в ~~угол наклона~~  $\frac{\Delta A}{\Delta V} = \frac{2}{3}$  - не меняется

Пусть, ~~эта~~ график зависимости  $A(V)$  в коорд.  $A-V$  - это прямая, с углом наклона

$$\alpha = \arctg \frac{2}{3}$$

~~график - ?~~

Задача 2

Дано:

$$n=3, k=1,2$$

Решение

Пусть 1, 2, 3, 4 - состояния

Процесс 1-2 - изохорическое изменение

2-3 - изодарическое сжатие

3-4 - изохорит. изменение

Тогда пусть в состоянии 1:  $V_1$  и  $p_1$

в сост. 2:  $V_1$  и  $p_2$ , в сост. 3:  $\frac{V_1}{n}$  и  $p_2$ ,

в сост. 4:  $\frac{V_1}{n}$  и  $p_4$

Пусть  $p_2 = p_1 \cdot x$ ,  $p_4 = p_2 \cdot y = xy p_1$



Чистовик

Работа совершается, только при изменении объёма  $\Rightarrow A$  - ~~за~~ работа в процессе: 1-4

$$A = p_2 \cdot V_1 \left( \frac{1}{n} - 1 \right)$$

Изменение, внутренней энергии за 1-4:

$$\Delta V = \frac{3}{2} R \Delta T = \frac{3}{2} R T_1 (k-1), \text{ где } T_1 - \text{ темп. в сост. 1.}$$

Из уравн. Менг.-Клапейрона:  $p_1 V_1 = R T_1$

Значит,  $\Delta V = \frac{3}{2} (k-1) p_1 V_1$

Из закона сохранения энергии (он выполнен, т. к. наше кол-во изменён. теплоты = 0)

~~$$\Delta V + A = 0 \Rightarrow \frac{3}{2} (k-1) p_1 V_1 = -x p_1 V_1 \left( \frac{1}{n} - 1 \right)$$~~

$$x = \frac{\frac{3}{2} (k-1) n}{n-1} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1,2 \cdot 3}{2} = 0,45$$

Из урав. Менг.-Клап.: для сост 4:  $\frac{V_1}{n} p_4 = R k T_1 \Leftrightarrow$

$$\frac{x y}{n} \cdot p_1 V_1 = k p_1 V_1 \Leftrightarrow y = \frac{k n}{x} = \frac{1,2 \cdot 3 \cdot 100}{45} = 8$$

Тогда,  $p_2 = 0,45 p_1$ ,  $p_4 = 0,45 \cdot 8 p_1 = 3,6 p_1$

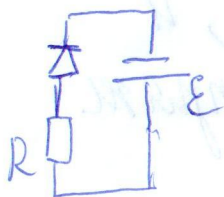
Минимальное за процесс 1-4 давление  $0,45 p_1$ ,  
максим. -  $3,6 p_1$ . Их отношение 8. Ответ: 8.



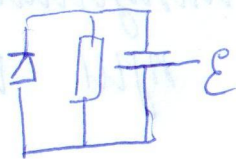
Ответ: 8.

Чистовик

3 - вопрос  
 3) Рассмотрим эти схемы:



1.



2.

В первом случае ток будет идти только в одну сторону, так как диод пропускает ток лишь в одну сторону (а-электрическая, выделен в R)

$$Q_1 = \frac{t \cdot \epsilon \cdot R}{2} = 5\epsilon R$$

лишь половину времени

Во втором случае резистор в половине случаев замкнут ( $\Rightarrow$  диод имеет сопротивление 0  $\Rightarrow$  ток ~~идет~~ через R не идет), в половине не замкнут ( $\Rightarrow$  весь ток через R).

То есть, при одной полярности батарей (V-напряж. резистора)  $V = \epsilon$ , в при другой  $V = 0$

$$Q_2 = \frac{t}{2} \epsilon \cdot R + \frac{t}{2} 0 \cdot R = 5\epsilon R$$

значит, никак не изменится ( $Q_1 = Q_2$ )

Задача 3

Дано:

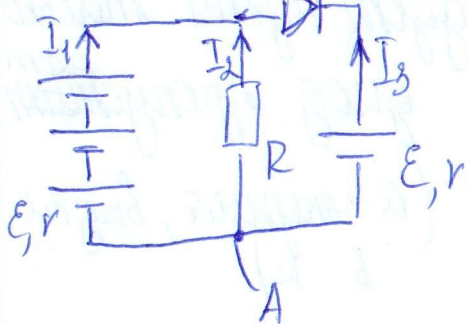
$r, V_0, R = 2r$

Решение:



Из <sup>чистовик</sup> вольтамперной характеристики диода следует, что он не пропускает ток при напряжении на нем меньшем  $V_0$ , и становится проводником при  $\forall$  напряж. большем  $V_0$ .

Пусть  $V_0$  - напряжение на диоде



Пусть  $I_1, I_2, I_3$  - токи в указанных ветках

По правилу Кирхгофа для точки A:  $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ ,

так же  $3 \cdot \underbrace{(\epsilon - rI_1)}_{\substack{\text{напряж} \\ \text{на штылке}}} = -I_2 R = (\epsilon - rI_3) + V_0$  +

$-I_3 = I_1 + I_2 \Rightarrow 3(\epsilon - rI_1) = -I_2 R = \epsilon + rI_1 + rI_2 + V_0 \Leftrightarrow$  +  
 $R = 2r$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \epsilon + rI_1 + 3rI_2 + V_0 = 0 \\ 3\epsilon - 3rI_1 + I_2 R = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\epsilon + 3rI_1 + 9rI_2 + 3V_0 = 0 \\ 3\epsilon - 3rI_1 + 2I_2 r = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Rightarrow \int_3 \Rightarrow 6\epsilon + 11I_2 r + 3V_0 = 0$

~~7~~

~~не доведено до конца~~



Числовик

Вопрос 4:

У рассеивающей линзы оптическая сила  $D < 0$ .  
 Тогда по формуле тонкой линзы

$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D$ , где  $|d|$  - расстояние от линзы до предмета

$|f|$  - расстояние от линзы до изображения

Предмет действительный  $\Rightarrow d > 0$ .

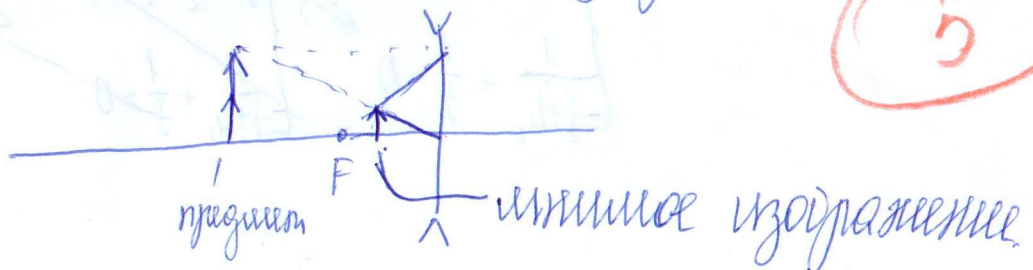
$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D < 0$ , но  $d > 0 \Rightarrow f < 0$  - всегда  $\Leftrightarrow$  изображение всегда мнимое?

$$\Gamma = \left| \frac{f}{d} \right| = \frac{-f}{d}, \quad \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D \Leftrightarrow 1 + \frac{d}{f} = dD \Leftrightarrow 1 - dD = \frac{1}{\Gamma} \Leftrightarrow$$

$$\Gamma = \frac{1}{1 - dD}, \quad \text{так как } d > 0, D < 0 \Rightarrow -dD > 0 \Rightarrow 1 - dD > 1 \Rightarrow$$

$\Gamma < 1$  для любых  $d$  и  $D$  (возможных)

Значит, рассеивающая линза всегда даёт мнимое и уменьшенное изображение



5



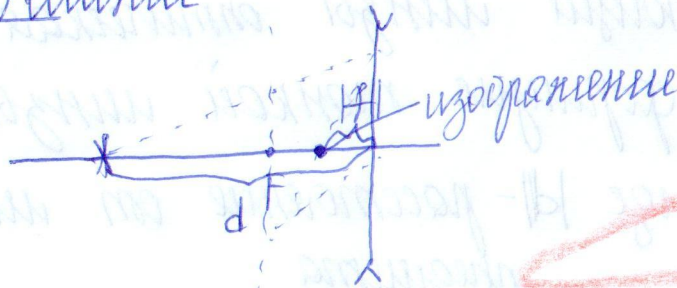
Чисто Вик

Задача 4.

Дано: | Решение

$L_1, L_2$ .

$D = ?$



Пусть  $d$  - расст. от источника до линзы  
 $|f|$  - расст. от изобр. до линзы. ( $f < 0$  - доказано)  
 Тогда по формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D, \quad d - |f| = L_1 \text{ (из рисунка)} \Leftrightarrow d + f = L_1$$

После переименования источника:

$d'$  - расст. от источ. до линзы

$|f'|$  - расст. от изобр.<sup>н</sup> до линзы ( $f' < 0$ )

По условию  $d' = -f$ ,  $|f| - |f'| = L_2 \Leftrightarrow f' - f = L_2$

Тогда:  $\frac{1}{d'} + \frac{1}{f'} = D \Leftrightarrow -\frac{1}{f} + \frac{1}{f+L_2} = D$

Или же имеем:

$$\begin{cases} \frac{1}{f} + \frac{1}{f+L_2} = D, \\ \frac{1}{-f+L_1} + \frac{1}{f} = D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{f+L_2} - \frac{1}{-f+L_1} = 0 \\ \frac{1}{-f+L_1} + \frac{1}{f} = 0 \end{cases}$$



Чисто Вих

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f + l_1 = l_2 \\ \frac{1}{l_1 - f} + \frac{1}{f} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f = \frac{l_1 - l_2}{2} \\ \frac{1}{l_1 - f} + \frac{1}{f} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{l_1 - f} = -\frac{1}{f} \end{cases}$$

$$\Rightarrow D = \frac{2}{2l_1 - l_1 + l_2} + \frac{2}{l_1 - l_2} = \frac{2}{l_1^2 - l_2^2} (l_1 - l_2 + l_1 + l_2) = \frac{4l_1}{l_1^2 - l_2^2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{f} + \frac{1}{l_1 - f} - \frac{1}{l_2 + f} = 0 \Leftrightarrow 2l_1l_2 + 2l_1f - 2fl_2 - 2f^2 + l_2f + f^2 - l_1f + f^2 = 0 \\ \frac{1}{l_1 - f} + \frac{1}{f} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2l_1l_2 + l_1f - l_2f = 0 \Leftrightarrow f = \frac{2l_1l_2}{l_2 - l_1}$$

$$D = \frac{1}{f} + \frac{1}{l_1 - f} = \frac{l_2 - l_1}{2l_1l_2} + \frac{l_2 - l_1}{l_1l_2 - l_1^2 - 2l_1l_2} = (l_2 - l_1) \left( \frac{1}{2l_1l_2} + \frac{1}{l_1(l_1 + l_2)} \right)$$

$$D = \frac{(l_2 - l_1)(l_1^2 + l_1l_2 - 2l_1l_2)}{2l_1^2l_2(l_1 + l_2)} = \frac{(l_2 - l_1)(l_1 - l_2)}{2l_1l_2(l_1 + l_2)} = \frac{-(l_1 - l_2)^2}{2l_1l_2(l_1 + l_2)}$$

$f = \frac{2l_1l_2}{l_2 - l_1} < 0 \Rightarrow l_1 > l_2$  Значит, задача корректна

при  $l_1 > l_2$ .

20



Ответ: 
$$D = \frac{-(L_1 - L_2)^2}{2L_1L_2(L_1 + L_2)}$$

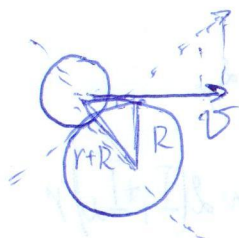
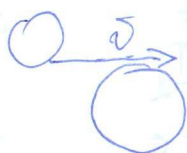
~~Handwritten scribbles and faint text in the top right corner.~~

~~Large red scribble covering the majority of the page, obscuring other handwritten work.~~



Черновик

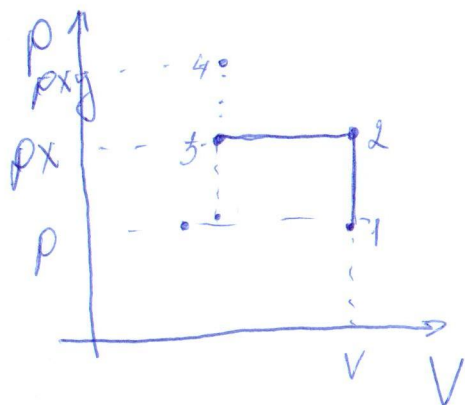
$m$   $n^2 m$



$$m\vec{v} = m\vec{v}_{ix} + n^2 m u_x$$

$$m\vec{v}_{iy} = n^2 m u_y$$

$$\frac{m\vec{v}^2}{2} = \frac{m\vec{v}_{iy}^2}{2} + \frac{m\vec{v}_{ix}^2}{2} +$$



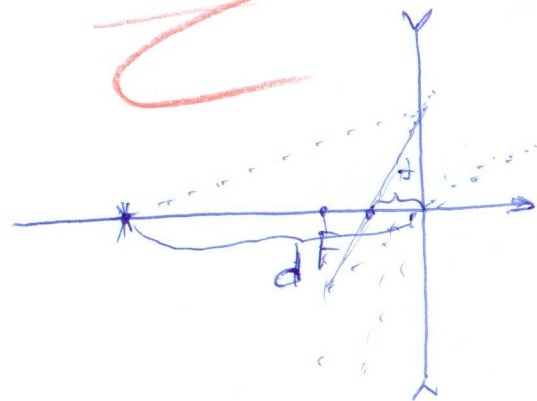
X 1:  $pV = RT$

4:  $\frac{V}{n} p_4 = RTk$

$$\Delta U = A = \frac{3}{2} R \Delta T = \frac{3}{2} p_x V (1 - \frac{1}{n})$$



$$X = \frac{3}{2} \frac{(k-1) n}{n-1} = 0,2 \cdot \frac{9}{4} = 0,45$$



$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{l_1}$$

$$d - f = l_1$$

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{f - l_2} = \frac{1}{l_2}$$

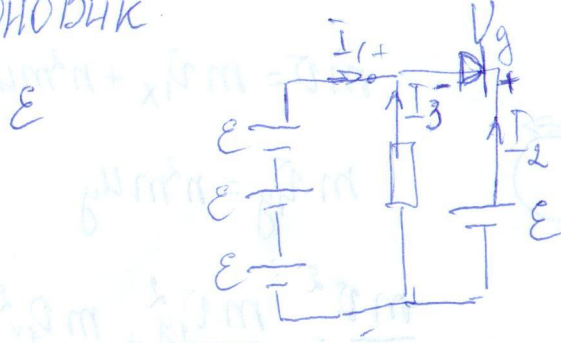
$$d = f + l_1$$

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{f - l_2} = \frac{1}{f + l_1} - \frac{1}{f}$$

$$\frac{2}{f} = \frac{1}{f + l_1} + \frac{1}{f - l_2} =$$



Черновик



$$3E - 3rI_1 = 2I_3r = E + rI_2 + V_g$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

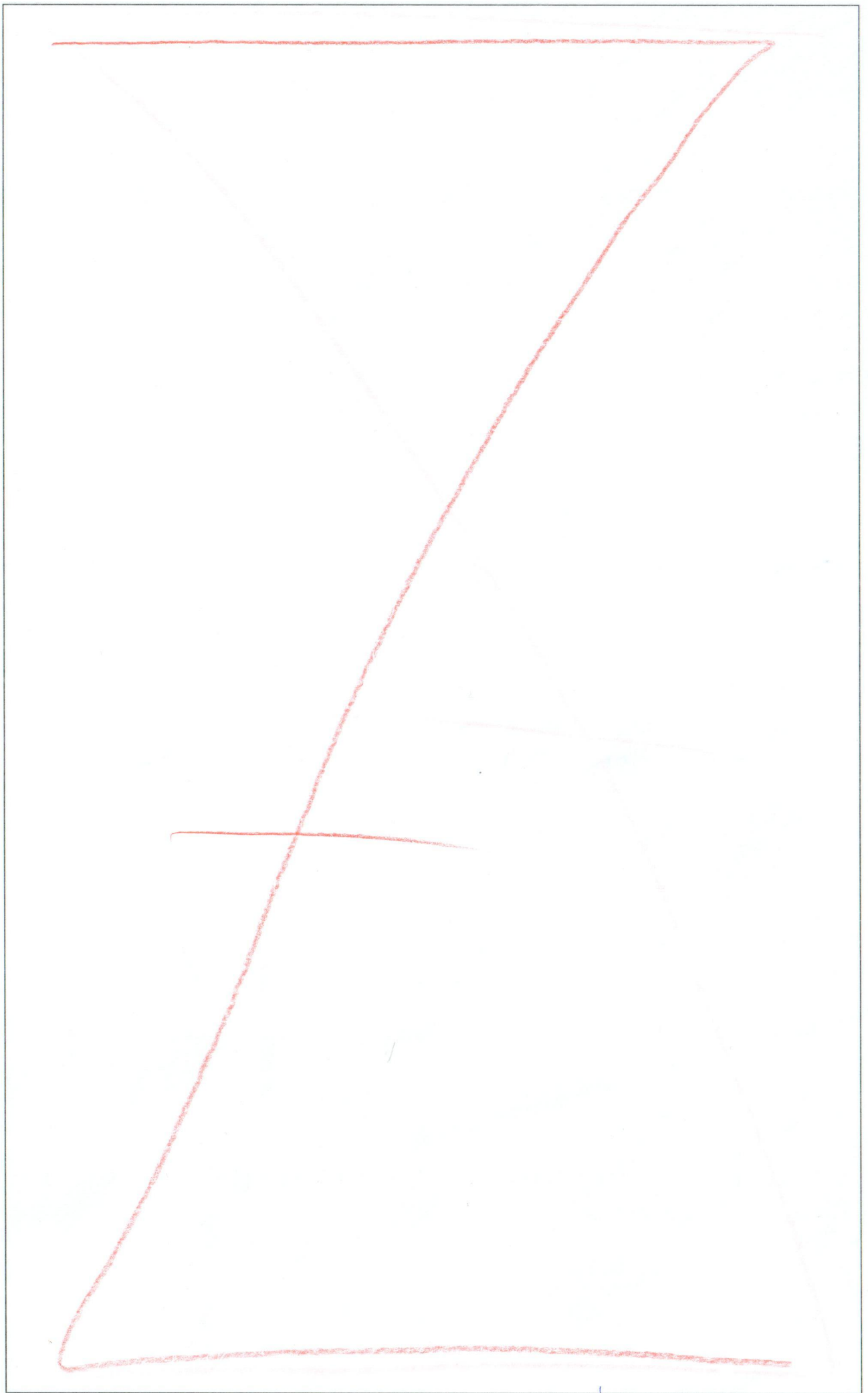
$$P = 2I_3^2 r$$

$$3E - 3rI_1 = 2(I_1 + I_2)r$$

$$3E -$$

$$1 + \frac{1}{3r} = \frac{2}{\sqrt{3}t}$$

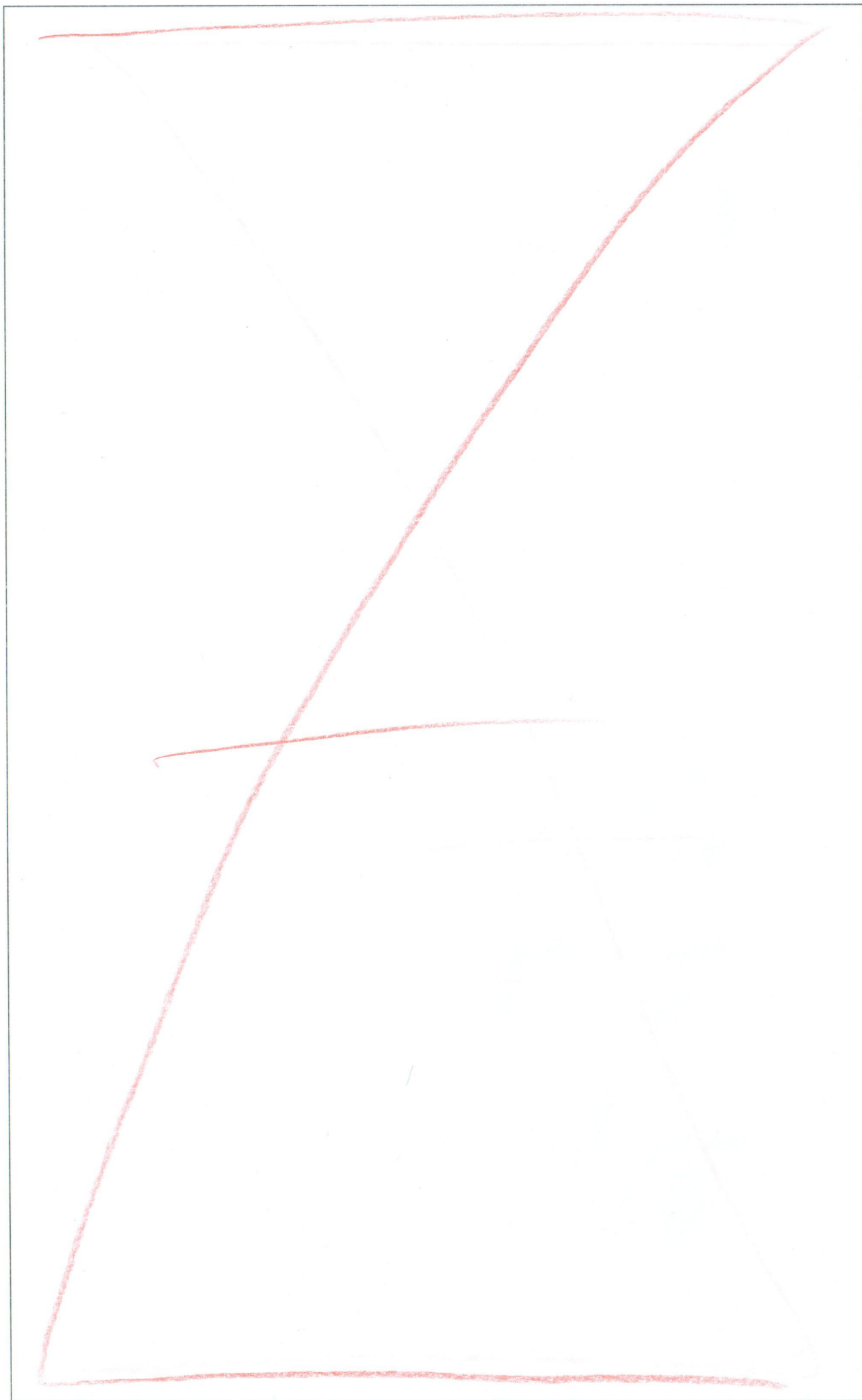
ЛИСТ-ВКЛАДЫШ



Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!



ЛИСТ-ВКЛАДЫШ



Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!